Dadas las funciones, a) $y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ b) $y=3x^4-8x^2$ Determinar:

a) Dominio. Corte con los ejes. Simetría.
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremc
c) Intervalos de concavidad y convexidad. Puntos de inflexión
d) Asíntotas. Posicionando las verticales si las hubiese
e) Representación gráfica

(a) $y=\dfrac{x^3}{x^2-1}$ $D_f=\mathbb{R}-\{\pm1\}$. Corte ejes: eje x ($y=0$) $O(0,0)$; eje y ($x=0$). Simetría $f(x)=-f(-x)$ es función IMPAR, simétrica respecto al o

(b) $y'=\dfrac{3x^2(x^2-1)-x^3\cdot 2x}{(x^2-1)^2}=\dfrac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}$

Posibles extremos ($y'=0$) $x^2(x^2-3)=0$: $x=0$, $x=+\sqrt3$, $x=-\sqrt3$

Sig $\dfrac{x^2(x-\sqrt3)(x+\sqrt3)}{(x^2-1)^2}$: ↗ $-\sqrt3$ ↘ -1 ↘ 0 ↘ 1 ↘ $\sqrt3$ ↗

$-\sqrt3$ MAX; -1 NO; 0 NO; 1 NO; $\sqrt3$ MIN.

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{MAX }(-\sqrt3,-2{,}6)\ \ \text{MIN}(\sqrt3,2{,}6)\\ \text{Crece } (-\infty,-\sqrt3)\cup(\sqrt3,+\infty)\\ \text{Decrece } (-\sqrt3,-1)\cup(-1,1)\cup(1,\sqrt3)\end{array}}$$

(c) $y''=\dfrac{(4x^3-6x)(x^2-1)^2-2(x^2-1)\cdot 2x\cdot(x^4-3x^2)}{(x^2-1)^{\cancel{4}\,3}}=\dfrac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$

Posibles pts inflexión ($y''=0$) $2x(x^2+6)=0 \Rightarrow x=0$ ($x^2+6=0$ $x^2=-6$ ∄ no tiene sol.)

Sig $\dfrac{2x(x^2+6)}{(x^2-1)^3}$: $-$ -1 $+$ 0 $-$ 1 $+$

Pto inflexión

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{P. Inflexión } (0,0)\\ \text{Convexa ó } \cap\ (-\infty,-1)\cup(0,1)\\ \text{Cóncava ó } \cup\ (-1,0)\cup(1,+\infty)\end{array}}$$

(d) Asíntota Verticales: $x=1$ y $x=-1$

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)}=+\infty$ (1'1) y $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)}=-\infty$ (0'9)

$\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{-}{-}=+\infty$ (−0'9) y $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{-}{+}=-\infty$ (−1'1)

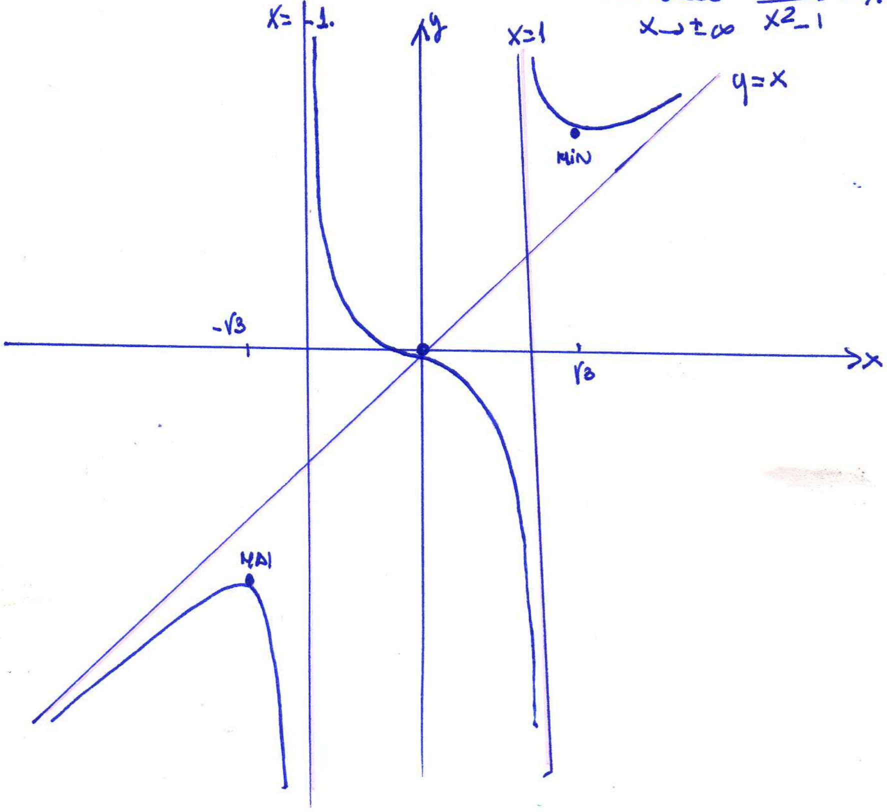
Asíntota horizontales $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^3}{x^2-1}=\infty$ (No tiene)

Asíntota Oblicuas $y=mx+n$

$m=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^3}{x^3-x}=1$

$n=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^3}{x^2-1}-x=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=0$

$y=x$ es asíntota Oblicua



(b) $y = 3x^4 - 8x^2$.

(a) $D_f = \mathbb{R}$. ; corte ejes: eje x ($y=0$) $\Rightarrow 3x^4 - 8x^2 = 0 \Rightarrow x^2(3x^2-8) = 0$: $x=0$ $(0,0)$; $x = \pm\sqrt{8/3} = \pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$ $\left(\frac{2\sqrt6}{3}, 0\right)$ $\left(-\frac{2\sqrt6}{3}, 0\right)$ 1,63 -1,63

eje y ($x=0$) $\Rightarrow y = 0$

Simetría: $f(x) = f(-x) \Rightarrow$ función par $\Rightarrow$ simétrica respecto eje OY.

(b) $f'(x) = 12x^3 - 16x \Rightarrow$

Posibles extremos: ($y'=0$) $12x^3 - 16x = 0 \Rightarrow x(12x^2-16) = 0$: $x=0$; $x = +\frac{2}{\sqrt3}$; $x = -\frac{2}{\sqrt3}$

sig $y' = 12x\left(x - \frac{2}{\sqrt3}\right)\left(x + \frac{2}{\sqrt3}\right)$: $-$ ↘ $-\frac{2}{\sqrt3}$ $+$ ↗ 0 $-$ ↘ $\frac{2}{\sqrt3}$ $+$ ↗

MAX $(0,0)$ MIN $\left(-\frac{2}{\sqrt3}, -5{,}3\right)$ $(-1{,}15, 0)$ MIN $\left(\frac{2}{\sqrt3}, -5{,}3\right)$

$\left(-\infty, -\frac{2}{\sqrt3}\right) \cup \left(0, \frac{2}{\sqrt3}\right)$ decreciente. $\left(-\frac{2}{\sqrt3}, 0\right) \cup \left(\frac{2}{\sqrt3}, +\infty\right)$ creciente.

(c) $f''(x) = 36x^2 - 16$

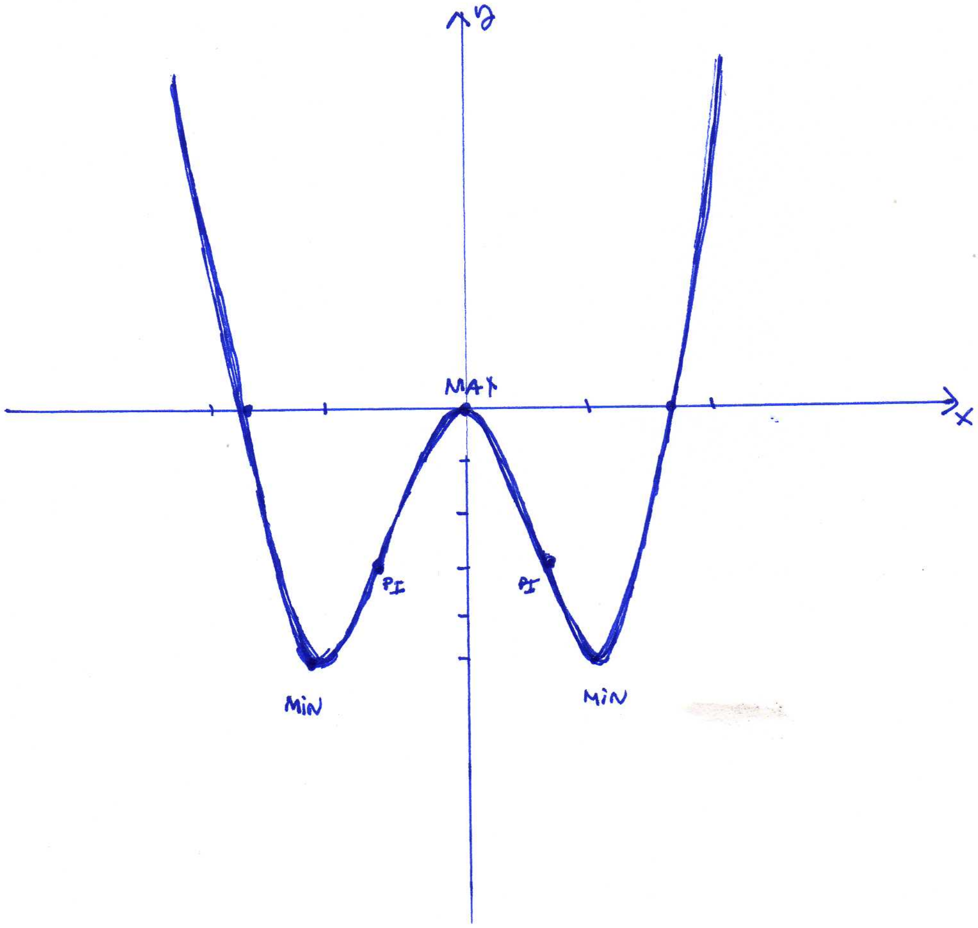
Posible punto de inflexión: ($y''=0$) $x^2 = \frac{16}{36} \Rightarrow x = \frac{\pm 4}{6} = \frac{\pm 2}{3}$ //

sig $y'' = 36\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right)$: $+$ ∪ $-\frac{2}{3}$ $-$ ∩ $\frac{2}{3}$ $+$ ∪

P. INFLEXIÓN $\left(-\frac{2}{3}, -2{,}96\right)$ $-0{,}6$

P. INFLEXIÓN $\left(\frac{2}{3}, -2{,}96\right)$ $0{,}6$

CONVEXA $\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ CÓNCAVA $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$



(d) Asíntotas

$\lim_{x \to \pm\infty} 3x^4 - 8x^2 = +\infty$ //