## OPCIÓN A

PROBLEMAS

1.- Se desea lanzar un satélite desde la Tierra para llevar un satélite de 700 kg de masa a una altura de 1500 km sobre la superficie. Calcula:

a) La intensidad del campo gravitatorio terrestre a esa altura.
b) La velocidad orbital que debe alcanzar el satélite para que describa una órbita circular.
c) La energía mecánica del satélite.

Datos: $M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}37\cdot10^{6}$ m.; $G=6{,}67\cdot10^{-11}$ S.I.

2.- Tres masas de 2kg se colocan en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Calcula:

a) El vector intensidad de campo gravitatorio en el centro del cuadrado.
b) El potencial gravitatorio en el cuarto vértice.
c) El trabajo necesario para llevar una masa de 1 kg desde el cuarto vértice hasta el infinito.

CUESTIONES

1.- ¿Qué significa y qué consecuencias tiene que el campo gravitatorio sea conservativo?
2.- Si se mantuviera constante la densidad de un planeta mientras éste aumenta de tamaño, ¿de qué manera variaría el peso de los cuerpos en su superficie?
3.- Si la aceleración de la gravedad g, es independiente de la masa testigo y sólo depende de la masa del cuerpo que crea el campo, ¿por qué los cuerpos pesados caen más rápidamente que los ligeros?
4.- Describe los modelos de Universo propuestos por Ptolomeo y Copérnico.

## OPCIÓN B

PROBLEMAS

1.- Dos planetas esféricos tienen masas diferentes, $M_1$ y $M_2=9M_1$, pero en sus superficies la intensidad del campo gravitatorio es la misma, $g_1=g_2$.

a) Calcula la relación entre los radios de los planetas, $R_2/R_1$.
b) ¿Son iguales las velocidades de escape desde las superficies de los dos planetas? Razona la respuesta.

2.- Se pretende situar en órbita un satélite artificial de 500 kg de masa que dé diariamente 12 vueltas a la Tierra.

a) ¿A qué altura sobre la superficie se situará?
b) ¿Cuál será la energía del satélite?
c) ¿Cuál será el peso del satélite en órbita?

Datos: $M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ Kg; $R_T=6370$ km; $G=6{,}67\cdot10^{-11}$ $Nm^2Kg^{-2}$

CUESTIONES

1.- La única fuerza que actúa sobre una masa es la del campo gravitatorio. Di si esta masa se moverá hacia potenciales mayores o menores. ¿Ganará o perderá energía potencial en su movimiento?
2.- Enuncia las tres leyes de Kepler. ¿Cómo variará el periodo de un satélite que gira en torno a un planeta de masa M, si reducimos a la mitad el tamaño del satélite, manteniendo su masa?
3.- ¿A qué se denomina superficie equipotencial? Representa una masa y las líneas de fuerza que la caracterizan. ¿Qué relación existe entre las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales?
4.- ¿Qué sucedería si desde una nave orbital se dejase caer un objeto?

SOLUCIONES

OPCIÓN A

1. **a)** La ecuación para la intensidad de campo gravitatorio

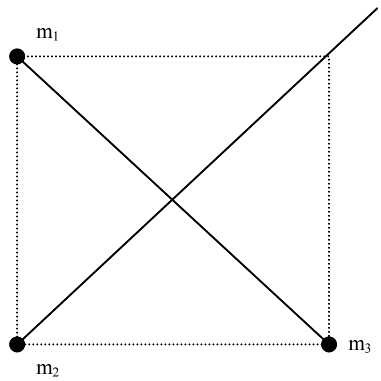
$g = G\dfrac{M}{R^2} = 6{,}76\cdot10^{-11}\,\dfrac{5{,}98\cdot10^{24}}{(7{,}87\cdot10^{6})^2} = 6{,}43\,{}^{m}\!/\!{}_{s^2}$ donde R = $R_T$ + h = $7{,}87\cdot10^6$ m.

**b)** La expresión para la velocidad orbital:

$$v = \sqrt{G\frac{M}{R}} = \sqrt{6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{5{,}98\cdot10^{24}}{7{,}87\cdot10^{6}}} = 7119{,}1\,{}^{m}\!/\!{}_{s}$$

**c)** La energía mecánica del satélite viene dada por la ecuación:

$E = -\tfrac{1}{2}G\dfrac{Mm}{R} = -\tfrac{1}{2}6{,}67\cdot10^{-11}\,\dfrac{5{,}98\cdot10^{24}\cdot700}{7{,}87\cdot10^{6}} = -1{,}77\cdot10^{10}\,J$ La energía es negativa porque la órbita que describe el satélite es cerrada.




2. **a)** Si situamos los ejes coordenados según las diagonales del cuadrado, tendremos que los campos gravitatorios de cada una de las masas sólo tendrán componentes en uno de los ejes.
Además, los campos creados por las masas 1 y 3 son iguales en módulo y dirección, pero de sentido contrario, por lo que se anulan entre sí.
Al campo sólo contribuirá la masa 2.

$$\vec{g} = \vec{g}_2 = G\frac{m_2}{r_2^2}(-\vec{i}\,) = -4G\vec{i}\ {}^{N}\!/\!{}_{Kg}$$

**b)** El principio de superposición me dice que el potencial en el cuarto vértice será la suma de los potenciales creados por cada una de las masas.

$$V = \sum V_i = V_1 + V_2 + V_3 = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} - G\frac{m_3}{r_3} = -2G(2+\frac{1}{\sqrt{2}})\,{}^{J}\!/\!{}_{Kg}$$

**c)** El trabajo $W = -m\cdot\Delta V = -m(0 - V) = m\cdot V = 1\cdot\left[-2G(2+\dfrac{1}{\sqrt{2}})\right] = -2G(2+\dfrac{1}{\sqrt{2}})J$ que es negativo porque hay que hacer un trabajo en contra de las fuerzas del campo.

OPCIÓN B

1. a) Escribimos las ecuaciones para el campo gravitatorio de cada uno de los planetas y después hacemos uso de los datos que nos da el enunciado del problema, simplificando siempre que podamos:

$$g_1 = G\frac{M_1}{R_1^2}$$
$$g_2 = G\frac{M_2}{R_2^2}$$

e igualamos, puesto que $g_1 = g_2$ $\quad \dfrac{M_1}{R_1^2} = \dfrac{M_2}{R_2^2} \Rightarrow \left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)^2 = \dfrac{M_2}{M_1}$

y sustituyendo el valor de $M_2$ en función de $M_1$

$$R_2/R_1 = 3 \Rightarrow R_2 = 3R_1$$

b) Igual que en el apartado anterior, escribimos las ecuaciones para cada uno de los planetas y las comparamos.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{G\frac{M_1}{R_1}}}{\sqrt{G\frac{M_2}{R_2}}} = \sqrt{\frac{M_1 R_2}{M_2 R_1}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow v_1 \langle v_2$$

2. a) Como debe dar 12 vueltas a la Tierra en un día, su período será T = 7200 s. Utilizamos la 3ª ley de Kepler, o ley de la armonía:

$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ y despejamos R;

$$R = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{7200^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}} = 8056290{,}9m$$

y la altura sobre la superficie: h = R – $R_T$ = 1686 km

b) De la ecuación de la energía del satélite:

$$E = -\tfrac{1}{2} G\frac{Mm}{R} = -\tfrac{1}{2} 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 500}{8{,}056 \cdot 10^6} = -1{,}23 \cdot 10^{10} J$$

negativa porque la órbita es cerrada.

c) Calcular el peso del satélite es lo mismo que calcular la fuerza gravitatoria entre la Tierra y el satélite a esa altura.

$$P = m \cdot g = G\frac{Mm}{R^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 500}{(8{,}056 \cdot 10^6)^2} = 3072{,}7N$$