

## Movimiento. Magnitudes físicas del movimiento

1. Posición de un móvil.
2. Vector desplazamiento.
3. Velocidad media e instantánea.
4. Aceleración. Componentes intrínsecas.

- 1.- El vector de posición de un móvil en un determinado punto de su trayectoria es  $\vec{r} = \vec{i} + 2\vec{j}$ . Indica su distancia al origen de coordenadas.

**Sol.:**  $\sqrt{5}$  m

- 2.- Al cabo de 1 segundo el vector de posición de un móvil es  $\vec{r}_1$  (2,3), y cuatro segundos más tarde  $\vec{r}_2$  (5,1). Calcula:

- a) El vector desplazamiento  $\Delta\vec{r}$ .      b)  $\vec{v}_m$ ;      c)  $v_m$

**Sol.:** a)  $3\vec{i} - 2\vec{j}$ ;      b)  $4/3\vec{i} - 1/2\vec{j}$ ;      c)  $\sqrt{13}/4$  (m/s)

- 3.- La posición de un móvil viene dado por  $\vec{r} = 2t^2\vec{i} - (t-1)\vec{j} + 3\vec{k}$ . Calcula:

- a) El vector de posición para  $t=2$ s.  
 b) Distancia al origen de coordenadas para  $t=2$ s  
 c) Desplazamiento entre  $t=2$  y  $t=4$ s.  
 d) La velocidad a los 2s.  
 e) La velocidad media entre  $t=0$  y  $t=2$ s  
 f) La aceleración para  $t=2$ s.

**Sol.:** a)  $r = 8\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ;      b)  $\sqrt{74}$       c)  $24\vec{i} - 2\vec{j}$       d)  $8\vec{i} - \vec{j}$   
 e)  $4\vec{i} - \vec{j}$       f)  $4\vec{i}$

- 4.- El vector de posición de un movimiento es  $\vec{r} = (t-1)^2\vec{i} + t^3\vec{j} - 4\vec{k}$ . Calcula:

- a) La velocidad para  $t=2$ s.  
 b) La velocidad media entre el instante inicial y el instante  $t=2$ s.  
 c) La aceleración para  $t=2$ s.

**Sol.:** a)  $2\vec{i} + 12\vec{j}$ ;      b)  $-4\vec{i}$ ;      c)  $2\vec{i} + 12\vec{j}$

- 5.- El vector de posición de un movimiento es  $\vec{r} = (2t+1)\vec{i} - 3t\vec{j}$ . Determina:

- a) La ecuación de la trayectoria.  
 b) La posición para  $t=3$ s  
 c) ¿De qué tipo de movimiento se trata?

**Sol.:** a)  $y = 3/2(1-x)$ ;      b)  $7\vec{i} - 9\vec{j}$

- 6.- Las ecuaciones del movimiento de una partícula son:  $x=t^2 + 1$ ;  $y=2t-2$ . Determinar:

- a) La ecuación vectorial del movimiento.  
 b) La posición para  $t=3$ s  
 c) La velocidad para  $t=3$ s  
 d) ¿Que tipo de movimiento describe respecto al eje X, y al eje Y?

**Sol.:** a)  $(t^2+1)\vec{i} + (2t-2)\vec{j}$  m      b)  $10\vec{i} + 4\vec{j}$ ;      c)  $6\vec{i} - 2\vec{j}$  m/s

- 7.- La velocidad de un móvil en el instante  $t=5$ s es  $\vec{v}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$  m/s y en  $t=10$ s,  $\vec{v}_2 = 7\vec{i} + 6\vec{j}$  m/s. Calcula la  $\vec{a}_m$  y  $a_m$ .

**Sol.:**  $\vec{i} + \vec{j}$  m/s<sup>2</sup>;  $\sqrt{2}$  m/s<sup>2</sup>

8.- La ecuación de un movimiento rectilíneo es  $s=t^3 + 2t^2 - 1$  (m).

- Es la ecuación de la trayectoria?
- Calcula el espacio recorrido a los 4 s.
- Halla la velocidad y la aceleración en el instante  $t=2$ s.

**Sol.:** b) 95 m; c) 20 m/s, 16 m/s<sup>2</sup>

9.- La trayectoria descrita por un móvil viene definida por el vector de posición:  $\vec{r} = 4t \vec{i} + 2t^2 \vec{j}$  m

Calcular:

- Los vectores velocidad y aceleración para  $t=1$  s
- Las componentes intrínsecas de la aceleración
- El radio de curvatura
- La velocidad media entre los instantes  $t=1$  s y  $t=3$  s
- La aceleración media entre los instantes  $t=1$  s y  $t=3$  s

**Sol:** a)

10.- Una partícula se mueve a lo largo de una curva cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$x = 2t^2 \quad y = t^2 - 4t \quad z = 2t - 5$$

Calcular:

- Velocidad y aceleración para  $t=1$ s
- Aceleración tangencial y normal para  $t=1$ s
- Radio de curvatura para  $t=1$ s

**Sol:** a)

11.- Las posiciones que ocupa un móvil en su movimiento vienen dadas por las siguientes ecuaciones:  $x = t^2 + 2t - 5$   $y = t + 1$   $z = t^3 + 2t$

Calcular para  $t=2$ s:

- Módulo del vector de posición del móvil
- Módulo de la velocidad y la aceleración
- Aceleración tangencial, normal y radio de curvatura.

**Sol:** a) 12,73 m ; b) 15,26 m/s ; 12,16 m/s<sup>2</sup> c)  $a_t=11,8$  m/s<sup>2</sup> ;  $a_n=3$  m/s<sup>2</sup> ; 77,6 m

12.- La trayectoria descrita por un móvil viene definida por el vector de posición:

$$\vec{r} = 4t^3 \vec{i} + (2t^2 + 3t) \vec{j} \text{ m}$$

Calcular:

- La velocidad y aceleración para  $t=2$  s
- Las componentes intrínsecas de la aceleración para  $t=2$  s
- La velocidad y aceleración medias entre los instantes  $t=1$  s y  $t=4$  s

**Cuestiones de Mvto.**

- 1.- ¿Qué diferencia hay entre desplazamiento y espacio recorrido?
- 2.- ¿Pueden ser iguales en todo momento la velocidad media y la instantánea en algún movimiento? ¿En qué caso?
- 3.- Puede haber aceleración sin que cambie el valor de la velocidad?
- 4.- Explica qué tipo de movimiento describiría un cuerpo si:
  - a)  $\vec{a}_t$  es constante y  $\vec{a}_c$  es cero
  - b)  $\vec{a}_c$  es constante y  $\vec{a}_t$  es cero
  - c) Ambas son cero.
- 5.- ¿Podría un cuerpo tener celeridad constante y velocidad variable
- 6.- ¿Podría un cuerpo tener velocidad constante y celeridad variable
- 7.- ¿Puede cambiar la dirección de la velocidad de un cuerpo si su aceleración es constante?
- 8.- ¿Puede cambiar el sentido de la velocidad de un cuerpo si su aceleración es constante?
- 9.- ¿Podría un cuerpo moverse hacia la derecha si su aceleración se dirige hacia la izquierda?
- 10.- ¿Puede ser negativo el módulo de la velocidad? ¿Y el de la aceleración?

**EJERCICIOS:**

- 1.-Un móvil se mueve con  $\vec{r} = 3t \vec{i} + (2t^2 + 3) \vec{j}$  (m). Calcular:
  - a) Vector de posición inicial.
  - b) Ídem a los 5 segundos.
  - c) Vector desplazamiento en el intervalo  $t=0$  y  $t=5$  s, y su módulo.
  - d) Ecuaciones paramétricas.
  - e) Ecuación de la trayectoria.
- 2.-Las ecuaciones paramétricas para el movimiento de una partícula son, en unidades del S.I.:  $x = t + 1$ ;  $y = t^2$ .  
Escribe la expresión del vector de posición y halla la ecuación de la trayectoria.
- 3.-La Ecuación del movimiento de un objeto viene dada por:  $\vec{r} = 3\vec{i} + 2t\vec{j}$  (m). Calcula:
  - a) la ecuación de la Trayectoria
  - b) Vector de posición en  $t=0$  y en  $t=4$  s.
  - c) Vector desplazamiento para ese intervalo. ¿Coincide el módulo del vector desplazamiento con la distancia recorrida? Razona por qué.
- 4.-El vector de posición de una partícula en cualquier instante viene dado por  $\vec{r} = 5t^2\vec{i} + 6t\vec{j}$ , donde  $\vec{r}$  se expresa en metros y  $t$  en segundos. Calcula la velocidad con que se mueve la partícula en cualquier instante y su módulo en el instante  $t=2$  s.
5. El movimiento de una partícula viene dado por  $\vec{r} = 2t\vec{i} + (5-t^2)\vec{j}$  (m). Calcula:
  - a) Ecuaciones paramétricas.
  - b) Dibuja aproximadamente la trayectoria que describe el movimiento.
  - c) Desplazamiento durante el tercer segundo de su movimiento.
- 6.-La ecuación del movimiento de un objeto es:  $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j}$  (m). Calcula:
  - a) Velocidad media entre  $t=2$  s y  $t=5$  s.
  - b) Módulo del vector velocidad media entre  $t=2$  s y  $t=5$  s.
  - c) Velocidad instantánea y su módulo.
  - d) Velocidad en  $t=3$  s y su módulo.
- 7.- La ecuación de movimiento de un móvil es  $\vec{r} = (2t - 4)\vec{i} + (t^2 - 3t)\vec{j}$  (m). Calcular:
  - a) Vector de posición inicial.
  - b) Ídem a los 3 segundos.
  - c) Vector desplazamiento en el intervalo  $t=0$  y  $t=3$  s, y su módulo.
  - d) Ecuaciones paramétricas.
  - e) Ecuación de la trayectoria.
- 8.-Las posiciones que ocupa un móvil vienen dadas por:  $x = 1/2t^2 - 3$  ;  $y = t - 2$  (m). Averiguar:
  - a) Vector de posición del móvil a los dos segundos.
  - b) Ecuación de la trayectoria.
  - c) Velocidad a los dos segundos y el valor del módulo en ese instante.
- 9.-La ecuación del movimiento de un móvil es:  $\vec{r} = (6t^3 + 8t^2 + 2t - 5)\vec{i}$  (m). Calcular:
  - a) El valor del vector de posición, el vector velocidad y el vector aceleración para  $t=3$  s.
  - b) Módulo de cada uno de los vectores.
- 10.- Un móvil se mueve sobre un plano, las componentes de la velocidad son,  $v_x = t^2$  (m/s);  $v_y = 2$  m/s. Calcular:
  - a) Aceleración media durante el primer segundo.
  - b) Vector aceleración y su módulo para  $t = 1$  s.
  - c) El módulo de las aceleraciones tangencial y normal para  $t=1$  s.
  - d) El radio de curvatura de la trayectoria para  $t = 1$  s.
- 11.-Un punto en su movimiento tiene la siguiente ecuación de movimiento  $\vec{r} = t^3\vec{i} + 2t^2\vec{j}$  (m). Si la aceleración normal del punto al cabo de 2 s es de  $16,2 \text{ m/s}^2$ . ¿Cuál es el radio de curvatura de la trayectoria en ese punto?

**12.-**La posición de un punto que se mueve en línea recta a lo largo del eje de abscisas (eje horizontal varía con el tiempo, según la ecuación:  $x = 4t^2 - 3t + 11$ , donde  $x$  se expresa en metros y  $t$  en segundos.

- Calcula la velocidad y la aceleración con que se mueve el punto en cualquier instante.
- Valor de la velocidad y aceleración para  $t=2$  s y  $t=3$  s.

**13.-**Calcular la velocidad y la aceleración de un móvil conociendo la ecuación del movimiento del mismo:

$$\vec{r} = (t - 5) \vec{i} + (2t^3 - 3t) \vec{j} \text{ (m)}.$$

**14.-**La posición de una partícula, viene dada por las siguientes ecuaciones paramétricas (S.I.):

$$x = t^2; y = 3t; z = 5$$

Hallar la posición, velocidad y aceleración de la partícula a los 2 s.

**15.-**El vector de posición de un punto es  $\vec{r} = (t + 1) \vec{i} + t^2 \vec{j} + (t^4 - 4t^2) \vec{k}$  (m). Calcular:

- Posición, velocidad y aceleración en  $t=2$  s (vector y módulo).
- Velocidad media entre  $t=2$  s y  $t=5$  s y su módulo.

**SOLUCIONES: Problemas 1 al 15:**

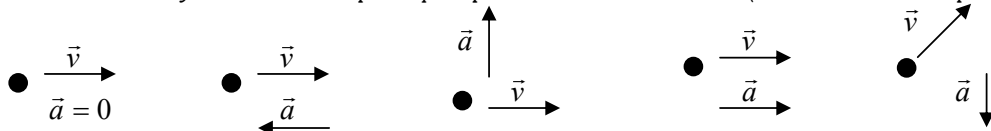
- $\vec{r}_0 = 3 \vec{j} \text{ m}$  ;
  - $\vec{r}(5) = 15 \vec{i} + 53 \vec{j} \text{ m}$  ;
  - $\Delta \vec{r} = 15 \vec{i} + 50 \vec{j} \text{ m}$  ,  $\Delta r = 52,2 \text{ m}$  ;
  - $x = 3t \text{ (m)}$  ,  $y = 2t^2 + 3 \text{ (m)}$
  - $y = 2/9 x^2 + 3$
- $\vec{r}(t) = (t + 1) \vec{i} + t^2 \vec{j}$  ;  $y = x^2 - 2x + 1$
- $x = 3$  ;
  - $\vec{r}_0 = 3 \vec{i} \text{ m}$  ,  $\vec{r}(4) = 3 \vec{i} + 8 \vec{j} \text{ (m)}$  ;
  - $\Delta \vec{r} = 8 \vec{j} \text{ m}$  ,  $\Delta r = 8 \text{ m}$ . Coinciden
- $\vec{v} = 10t \vec{i} + 6 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$  ;  $\vec{v}(2) = 20 \vec{i} + 6 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$  ;  $v = 20,88 \text{ m s}^{-1}$
- $x = 2t \text{ (m)}$  ,  $y = 5 - t^2 \text{ (m)}$  ;
  - La curva es una parábola ;
  - $\Delta \vec{r} = \vec{r}(3) - \vec{r}(2) = 2 \vec{i} - 5 \vec{j} \text{ m}$ .
- $\vec{v}_m = 21 \vec{i} + 2 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$  ;
  - $v = 21,1 \text{ m s}^{-1}$  ;
  - $\vec{v}(t) = 6t \vec{i} + 2 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$   $v = \sqrt{36t^2 + 4} \text{ m s}^{-1}$
  - $\vec{v}(3) = 18 \vec{i} + 2 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$  ,  $v(3) = 18,11 \text{ m s}^{-1}$
- $\vec{r}_0 = -4 \vec{i} \text{ m}$  ;
  - $\vec{r}(3) = 2 \vec{i} \text{ m}$  ;
  - $\Delta \vec{r} = 6 \vec{i} \text{ m}$  ,  $\Delta r = 6 \text{ m}$  .
  - $x = 2t - 4 \text{ m}$  ,  $y = t^2 - 3t \text{ m}$
  - $y = 1/4 x^2 + 1/2 x - 2 \text{ (m)}$
- $\vec{r}(2) = -\vec{i} \text{ m}$  ;
  - $y = \sqrt{2x+6} - 2$  ; o también  $x = 1/2 y^2 + 2y - 1$
  - $\vec{v}(2) = 2 \vec{i} + \vec{j} \text{ m s}^{-1}$  ;  $v(2) = 2,24 \text{ m s}^{-1}$
- $\vec{r}(3) = 235 \vec{i} \text{ m}$  ,  $\vec{v}(3) = 212 \vec{i} \text{ m s}^{-1}$  ,  $\vec{a}(3) = 124 \vec{i} \text{ m s}^{-2}$  ;
  - $r(3) = 235 \text{ m}$  ,  $v(3) = 212 \text{ m s}^{-1}$  ,  $a(3) = 124 \text{ m s}^{-2}$
- $\vec{a}_m = \vec{i} \text{ m s}^{-2}$  ;
  - $\vec{a}(t) = 2t \vec{i} \text{ m s}^{-2}$  ,  $a(1) = 2 \text{ m s}^{-2}$  ;
  - $a_t(1) = 0,894 \text{ m s}^{-2}$  ,  $a_n(1) = 1,789 \text{ m s}^{-2}$
  - $R(1) = 2,79 \text{ m}$ .
- $R = 12,84 \text{ m}$ .
- $\vec{r}(t) = 4t^2 - 3t + 11 \text{ (m)}$  ;
  - $\vec{v}(t) = (8t - 3) \vec{i} \text{ m s}^{-1}$  ,  $\vec{a} = 8 \vec{i} \text{ m s}^{-2}$  ;
  - $\vec{v}(2) = 13 \vec{i} \text{ m s}^{-1}$  ,  $\vec{v}(2) = 21 \vec{i} \text{ m s}^{-1}$  ;  $\vec{a}(2) = \vec{a}(3) = 8 \vec{i} \text{ m s}^{-2} = \text{cte}$ .
- $\vec{v}(t) = \vec{i} + (6t^2 - 3) \vec{j} \text{ m s}^{-1}$  ,  $\vec{a}(t) = 12t \vec{j} \text{ m s}^{-2}$
- $\vec{r}(2) = 4 \vec{i} + 6 \vec{j} + 5 \vec{k} \text{ m}$  ;  $\vec{v}(2) = 4 \vec{i} + 3 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$  ;  $\vec{a} = 2 \vec{i} \text{ m s}^{-2}$
- $\vec{r}(2) = 3 \vec{i} + 4 \vec{j} \text{ m}$  ,  $r(2) = 5 \text{ m}$  ;  $\vec{v}(2) = \vec{i} + 4 \vec{j} + 16 \vec{k} \text{ m s}^{-1}$  ,  $v(2) = 16,52 \text{ m s}^{-1}$  ;
  - $\vec{a}(2) = 2 \vec{j} + 40 \vec{k} \text{ m s}^{-2}$  ,  $a(2) = 40,05 \text{ m s}^{-2}$  ;
  - $\vec{v}_m = \vec{i} + 7 \vec{j} + 175 \vec{k} \text{ m s}^{-1}$  ,  $v_m = 175,14 \text{ m/s}$

**EJERCICIOS:****Sobre tipos de movimiento**

**16.** ¿Cómo será la trayectoria de un movimiento con las siguientes características?:

- a)  $\vec{a} = 0$       b)  $a_n = 0$       c)  $a_t = 0$  ,  $a_n = \text{cte}$       d)  $a_t = 0$  ,  $a_n$  aumentando  
 e)  $\vec{a} = \text{cte}$  y paralela a  $\vec{v}_0$  ,      f)  $\vec{a} = \text{cte}$  y no paralela a  $\vec{v}_0$  .

**17.** Dibuja la trayectoria aproximada que seguiría en cada caso el punto móvil de la figura, atendiendo a los datos de velocidad inicial y aceleración. Explica qué tipo de movimiento llevará (la aceleración se supone constante).



**18.** Un móvil se mueve con velocidad constante de módulo 2 m/s y formando  $30^\circ$  con el eje y. Cuando comenzamos a estudiar el movimiento, se encuentra sobre el eje x, a 3 m de distancia del origen en sentido positivo. Razona de qué tipo de movimiento se trata y calcula su ecuación de movimiento. ( $\vec{r} = (3+t)\vec{i} + 1,73 t \vec{j}$  m (existen otras soluciones))

**19.-** En un movimiento se sabe que:  $\vec{a}_n = 0$  ,  $\vec{a}_t = 2 \vec{i}$  (m/s<sup>2</sup>), y en el instante inicial se cumple que

$$\vec{v}_0 = 2 \vec{i} \text{ m/s y } \vec{r}_0 = \vec{i} + \vec{j} \text{ m}$$

Razona de qué tipo de movimiento se trata y calcula  $\vec{v}$  y  $\vec{r}$  para cualquier instante.

$$(\vec{r} = (1 + 2t + t^2)\vec{i} + \vec{j} \text{ m ; } \vec{v} = (2 + 2t)\vec{i} \text{ m/s})$$

**20.** De un movimiento sabemos que se encuentra sometido únicamente a la acción de la gravedad, y que inicialmente se encontraba en el origen, moviéndose con una velocidad  $\vec{v}_0 = 3 \vec{i} - \vec{j}$  m/s. Razona de qué tipo de movimiento se trata y calcula  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  para cualquier instante. ( $\vec{r} = 3t\vec{i} + (-t - 5t^2)\vec{j}$  m ;  $\vec{v} = 3\vec{i} + (-1 - 10t)\vec{j}$  m/s)

**Sobre movimientos en una dimensión**

**21.** Un tren que marcha por una vía recta a una velocidad de 72 km/h se encuentra, cuando comenzamos a estudiar su movimiento, a 3 km de la estación, alejándose de ésta. Calcula:

- a) Ecuación de movimiento del tren. ( $\vec{r} = (3000 + 20t)\vec{i}$  m.)  
 b) Tiempo que hace que pasó por la estación, suponiendo que siempre lleva movimiento uniforme. (2 min 30 s.)

**22.** Un ciclista se mueve en línea recta, y acelera pasando de 15 km/h a 45 km/h en 10 s. Calcular, en unidades del S.I.:

- a) Aceleración del ciclista, supuesta constante. ( $\vec{a} = 0,83 \vec{i} \text{ m s}^{-2}$ )  
 b) Distancia recorrida en ese tiempo. ( $\Delta r = 83,2 \text{ m}$ )  
 c) Si pasados esos 10 s, el ciclista frena hasta detenerse en 5 s, calcular la aceleración de frenado y la distancia recorrida desde que comenzó a frenar hasta que se para. ( $\vec{a} = -2,5 \vec{i} \text{ m s}^{-2}$  ,  $\Delta r = 31,25 \text{ m}$ )

**23.-** Un coche que lleva una velocidad de 144 km/h, frena; y después de recorrer 160m se para. Calcular:

- a) La aceleración, supuesta constante. ( $\vec{a} = -5 \vec{i} \text{ m s}^{-2}$ )  
 b) Tiempo invertido por el móvil en el frenado. (8 s)

**24.** Un automóvil circula a 72 km/h. En ese momento, el conductor ve un obstáculo en la carretera y pisa el freno hasta que el coche se detiene. Suponiendo que el tiempo de reacción del automovilista es de 0,5 s, y que la aceleración de frenado es (en módulo) de 5 m/s<sup>2</sup>, calcular:

- a) Distancia recorrida durante el tiempo de reacción (durante ese tiempo aún no ha pisado el freno). (10 m)  
 b) Tiempo total que tarda el coche en detenerse. (4,5 s)  
 c) Distancia total que recorre el coche hasta que se para. (50 m)  
 d) Velocidad y posición del automóvil al cabo de 2 s desde que empezamos a estudiar este movimiento.

$$(\vec{v} = 12,5 \vec{i} \text{ m s}^{-1} ; \vec{r} = 34,38 \vec{i} \text{ m})$$

**25.** Dejamos caer en caída libre un cuerpo desde una torre de 30 m. Despreciando el rozamiento con el aire, calcular:

- a) Tiempo que tarda en llegar al suelo y velocidad con la que llega. ( $t = 2,45 \text{ s}$ ;  $\vec{v} = -24,5 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ )  
 b) Posición y velocidad al cabo de 1,5 s de iniciado el movimiento. ( $\vec{r} = 18,75 \vec{j} \text{ m}$ ;  $\vec{v} = -15 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ )  
 c) Velocidad que lleva cuando su altura es de 15 m. ( $\vec{v} = -17,32 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ )

**26.** Repite el problema anteriores si inicialmente impulsamos hacia abajo la piedra con una velocidad de 10 m/s.

a)  $t = 1,65 \text{ s}$ ;  $\vec{v} = -26,5 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ ; b)  $\vec{r} = 3,75 \vec{j} \text{ m}$ ;  $\vec{v} = -25 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ ; c)  $\vec{v} = -20 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$

**27.** Lanzamos una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 12 m s<sup>-1</sup>. Despreciamos el rozamiento con el aire. Calcular:

- a) Altura máxima que alcanza y tiempo que tarda en alcanzarla. ( $7,2 \text{ m}$ ;  $1,2 \text{ s}$ )  
 b) Velocidad y posición de la piedra al cabo de 1 s de empezar el movimiento. ( $\vec{v} = 2 \vec{j} \text{ m/s}$ ;  $\vec{r} = 7 \vec{j} \text{ m}$ )  
 c) Tiempo que tarda en llegar de nuevo al suelo y velocidad que lleva en el momento de chocar con él.  
 ( $t = 2,4 \text{ s}$ ;  $\vec{v} = -12 \vec{j} \text{ m/s}$ )

**28.** Lanzamos desde el suelo una piedra verticalmente hacia arriba, alcanzando una altura de 20 m. ¿Con qué velocidad se lanzó? ¿qué tiempo tarda en alcanzar su altura máxima? ( $t = 2 \text{ s}$ ;  $\vec{v}_0 = 20 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ )

**29.** Una grúa eleva a un albañil con una velocidad vertical de 2 m/s. Cuando se halla a 10 m sobre el suelo, se le cae el bocado. Calcular el tiempo que tarda el bocado en llegar al suelo y con qué velocidad lo hará.

( $t = 1,63 \text{ s}$ ;  $\vec{v} = -14,3 \vec{j} \text{ m/s}$ )

**30.** Desde un globo aerostático que asciende con una velocidad de 5 m/s se suelta uno de los sacos de lastre. Si desde que se suelta hasta que llega al suelo transcurren 10 s, calcula la altura a la que se encontraba el globo en el momento de la caída. ( $450 \text{ m}$ )

**31.** Un objeto se desplaza sobre el eje x con un movimiento que viene dado por  $x = 4t - t^2$  (S.I.). Calcular:

- a) ¿En qué instante se invierte el sentido del movimiento? ( $A \text{ los } 2 \text{ s.}$ )  
 b) ¿Cuál es la posición del móvil en ese instante? ( $4 \vec{i} \text{ m}$ )

**32.** En una etapa contrarreloj, un ciclista circula a 30 km/h. A 1 km por delante de él marcha otro ciclista a 20 km/h.

- a) Calcular el tiempo que tardan en encontrarse y su posición en ese instante. ( $361 \text{ s}$ ,  $3007 \vec{i} \text{ m}$ )  
 b) Resolver el problema suponiendo que los dos ciclistas circulan en sentidos opuestos. ( $72 \text{ s}$ ,  $600 \vec{i} \text{ m}$ )

**33.** Un guepardo ve a una gacela a 150 m de distancia, y emprende una rápida carrera para cazarla. En ese mismo instante la gacela se da cuenta y huye hacia unos matorrales, situados a 280 m de la gacela, que pueden servirle de refugio. Suponiendo ambos movimientos como uniformes (velocidad del guepardo: 108 km/h, velocidad de la gacela: 72 km/h) ¿Quién sale ganando en esta lucha por la supervivencia? (*La gacela*)

**34.** Un arquero que está al pie de una torre de 40 m, dispara una flecha verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 25 m s<sup>-1</sup>. En el instante del disparo dejan caer desde la torre una piedra en caída libre:

- a) Escribir las ecuaciones de ambos movimientos. ( $\vec{r}_1 = (25t - 5t^2) \vec{j} \text{ m}$ ,  $\vec{r}_2 = (40 - 5t^2) \vec{j} \text{ m}$ )  
 b) Calcular la altura a la que se cruzan la piedra y la flecha. ( $27,2 \text{ m}$ )  
 c) Calcular la velocidad que lleva cada una en el momento del cruce. ( $\vec{v}_1 = 9 \vec{j} \text{ m/s}$ ,  $\vec{v}_2 = -16 \vec{j} \text{ m/s}$ )  
 d) Calcular el tiempo que tarda la flecha en volver de nuevo al suelo. ( $5 \text{ s.}$ )

### Movimientos en dos dimensiones:

**35.** Una barca cruza un río de 1000 m de ancho navegando siempre perpendicular a la orilla. Si la velocidad media que imprime el motor a la barca es de 25 km/h y el río fluye a 1,5 m/s.

- a) ¿Qué distancia a lo largo del río habrá recorrido la barca cuando llegue al otro lado? ( $216,14 \text{ m}$ )  
 b) ¿Con qué orientación debería navegar para llegar a la otra orilla justo enfrente de donde salió?  
 (Con una  $\vec{v} = -1,5 \vec{i} + 6,94 \vec{j} \text{ m/s}$ )

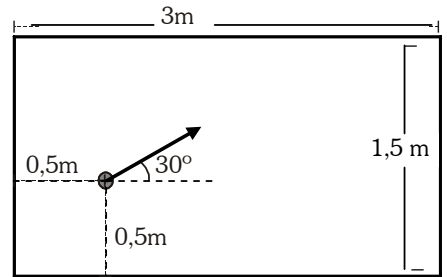
**36.** Jugando al billar, golpeamos la bola, que se encuentra inicialmente en el punto que indica la figura, imprimiéndole una velocidad de 1 m/s en la dirección dibujada. Despreciamos el rozamiento.

a) Calcule razonadamente la ecuación de movimiento de la bola.

$$(\vec{r} = (0,5 + 0,87t) \vec{i} + (0,5 + 0,5t) \vec{j} \text{ m})$$

b) Calcule en qué punto de la banda rebota la bola.

(Rebota a 2,24 m de la banda izquierda)



**37.** Una pelota rueda por un tejado que forma 30° con la horizontal, de forma que cuando cae por el alero lo hace con una velocidad de 5 m/s. La altura del alero desde el suelo es de 20 m. Calcular:

a) Tiempo que tarda en caer al suelo.

$$(t = 1,76 \text{ s.})$$

b) Velocidad con la que llega la pelota al suelo.

$$(\vec{v} = 4,33 \vec{i} - 20,1 \vec{j} \text{ m/s})$$

c) Repetir el problema suponiendo la misma velocidad de salida, pero un tejado horizontal.

$$(t = 2 \text{ s}; \vec{v} = 5 \vec{i} - 20 \vec{j} \text{ m/s})$$

**38.** Un portero de fútbol saca de portería de modo que la velocidad inicial del balón forma 30° con la horizontal y su módulo es de 20 m/s. Despreciando el rozamiento con el aire, calcule:

a) ¿A qué distancia del punto de lanzamiento tocará el balón el césped?

$$(x = 34,64 \text{ m})$$

b) Altura máxima que alcanza el balón y tiempo que tarda en alcanzar esa altura máxima.

$$(5 \text{ m}, 1 \text{ s})$$

c) Repetir los dos apartados anteriores suponiendo que el balón sale con un ángulo de 45° con el suelo.

$$(40 \text{ m}, 10 \text{ m}, 1,4 \text{ s})$$

**39.** Un mortero dispara proyectiles con un ángulo de 60° con la horizontal.

a) ¿Con qué velocidad debe lanzar el proyectil para hacer impacto en una trinchera situada a 200 m? ( $v_0 = 48 \text{ m/s}$ )

b) Si a los 190 m del punto de disparo existe una casa de 20 m de altura, ¿conseguirá proteger ese obstáculo la trinchera?

$$(Sí, choca a 15,6 \text{ m de altura})$$

**40.** Desde la terraza de un edificio de 50 m de altura se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad de 5 m/s. Calcula:

a) ¿Qué anchura deberá tener la calle para que esa piedra no choque contra el edificio situado enfrente? ( $> 15,81 \text{ m}$ )

b) ¿Cuánto tiempo tardará en caer la piedra? ( $3,16 \text{ s}$ )

**41.** Un avión vuela horizontalmente con una velocidad de 360 km/h a una altura de 500 m. Al pasar por la vertical de un punto A suelta una bomba. Calcula:

a) ¿Cuánto tiempo tardará en llegar la bomba al suelo? ( $10 \text{ s}$ )

b) ¿A qué distancia del punto A se producirá la explosión? ( $1000 \text{ m}$ )

c) ¿Con qué velocidad llegará la bomba al suelo? ( $\vec{v} = 100 \vec{i} - 100 \vec{j} \text{ m s}^{-1}$ )

**42.** Jesús Navas lanza hacia Kanouté (que se encuentra 30 m por delante) un balón en profundidad formando un ángulo de 37° con la horizontal y a una velocidad inicial de 24 m/s. Kanouté arranca a correr con movimiento uniforme en el mismo instante del lanzamiento. ¿Qué velocidad debe llevar para alcanzar al balón en el momento en que éste toque el suelo? ( $8,8 \text{ m/s}$ )

**43.** Un bombardero está haciendo una pasada sobre un destructor a una altura de 300 m. La velocidad del avión es 480 km/h. ¿De cuánto tiempo dispone el destructor para cambiar su rumbo una vez que han sido soltadas las bombas? ( $7,75 \text{ s}$ )

**44.** Un saltador de longitud salta 8 m cuando lo hace con un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuánto saltaría, en las mismas condiciones, si lo hiciera con un ángulo de 45°? ( $9,05 \text{ m}$ , salta con una rapidez de  $9,6 \text{ m/s}$ )

**45.** Un jugador de baloncesto desea conseguir una canasta de 3 puntos. La canasta está situada a 3,05 m de altura y la línea de tres puntos a 6,25 m de la canasta. Si el jugador lanza desde una altura de 2,20 m sobre el suelo y con un ángulo de 60°, calcula la velocidad inicial del balón para conseguir canasta. ( $v_0 = 8,85 \text{ m/s}$ ;  $\vec{v}_0 = 4,42 \vec{i} + 7,66 \vec{j} \text{ m/s}$ )

**46.** Un avión de salvamento que vuela a una altura de 100 m y a una velocidad de 100 m/s tiene que lanzar un paquete de provisiones a unos naufragos que se encuentran en una balsa. Calcular:

a) desde qué distancia horizontal hasta la balsa tienen que soltar el paquete para que éste caiga al mar 10 m antes de la balsa. (*Desde 457,2 m*)

b) Velocidad con que el paquete llega al mar. ( $\vec{v} = 100 \vec{i} - 44,7 \vec{j} \text{ m/s}$ )

**47.** Un bombardero que vuela a 150 m de altura y a una velocidad de 300 km/h tiene que destruir un tanque que avanza a 36 km/h. Para ello tiene que soltar una bomba desde cierta distancia antes de encontrarse a su altura. Calcular la distancia horizontal hasta el tanque desde la que tiene que soltar la bomba el avión. (*Desde 402 m aprox.*)

### Movimientos circulares:

**48.** Una rueda de 0,5 m de radio gira a 20 rad/s. Calcular:

- a) Periodo, frecuencia del movimiento (*0,315 s , 3,18 Hz*)
- b) Ecuación del movimiento ( *$\theta = 20 t \text{ rad}$* )
- c) Tiempo que tarda en dar 100 vueltas completas (*31,4 s*)
- d) Ángulo recorrido en 5 minutos. (*6000 rad*)
- e) Velocidad de un punto: 1) del exterior, 2) a 25 cm del centro. (*10 m/s , 5 m/s*)

**49.** Un coche toma una curva con forma de circunferencia de 50 m de radio de curvatura con una rapidez constante de 72 km/h. Calcular:

- a) Aceleración tangencial y normal de este movimiento. (*0 , 8 m/s<sup>2</sup>*)
- b) Velocidad angular y ecuación de movimiento. (*0,4 rad/s ,  $\theta = 0,4 t \text{ rad}$* )
- c) Periodo y frecuencia, si el movimiento describiera una circunferencia completa. (*15,7 s , 0,064 Hz*)

**50.** El periodo del M.C.U. de un disco es de 5 s. Calcular:

- a) Frecuencia, velocidad angular (*0,2 Hz , 1,257 rad/s*)
- b) Ecuación de movimiento. ( *$\theta = 1,257 t \text{ rad}$* )
- c) Velocidad de un punto del disco a 10 cm del centro. (*0,13 m/s*)
- d) Aceleración lineal (tangencial) de dicho punto. (*0,158 m/s<sup>2</sup>*)
- e) Ángulo y distancia recorrida por el punto anterior en 1 minuto. (*75,42 rad , 7,542 m*)

**51.** Los discos que se usan en los tocadiscos (los LP) giran a un ritmo de 33 rpm (revoluciones por minuto). Calcular:

- a) Velocidad angular, frecuencia y periodo. (*3,46 rad/s , 0,55 Hz , 1,82 s*)
- b) Ecuación de movimiento. ( *$\theta = 3,46 t \text{ rad}$* )
- c) Tiempo que tardará el disco en girar 100 rad. (*28,9 s*)
- d) Velocidad y aceleración de un punto situado: 1) a 15 cm del centro (*0,52 m/s , 1,8 m/s<sup>2</sup>*)  
2) en el centro. (*0 m/s , 0 m/s<sup>2</sup>*)

**52.-**Una sierra eléctrica gira con una velocidad de 1000 rpm. Al desconectarla, se acaba parando en 5 s. Calcular:

- a) La aceleración angular de frenado. (*- 20,94 rad/s<sup>2</sup>*)
- b) La aceleración lineal de los dientes de la hoja si ésta tiene un diámetro de 30 cm. (*- 3,14 m/s<sup>2</sup>*)

**53.-**Un motor es capaz de imprimir una velocidad angular de 3000 rpm a un volante en 10 s cuando parte del reposo. Calcular:

- a) La aceleración angular del proceso. (*31,42 rad/s<sup>2</sup>*)
- b) ¿Cuántos radianes gira el volante en el tiempo anterior? (*1571 rad, aprox. 250 vueltas*)

**54.-**Un volante gira a 3000 rpm y mediante la acción de un freno se logra detenerlo después de dar 50 vueltas. Calcula:

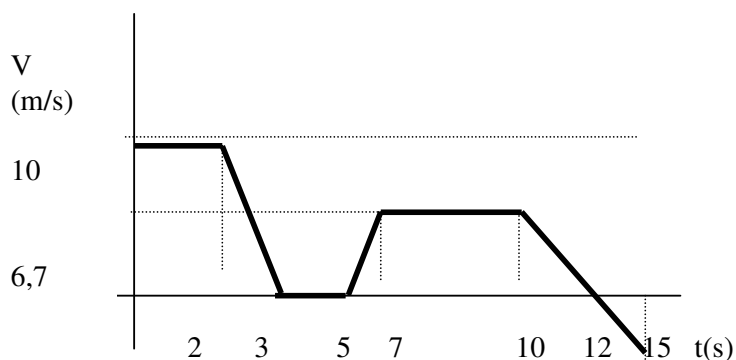
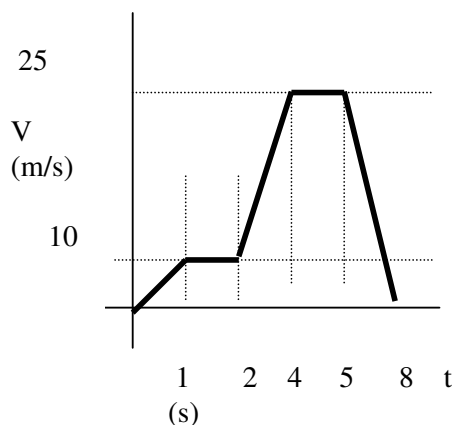
- a) ¿Qué tiempo empleó en el frenado? (*2 s*)
- b) ¿Cuánto vale su aceleración angular? (*- 157,1 rad/s<sup>2</sup>*)

**55.-**La velocidad angular de un motor aumenta uniformemente desde 300 rpm hasta 900 rpm mientras el motor efectúa 50 revoluciones. Calcula:

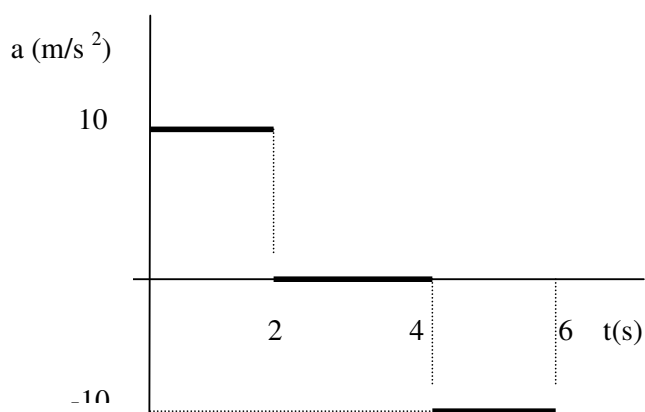
- a) ¿Qué aceleración angular posee? (*12,6 rad/s<sup>2</sup>*)
- b) ¿Cuánto tiempo se empleó en el proceso? (*5 s*)

## Hoja 2 Problemas: MOVIMIENTOS Y GRÁFICAS

- El vector de posición de una partícula viene dado por la expresión  $\mathbf{r}=(t+5)\mathbf{i}+(t^2+4t+1)\mathbf{j}$  calcula la ecuación de la trayectoria del cuerpo, la velocidad del móvil para  $t=5$  s y la aceleración del móvil. ¿Qué podemos decir de este movimiento?
- Un punto móvil tiene de coordenadas  $x=5+t$ ,  $y=4t^2-t+1$  en el S.I. calcular a) la velocidad media en el intervalo  $t_1=2$  s,  $t_2=5$  s, b) La velocidad inicial, c) La ecuación de la trayectoria.
- La ecuación del movimiento rectilíneo de un cuerpo viene dada por la expresión:  $s = 3t^2+4t+1$  a) ¿Cual es la expresión de la velocidad? ; b) ¿Puedes expresarla en forma vectorial? ; c) ¿Tiene aceleración? , ¿de qué tipo? , ¿puedes calcularla? , ¿y expresarla en forma vectorial? ; d) ¿Cual es su velocidad inicial? ; e) Calcula su velocidad y aceleración, si la hay, en  $t= 5$  s. ; f) Calcula la aceleración media entre  $t=1$  s y  $t=2$  s. ; g) Representa las gráficas del movimiento. ¿Qué conoces sobre él?
- El vector de posición de un móvil es:  $\mathbf{r} = 3t^2.\mathbf{i} + (2t+1).\mathbf{j}$  . Calcula para  $t= 3$  s : a) El vector velocidad y su módulo. b) El vector aceleración y su modulo. e) Indica lo que conoces sobre el movimiento y clasifícalo. f) Representa las gráficas del movimiento.
- El vector de posición de un móvil es  $\mathbf{r} = t^3\mathbf{i}-4t^2\mathbf{j}+(3t-2)\mathbf{k}$  m . Calcula el vector velocidad instantánea en el momento en que su aceleración es de  $10 \text{ m/s}^2$ .
- Dadas las ecuaciones de un movimiento  $x=2t+1$ ,  $y=t^2+2$ ,  $z=t$  determinar la velocidad media entre  $t= 2$  s y  $t=3$  s .La velocidad y la aceleración para  $t= 1$  s .Determinar también las componentes de un vector unitario tangente a la trayectoria para cualquier instante y para  $t=1$  s.
- La ecuación de un movimiento es  $S=6t^3-8t^2+2t-5$  m calcula el espacio recorrido al cabo de 3s y la velocidad y la aceleración en ese momento ¿qué espacio recorre el móvil durante el tercer segundo y cual es su aceleración en este intervalo?
- ¿En qué instante tendrán la misma velocidad dos móviles cuyas respectivas ecuaciones de movimiento son  $S_1=3t^2+5t+6$  y  $S_2=6t+8$  m?
- Un móvil se desplaza según el vector  $\mathbf{r}=(t^3+t+2)\mathbf{i}+(t+1)\mathbf{j}$  m determina su aceleración media entre  $t=1$  y  $t=3$  s así como su aceleración instantánea para  $t=1$  s.
- Calcula para  $t=1$  s la aceleración sabiendo que la velocidad del móvil es  $\mathbf{V} = 3t \mathbf{i}+4t \mathbf{j}$  m/s
- Un móvil que parte con velocidad inicial de  $40 \text{ m/s}$ , durante los primeros  $10$  s recibe una aceleración negativa de  $4 \text{ m/s}^2$  y a los  $5$  s siguientes una aceleración negativa de  $2 \text{ m/s}^2$  calcular la distancia recorrida respecto al punto de partida a los  $15$  s y su velocidad final. Dibuja las gráficas  $v/t$  y  $s/t$  correspondientes.
- Partiendo del reposo un móvil adquiere en  $16$  s una velocidad de  $60 \text{ m/s}$  de la siguiente forma: los primeros  $6$  s sigue un movimiento uniformemente acelerado y el resto un movimiento uniforme, calcular la aceleración del cuerpo y el espacio total recorrido.
- El movimiento rectilíneo de un móvil viene descrito por las siguientes gráficas, indica en cada una: a) ¿Qué tipo de movimiento lleva el móvil en cada tramo. b) ¿Que espacio total recorre. c) El espacio y la aceleración en cada etapa. d) Dibuja las gráficas a frente a  $t$  y posición frente a  $t$ .



14. Una partícula inicialmente en reposo se somete a estas aceleraciones. Dibuja las gráficas posición tiempo y velocidad tiempo y calcula el espacio máximo recorrido.



15. Dos móviles se mueven siguiendo una trayectoria rectilínea entre dos puntos A y B situados a 110m uno de otro. El primero sale de A sin velocidad inicial y se dirige hacia B con una aceleración constante de  $4 \text{ m/s}^2$ . El segundo sale de B dos segundos más tarde y se dirige hacia A con una velocidad constante de  $20 \text{ m/s}$ . Calcula en que punto se encontrarán. Dibuja las gráficas espacio-tiempo de ambos móviles.
16. Un hombre corre con una velocidad constante de  $6 \text{ m/s}$  para alcanzar un tren que está a punto de partir. Cuando se encuentra en el andén a  $32 \text{ m}$  de la escalerilla del vagón de cola, el tren arranca con una aceleración constante de  $0,5 \text{ m/s}^2$ . ¿conseguirá el hombre alcanzar al tren?. Dibuja las gráficas posición tiempo y velocidad tiempo para ambos indicando el punto de encuentro si lo hay.
17. Un automóvil se desplaza por una carretera a  $100 \text{ Km/h}$ . En un instante dado, el conductor observa una roca desprendida en medio de la carretera a  $200 \text{ m}$  delante de su vehículo. Si tarda  $2 \text{ s}$  en frenar ¿con qué aceleración constante debe frenar para detenerse a  $5 \text{ m}$  de la roca.

18. Un automotor parte del reposo y se mueve en una vía circular de 400 m de radio con movimiento uniformemente acelerado. A los 50 s de iniciada la marcha la velocidad es de 72 Km/h desde ese momento conserva esa velocidad. Calcular: a) La aceleración en la primera fase del movimiento. b) La aceleración normal, la aceleración total y la longitud de vía recorrida a los 50 s. c) La velocidad angular media en la primera etapa. d) La velocidad angular al final de los 50 s. e) El tiempo que tardará en dar 100 vueltas al circuito.
19. Un ventilador gira con velocidad angular constante a razón de 20 rps. Calcula: a) La velocidad lineal del extremo de una de sus aspas que describe una circunferencia de 15 cm de radio. b) La longitud del arco recorrido por este punto en 4 h de funcionamiento del ventilador.
20. Una rueda que gira a razón de 1500 r.p.m. se detiene con aceleración angular constante. Calcula su aceleración de frenado y el tiempo que ha tardado en pararse sabiendo que durante el movimiento de frenado ha dado 25 vueltas.
21. Una rueda gira a razón de 800 rad/min. Calcula la velocidad lineal de un punto situado a 6 cm del eje y de otro situado a 30 cm del eje. ¿Cuál es la aceleración centrípeta de dichos puntos?
22. Un móvil puntual describe una circunferencia de 40 cm de radio. Partiendo del reposo se mueve con una aceleración angular constante de  $0,05 \text{ rad/s}^2$ . Calcula su aceleración normal, aceleración tangencial y aceleración total al cabo de 4 s.
23. Sea un disco que gira a 45 rpm, calcula la velocidad angular y lineal de todos los puntos del disco que disten a 1 cm del centro de rotación, calcula también la velocidad lineal y angular de los puntos que distan 5 cm del centro ¿quienes tienen mayor aceleración normal?, calcúlala. Calcula el período y la frecuencia de este movimiento.
24. Un tren eléctrico da vueltas por una pista circular de 50 cm de radio con una velocidad constante de 10 cm/s calcular su velocidad angular, su aceleración normal, su período, su frecuencia y el número de vueltas que da en 10s.
25. Un volante gira a razón de 60rpm y adquiere al cabo de 5 s una velocidad de  $12 \text{ rad/s}$  cual es su aceleración angular y cuántas vueltas dio en ese tiempo?
26. La velocidad de un volante disminuye uniformemente desde 900rpm a 800rpm en 5s ,encontrar, en un punto de la periferia del volante la aceleración angular, el número de vueltas que da en 5 s y el tiempo que tarda en pararse. ¿Cambiarían los resultados anteriores si hacemos los mismos cálculos pero respecto a otro punto situado en el interior?

### Hoja 3 Problemas: **COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS Y ENCUENTROS**

- 1) Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde una altura de 50 m y se observa que tarda 15 s en llegar al suelo: a) ¿Con qué velocidad se lanzó?. b) ¿qué velocidad tiene 2 s antes de llegar al suelo? c) ¿Con qué velocidad llega al suelo?. d) ¿Qué altura alcanza?. Realiza el problema empleando el vector de posición de este movimiento situado en el suelo.
- 2) Un globo está ascendiendo a razón de 12 m/s hasta una altura de 80 m momento en que suelta un objeto ¿cuánto tiempo tardará el objeto en llegar al suelo?. Si el globo desciende con la misma rapidez y suelta el objeto desde la misma altura ¿tardará el mismo tiempo en llegar al suelo?.
- 3) Desde lo alto de una torre se deja caer una piedra sin velocidad inicial y dos segundos después se lanza otra piedra desde la misma posición con una velocidad inicial de 25 m/s, calcula la altura de la torre y la velocidad final de cada una sabiendo que llegan simultáneamente al suelo.
- 4) Un objeto es lanzado desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 20 m/s y 2 s después es lanzado otro objeto desde una altura de 30 m hacia abajo con una velocidad de 10m/s. Escribe los vectores de posición y velocidad de cada tiro. Determina a qué altura se encuentran y la velocidad que lleva cada uno en el momento del encuentro. ¿Cómo está cada uno en el momento del encuentro subiendo o bajando?

- 5) Dos proyectiles se lanzan hacia arriba con un segundo de intervalo e igual velocidad inicial de 40m/s ¿donde, cuando y con qué velocidad se encuentran?
- 6) Dos proyectiles se lanzan verticalmente hacia arriba con 2 s de intervalo, el primero con velocidad inicial de 50 m/s y el segundo de 80 m/s, calcula el tiempo transcurrido hasta que los dos se encuentran a la misma altura, el valor de esa altura y la velocidad de ambos en ese momento.
- 7) Un avión que vuela a una altura de 4 Km y con una velocidad de 100Km/h lanza una bomba escribe el vector de posición y determina el alcance del tiro y la velocidad que lleva al chocar contra el suelo.
- 8) Desde un punto situado a 100 m sobre el suelo se dispara horizontalmente un proyectil con una velocidad de 400m/s ¿cual será el alcance y con qué velocidad llegará al suelo?
- 9) Desde la terraza de un edificio de 50 m de altura se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad de 5 m/s ¿qué anchura mínima debe tener la calle para que la piedra no choque con ninguno de los edificios de en frente y qué tiempo tardará en llegar al suelo?
- 10) Se dispara un cañón con una inclinación de  $45^\circ$  con respecto a la horizontal y con una velocidad inicial de 490 m/s calcula: a) el alcance, la altura máxima y el tiempo empleado en alcanzarla. b) La posición del móvil y su velocidad al cabo de 2 s de efectuado el disparo. c) Suponiendo que el cañón está colocado en la cima de un acantilado de 50 m de altura determinar el tiempo que tarda el proyectil en llegar a la superficie del mar, la posición del impacto, la velocidad en ese instante y el tiempo transcurrido desde que se efectúa el disparo hasta que se oye el sonido del choque con el agua en el punto de lanzamiento. Velocidad del sonido 330m/s.
- 11) Se dispara un cañón con un ángulo de  $15^\circ$  y una velocidad de 200 m/s ,calcular el alcance de la bala y la velocidad con que llegaría a tierra. Si hay una colina de 300 m de altura a la mitad de su alcance ¿tropezará con ella? Justifica tu respuesta.
- 12) Se lanza un cuerpo oblicuamente hacia arriba con una velocidad inicial de 32 m/s que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. ¿A qué distancia del punto de partida caerá si el suelo es horizontal? ¿Cual será su velocidad 2 s después de lanzado?. Calcula la máxima altura alcanzada.
- 13) Desde un punto elevado 150 m sobre el suelo, se dispara horizontalmente un proyectil con una velocidad de 300 m/s. a) ¿Cuales son los vectores de posición, velocidad y aceleración del movimiento?. b) ¿Cuánto tiempo tardará en caer al suelo?. c) ¿Con qué velocidad llegará al suelo?. d) Cuanto vale su velocidad cuando lleva en el aire  $\frac{1}{5}$  del tiempo total de vuelo?
- 14) Un muchacho intenta pasar una piedra sobre una valla situada a 10m de distancia lanzándola con una velocidad inicial de 20 m/s en una dirección que forma un ángulo de  $45^\circ$  con la horizontal. Calcula si logrará su propósito sabiendo que la valla tiene una altura de 8 m sobre el punto de lanzamiento de la piedra.
- 15) Se lanza un proyectil con una velocidad inicial de 600 m/s y un ángulo de tiro de  $60^\circ$  se pide el tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima , la altura 3 s después de su lanzamiento, el ángulo de la trayectoria respecto a la horizontal en ese momento y a qué distancia se encuentra el proyectil del punto de partida a los 50s.
- 16) Al efectuar una jugada en una partida de frontón, un jugador imprime a la pelota una velocidad de 13 m/s con un ángulo sobre la horizontal de  $30^\circ$ , si al golpear la pelota esta se encuentra a 50 cm del suelo y a 10 m de la pared del frontón calcular la altura medida desde el suelo en que la pelota golpea la pared, el tiempo que tarda en hacerlo y la velocidad que lleva cuando choca con la pared.
- 17) Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo  $30^\circ$  con la horizontal y al llegar al extremo queda en libertad con una velocidad de 10 m/s, la altura del edificio es de 60 m calcular: la ecuación del movimiento de la pelota cuando queda en libertad, el tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad con que llega.

- 18) Un avión que vuela a 100Km/h y a una altura de 2 Km lanza un proyectil contra la Base enemiga pero en ese mismo instante un cañón enemigo, situado en el suelo justo debajo del avión ,dispara una bala para interceptar el proyectil y lo consigue justo 10 s antes de que alcance su objetivo ¿con qué velocidad fue lanzada la bala, con qué ángulo y en qué punto se produjo la colisión?.
- 19) Dos equipos de baloncesto se encuentran empatados a puntos quedando breves instantes para que finalice el partido, de repente un jugador lanza el balón a canasta con una velocidad inicial de 8 m/s formando un ángulo con la horizontal de  $30^\circ$ . La canasta está a 3m de altura sobre un punto que dista 5 m del jugador. Indica si su equipo habrá ganado el partido sabiendo que el jugador con los brazos estirados lanzó el balón desde una altura de 2,71 m.
- 20) Se golpea una pelota de golf de manera que su velocidad inicial forma un ángulo de  $45^\circ$  con la horizontal. La pelota alcanza el suelo a una distancia de 180 m del punto en el que se lanzó. Calcular su velocidad inicial y el tiempo durante el cual ha estado en el aire.
- 21) En un terreno se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10 m/s .El viento produce un fuerza horizontal constante sobre la pelota que es igual a la quinta parte del peso de esta. Hallar: a) La distancia entre el punto de lanzamiento y el punto de caída. b)La velocidad de la pelota en el punto más alto de la trayectoria c)La altura máxima que alcanza la pelota .d)La velocidad de la pelota en el momento de llegar al suelo .e)El ángulo que forma la velocidad cuando choca contra el suelo.
- 22) Un jugador de baloncesto lanza hacia delante la pelota a un compañero situado a 30 m de él. Dicho compañero corre con velocidad constante para alcanzar la pelota y lo consigue cuando esta se encuentra a 1,5 m del suelo. Si el que lanza lo hace desde un altura de 2 m con un ángulo de inclinación de  $30^\circ$  respecto a la horizontal y con una velocidad de 20m/s determina: el vector de posición y el vector velocidad del tiro , la altura máxima del tiro, el tiempo de vuelo hasta que es alcanzada la pelota, la velocidad que lleva al ser alcanzada y la velocidad que lleva el compañero que recoge la pelota.