

DOMINIO DE FUNCIONES

1. Determinar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{3}{x} + x^2$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

b) $f(x) = \sqrt{x-6}$

Solución: $\text{Dom}(f) = [6, +\infty)$

c) $f(x) = \frac{5x}{x^2+1}$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

d) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-16}$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{\pm 4\}$

e) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3-5x^2+6x}$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0, 2, 3\}$

f) $f(x) = \sqrt{x^2-9}$

Solución: $\text{Dom}(f) = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

g) $f(x) = \sin x$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

h) $f(x) = \cos x$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

i) $f(x) = \tan x$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

j) $f(x) = \sqrt{x^2+3x-4}$

Solución: $\text{Dom}(f) = (-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$

k) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-9}$

Solución: $\text{Dom}(f) = [1, 3) \cup (3, +\infty)$

l) $f(x) = \sqrt{x(x-1)(x+3)}$

Solución: $\text{Dom}(f) = (-3, 0] \cup [1, +\infty)$

m) $f(x) = \sqrt{x^2-1} + \frac{1}{x-2}$

Solución: $\text{Dom}(f) = (-\infty, -1] \cup [1, 2) \cup (2, +\infty)$

n) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+9}}$

Solución: $\text{Dom}(f) = (-\infty, -9) \cup [1, +\infty)$

o) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+2}}$

Solución: $\text{Dom}(f) = (-2, 1]$

p) $f(x) = \sqrt{1-4x^2} - \frac{x+1}{x^2}$

Solución: $\text{Dom}(f) = \left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right]$

q) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$

Solución: $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$

OPERACIONES CON FUNCIONES

2. Dadas las funciones:

$$f(x) = |x| \quad g(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < 0 \\ -x & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad h(x) = \sin x \quad k(x) = \sqrt{x+3}$$

- Representar gráficamente las funciones f , g , $f + g$
- Hallar $h \circ k^{-1}$ determinando su dominio

3. Dadas las funciones:

$$f(x) = \sqrt[3]{x+2} \quad g(x) = \frac{2+x}{x^2-1}$$

- Calcular el dominio de ambas funciones.
- Determinar el dominio de las funciones $f \cdot g$ y f/g , determinando la expresión analítica de ambas.
- Calcula $f^{-1} \circ g$

4. Dadas las funciones:

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -1 \\ x & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad g(x) = \frac{x}{2x-1} \quad h(x) = \sqrt{x} \quad k(x) = \sin x$$

- Hallar sus dominios.
- Comprobar que $(g \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1}$
- Hallar $g \circ k$, determinando su dominio.
- Hallar $(f \circ g)(0)$, $(h \circ k)(\pi)$, $(f \circ h)(1)$, $(g \circ f)(3)$

5. Dadas las funciones:

$$f(x) = |x+2| \quad g(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < 0 \\ -x & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad k(x) = \sqrt{x+3} \quad h(x) = \frac{x+2}{x-1}$$

- Representar gráficamente las funciones f , g , $f + g$
- Hallar $\text{Im } f$, $\text{Im } g$, $\text{Im } k$
- Hallar $h \circ k^{-1}$, determinando su dominio.

6. Representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x + 3$

b) $f(x) = |x - 5|$

c) $f(x) = |x^2 - 1|$

d) $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < 2 \\ x^2-1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} 5-2x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2+2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$