1.-Estudiar las discontinuidades de la siguiente función, clasificándolas en $x=-1$ y $x=2$

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{-2x^2-x+1}{2x^3+6x^2+4x} & x \le -1 \\ \dfrac{6\sqrt{3-x}-12}{6x^2+11x+5} & -1 < x < 2 \\ L(3-x) & 3 > x \ge 2 \end{cases}$$

Estudio $x=-1$ Discontinuidad de salto finito.

1º) $f(-1) = \frac{0}{0} \nexists$

2º) $\lim\limits_{x\to -1^-} \frac{-2x^2-x+1}{2x^3+6x^2+4x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to -1} \frac{-2(x-\frac{1}{2})\cancel{(x+1)}}{2x\cancel{(x+1)}(x+2)} = -\frac{3}{2}$ //

$\lim\limits_{x\to -1^+} \frac{6\sqrt{3-x}-12}{6x^2+11x+5} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to -1^+} \frac{6(\sqrt{3-x}-2)(\sqrt{3-x}+2)}{(x+1)(6x+5)(\sqrt{3-x}+2)} = \lim\limits_{x\to -1^+} \frac{6.(-\cancel{x-1})}{\cancel{(x+1)}(6x+5)(\sqrt{3-x}+2)} =$ $\frac{3}{2}$ // ¡uf! ¡por un poquito no es evitable! :)

Estudio $x=2$ Discontinuidad de salto finito.

1º) $f(2) = L(3-2) = L1 = 0.$

2º) $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{6\sqrt{3-x}-12}{6x^2+11x+5} = \frac{6-12}{51} = \frac{-6}{51} = -\frac{2}{17}$ //

$\lim\limits_{x\to 2^+} L(3-x) = L1 = 0.$

Al ser los limites distintos a finitos sería de salto finito en ambos casos.

1'5

2.-¿Existe algún valor real de K para el cual la función siguiente es continua en x=2 ?. Razona el proceso:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2K.-x}{x^2-4} & x \neq 2 \\ -\dfrac{1}{2} & x = 2 \end{cases}$$

Para que sea continua en $x=2$

1) $f(2) = -\frac{1}{2}$

2) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2k-x}{x^2-4} = \frac{2k-2}{0} \Rightarrow$ Si $k=1$ $(2k-2=0)$ la única forma de no de ∞, es $2k-2=0$

$\lim\limits_{x\to 2} \frac{2-x}{x^2-4} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 2} \frac{-1}{x+2} = -\frac{1}{4}$ //

3) $f(2) = -\frac{1}{2} \neq \lim\limits_{x\to 2} \frac{2-x}{x^2-4} = -\frac{1}{4}$

Como para $k=1$ no coincide el limite con $f(2) \Rightarrow$ por tanto no existe un valor de k para el cual la función sea continua en $x=2$ //

1

3.- Dada la función $f(x) = \frac{-3x}{(1-x)^2}$

a) Determinar la ecuación de la recta tangente a ella en $x_0 = 2$

$$y' = \frac{-3\cdot(1-x)^2 + 2(1-x)\cdot(-3x)}{(1-x)^4} = \frac{-3(1-x)-6x}{(1-x)^3} = \frac{-3+3x-6x}{(1-x)^3} = \frac{-3-3x}{(1-x)^3} \;//$$

$$y - y_0 = \overset{m_{TAG}}{\overset{\parallel}{y'(x_0)}}\,(x - x_0)$$

$x_0 = 2$

$y_0 = y(2) = \frac{-6}{1} = -6 \;//$

$m_{TAG} = y'(2) = \frac{-3-6}{-1} = +9 \;//$

$$y + 6 = +9(x-2) \Rightarrow y + 6 = +9x - 18 \Rightarrow y = -9x - 24 \;//$$

1

b) Determinar los puntos en los que la recta tangente sea horizontal, y la ecuación de la tangente

Tangente horizontal

$\Downarrow$

$m_{TAG} = 0$

$\Downarrow$

$\boxed{y' = 0}$

$y' = \frac{-3-3x}{(1-x)^3} \Rightarrow \frac{-3-3x}{(1-x)^3} = 0 \Rightarrow -3-3x = 0 \Rightarrow x = -1 \;//$

$y_0 = y(-1) = \frac{3}{4} \;//$

Punto: $P(-1, 3/4) \;//$

Ec. tangente: $y - \frac{3}{4} = 0\cdot(x+1) \Rightarrow y = \frac{3}{4} \;//$

0'75

4.- Dada la función $y = 2ax^3 - bx^2 + c$ hallar los valores de a, b y c para que la función corte al eje de ordenadas en $y=-1$, sea tangente a la recta $3x-2y+1 = 0$ en $x=-1$

$y = 2ax^3 - bx^2 + c$

$y' = 6ax^2 - 2bx$

Pase $P(0,-1) \Rightarrow \boxed{y(0) = -1} \Rightarrow c = -1 \;//$

$3x - 2y + 1 = 0$ tangente en $x = -1$

$-2y = -3x - 1$

$y = \underset{m}{\frac{3}{2}}x + \frac{1}{2}$

$m = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{y'(-1) = \frac{3}{2}}$ (I)

Pase $Q(-1,-1)$ $\boxed{y(-1) = -1}$ (II)

Si $x = -1 \Rightarrow y = -1$.

$$\begin{array}{ll} \text{(I)} & 6a + 2b = \frac{3}{2} \\ \text{(II)} & -2a - b - 1 = -1 \end{array} \Bigg\} \quad \begin{array}{l} 12a + 4b = 3 \\ -2a - b = 0 \end{array} \Bigg\} \quad \begin{array}{l} 12a + \cancel{4b} = 3 \\ -8a - \cancel{4b} = 0 \\ \hline 4a = 3 \quad a = 3/4 \;// \end{array}$$

$b = -2a$

$b = -3/2 \;//$

1'5

$$y = L_n\left(\frac{\sqrt{tag3x}}{6^{\frac{1-x}{2}}.sen^2x}\right)$$

$$y = \frac{1}{2}L(tg\,3x) - \frac{1-x}{2}L6 - 2\,L\,sen\,x$$

$$y' = \frac{1}{2\,tg\,3x.} \cdot (1+tg^2 3x) \cdot 3 + \frac{1}{2}L6 - \frac{2}{sen\,x} \cdot cos\,x.$$

0'75

$$y' = \frac{3(1+tg^2 3x)}{2\,tg\,3x} + \frac{1}{2}L6 - 2\,cotg\,x \quad //$$

$$y = sen^2\left(\frac{2}{cos\sqrt{x}}\right)$$

$$y' = 2\,sen\left(\frac{2}{cos\sqrt{x}}\right) \cdot cos\left(\frac{2}{cos\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{-\cancel{2}}{cos^2\sqrt{x}} \cdot (-sen\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}}$$

$$y' = \frac{2}{\sqrt{x}}\,sen\left(\frac{2}{cos\sqrt{x}}\right) cos\left(\frac{2}{cos\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{tg\sqrt{x}}{cos\sqrt{x}} \quad //$$

$$y = arctag\sqrt{\frac{e^{-x}}{1+e^{x}}}$$

0'75

$$y' = \frac{1}{1+\frac{e^{-x}}{1+e^{x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{e^{-x}}{1+e^{x}}}} \cdot \frac{-e^{-x}\cdot(1+e^{x}) - e^{-x}\cdot(e^{x})}{(1+e^{x})^2}$$

$$y' = \frac{\cancel{1+e^{x}}}{1+e^{x}+e^{-x}} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{1+e^{x}}}}{2\sqrt{e^{-x}}} \cdot \frac{-e^{-x}-1-1}{\cancel{\sqrt{(1+e^{x})^2}}}$$

multiplicar

$$y' = \frac{-e^{-x}-2}{(1+e^{x}+e^{-x}).2\sqrt{e^{-x}+1}} \quad //$$

0'75

0'75