Tercera evaluación - 2º ESO

NOMBRE: ____

Instrucciones: **1)** Todos los **folios** deben tener el **nombre** y estar **numerados** en la parte superior. **2)** Todas las respuestas deben estar **justificadas y simplificadas**. **3)** No se puede usar **calculadora**. No se puede usar **corrector ni lápiz**, y el bolígrafo debe ser de **tinta indeleble**. Se aconseja no usar borrador. **4)** Se puede alterar el orden de las respuestas, pero **no se puede intercalar** la respuesta a una pregunta con las de otras. **5)** **Desatender las instrucciones será penalizado**.

1) Efectuar las siguientes operaciones **(este problema es decisivo: se precisa sacar, al menos, 1 punto para aprobar la prueba. De lo contrario, la calificación máxima es 4,4)**:

   a) $\dfrac{4-\dfrac{25}{4}\dfrac{2}{5}}{\dfrac{128}{81}\dfrac{27}{256}-\dfrac{66}{22}}$ *(1 punto)*

   b) $\dfrac{-(-64)^{300}(-729)^{301}}{(-6)^{1801}}$ *(1 punto)*

2) Extraer factor común del numerador y, también, del denominador, y simplificar:

$$\frac{18x^3y^2z^2-27x^2yz+9x^2y}{18x^3y^2z^2+9x^2y}$$ *(1 punto)*

3) Resolver la ecuación: $(2x^3-x)^2-4x^2(x^4-x^2)-6=5x$ *(2 puntos)*

4) Resolver el siguiente sistema por *sustitución* y por *reducción*: *(2 puntos)*

$$\left.\begin{array}{r}-3x+5y=\ \ 21\\ 4x-3y=-17\end{array}\right\}$$

5) Se sabe que un objeto A pesa el triple que otro objeto B. Juntando dos objetos tipo A con cuatro objetos tipo B el peso total es de 130 gramos. ¿Cuánto pesa cada objeto tipo A y cada objeto tipo B? *(1 punto)*

6) Desarrollar las siguientes expresiones con ayuda de *identidades notables*: *(1 pto)*

   a) $(-3x^2-4x^3)^2$

   b) $(-3x^2+4x^3)\,(3x^2+4x^3)$

7) Resolver la ecuación: $2x-\dfrac{3x-1}{3}-\dfrac{5-2x}{4}=-\dfrac{65}{12}$ *(1 punto)*

SOLUCIONES

1) Efectuar las siguientes operaciones:

a) $\dfrac{4-\frac{25}{4}\frac{2}{5}}{\frac{128}{81}\frac{27}{256}-\frac{66}{22}}$ *(1 punto)*

$$\frac{4-\frac{25}{4}\frac{2}{5}}{\frac{128}{81}\frac{27}{256}-\frac{66}{22}}=\frac{4-\frac{5}{2}\frac{1}{1}}{\frac{1}{3}\frac{1}{2}-\frac{6}{2}}=\frac{4-\frac{5}{2}}{\frac{1}{6}-3}=\frac{\frac{8-5}{2}}{\frac{1-18}{6}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{-17}{6}}=-\frac{3\cdot 6}{17\cdot 2}=-\frac{3\cdot 3}{17\cdot 1}=\boxed{-\frac{9}{17}}$$

b) $\dfrac{-(-64)^{300}(-729)^{301}}{(-6)^{1801}}$ *(1 punto)*

$$\frac{-(-64)^{300}(-729)^{301}}{(-6)^{1801}}=\frac{-64^{300}(-729^{301})}{-6^{1801}}=\frac{64^{300}729^{301}}{-6^{1801}}=-\frac{64^{300}729^{301}}{6^{1801}}=$$

$$=-\frac{(2^6)^{300}(3^6)^{301}}{(2\cdot 3)^{1801}}=-\frac{2^{1800}3^{1806}}{2^{1801}\cdot 3^{1801}}=-\frac{3^{1806-1801}}{2^{1801-1800}}=\boxed{-\frac{3^5}{2}=-\frac{243}{2}}$$

2) Extraer factor común del numerador y, también, del denominador, y simplificar:

$$\frac{18x^3y^2z^2-27x^2yz+9x^2y}{18x^3y^2z^2+9x^2y}$$ *(1 punto)*

$$\frac{18x^3y^2z^2-27x^2yz+9x^2y}{18x^3y^2z^2+9x^2y}=\frac{9x^2y(2xyz^2-3z+1)}{9x^2y(2xyz^2+1)}=\boxed{\frac{2xyz^2-3z+1}{2xyz^2+1}}$$

En la fracción resultante, como tal, no se puede continuar simplificando, porque *en una fracción no se pueden simplificar sumandos ni parte de sumandos: solo factores*.

3) Resolver la ecuación: $(2x^3-x)^2-4x^2(x^4-x^2)-6=5x$ *(2 puntos)*

Desarrollamos las distintas expresiones que aparecen y simplificamos:

$$(2x^3-x)^2-4x^2(x^4-x^2)-6=5x\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (2x^3)^2-2\cdot 2x^3\cdot x+x^2-4x^6+4x^4-6-5x=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 4x^6-4x^4+x^2-4x^6+4x^4-5x-6=0\ \Rightarrow\ x^2-5x-6=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{5\pm 7}{2}=\left\langle\begin{array}{l}=\frac{5-7}{2}=-1\\[4pt]=\frac{5+7}{2}=6\end{array}\right.$$

Hay dos soluciones posibles: $\boxed{x=-1\ \text{ ó }\ x=6}$.

4) Resolver el siguiente sistema por *sustitución* y por *reducción*: *(2 puntos)*

$$\left.\begin{array}{r}-3x+5y=21\\ 4x-3y=-17\end{array}\right\}$$

<u>*Por sustitución*</u>

Despejamos y en la primera ecuación: $5y=21+3x\ \Rightarrow\ \boxed{y=\frac{21+3x}{5}}$ (1)

Sustituimos la expresión (1) en la segunda ecuación (no podemos en la primera, porque dicha expresión es la primera ecuación escrita de otra forma):

$$4x - 3\frac{21+3x}{5} = -17 \Rightarrow 4x - \frac{3(21+3x)}{5} = -17 \Rightarrow \frac{20x}{5} - \frac{63+9x}{5} = -\frac{85}{5} \Rightarrow$$

El siguiente paréntesis es *fundamental*:

$$\Rightarrow 20x - (63 + 9x) = -85 \Rightarrow 20x - 63 - 9x = -85 \Rightarrow 11x = -85 + 63 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11x = -22 \Rightarrow x = -\frac{22}{11} \Rightarrow \boxed{x = -2}$$

Sustituimos en (1): $\boxed{y =} \frac{21+3(-2)}{5} = \frac{21-6}{5} = \frac{15}{5} = \boxed{3}$.

<u>Por reducción</u>

$$\left.\begin{aligned} -3x+5y &= 21 \\ 4x-3y &= -17 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \cdot 4 \\ \cdot 3 \end{matrix} \left.\begin{aligned} -12x+20y &= 84 \\ 12x-9y &= -51 \end{aligned}\right\}$$

$$11y = 33 \Rightarrow y = \frac{33}{11} = 3$$

$$\left.\begin{aligned} -3x+5y &= 21 \\ 4x-3y &= -17 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} \cdot 3 \\ \cdot 5 \end{matrix} \left.\begin{aligned} -9x+15y &= 63 \\ 20x-15y &= -85 \end{aligned}\right\}$$

$$11x \qquad = -22 \Rightarrow x = -\frac{22}{11} = -2$$

Luego las soluciones son $\boxed{x = -2 \text{ junto con } y = 3}$.

5) Se sabe que un objeto A pesa el triple que otro objeto B. Juntando dos objetos tipo A con cuatro objetos tipo B el peso total es de 130 gramos. ¿Cuánto pesa cada objeto tipo A y cada objeto tipo B? *(1 punto)*

Llamemos x = *Peso de un objeto tipo A*; y = *Peso de un objeto tipo B*.

- Un objeto A pesa el triple que otro B: $\boxed{x = 3y}$. Si tenemos dudas al plantear esta ecuación sobre cuál de las dos incógnitas hay que multiplicar por 3, podemos ponernos un ejemplo muy simple, elegidos los números lo más sencillos que se pueda. Si $x = 3$, $y = 1$, x pesa el triple que y, y hay que multiplicar y por 3 para que de x.
- Dos objetos A más cuatro B pesan 130: $\boxed{2x + 4y = 130}$.

Tenemos un sistema formado por dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (las recuadradas). La primera de ellas nos proporciona una incógnita (x) despejada en función de la otra, por lo que procedemos por *sustitución*: la sustituimos en la segunda ecuación:

$$2\cdot 3y + 4y = 130 \Rightarrow 6y + 4y = 130 \Rightarrow 10y = 130 \Rightarrow y = \frac{130}{10} = 13$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$x = 3\cdot 13 = 39$$

Por tanto, $\boxed{\text{cada objeto tipo } A \text{ pesa 39 gramos y cada objeto tipo } B\text{, 13 gramos}}$. <u>Es muy importante interpretar el resultado y expresarlo en las unidades correspondientes</u>.

6) Desarrollar las siguientes expresiones con ayuda de *identidades notables*: *(1 pto)*

a) $(-3x^2 - 4x^3)^2$

$$(-3x^2 - 4x^3)^2 = (3x^2 + 4x^3)^2 = (3x^2)^2 + 2\cdot 3x^2\cdot 4x^3 + (4x^3)^2 = \boxed{9x^4 + 24x^5 + 16x^6}$$

b) $(-3x^2 + 4x^3)\,(3x^2 + 4x^3)$

$$(-3x^2 + 4x^3)\,(3x^2 + 4x^3) = (4x^3 - 3x^2)\,(4x^3 + 3x^2) = (4x^3)^2 - (3x^2)^2 = \boxed{16x^6 - 9x^4}$$

7) Resolver la ecuación: $2x - \frac{3x-1}{3} - \frac{5-2x}{4} = -\frac{65}{12}$ *(1 punto)*

$$2x - \frac{3x-1}{3} - \frac{5-2x}{4} = -\frac{65}{12} \;\Rightarrow\; \frac{12\cdot 2x}{12} - \frac{4(3x-1)}{12} - \frac{3(5-2x)}{12} = -\frac{65}{12} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 24x - 4(3x - 1) - 3(5 - 2x) = -65 \;\Rightarrow\; 24x - 12x + 4 - 15 + 6x = -65 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 18x - 11 = -65 \;\Rightarrow\; 18x = -65 + 11 \;\Rightarrow\; 18x = -54 \;\Rightarrow\; x = -\frac{54}{18} \;\Rightarrow\; \boxed{x = -3}$$