

ECUACIONES

Ejercicio nº 1.-

Dada la ecuación:

$$-2x + 5 + \frac{x-1}{2} + 3x = \frac{x+1}{2} + 7$$

responde razonadamente:

- a) ¿Qué valor obtienes si sustituyes $x = 3$ en el primer miembro?
- b) ¿Qué obtienes si sustituyes $x = 3$ en el segundo miembro?
- c) ¿Es $x = 3$ solución de la ecuación propuesta?
- d) ¿Es $x = 1$ solución de la ecuación?

Ejercicio nº 2.-

a) Razona si son equivalentes las ecuaciones:

$$2x - 3 = x - 7$$

$$-3x + 1 = 13$$

b) ¿Son equivalentes estas ecuaciones?

$$3x = 6$$

$$2x + 1 = 7$$

¿Por qué?

Ejercicio nº 3.-

a) Comprueba si $x = 1$ es solución de la ecuación:

$$\frac{x-4}{3} + 7 = \frac{3x+5}{6}$$

b) Comprueba si $x = 29$ es solución de la ecuación anterior.

c) Inventa una ecuación equivalente a la anterior.

Ejercicio nº 4.-

Comprueba si $x = 1$ es solución de alguna de las siguientes ecuaciones. Razona tu respuesta:

a) $\frac{x+2}{3} - \frac{2x+4}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7}x$

b) $2^{x^2-3x+2} = 1$

c) $\sqrt{x^2 - 5x + 5} - 1 = 0$

Ejercicio nº 5-

Dada la siguiente igualdad:

$$-2x + 5 + \frac{x-1}{2} + 3x = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$

responde razonadamente:

- a) ¿Es cierta si sustituimos la incógnita por el valor cero?
- b) ¿Qué valor obtienes en el primer miembro si sustituyes $x = 1$?
¿Y en el segundo miembro?
- c) ¿Se cumple la igualdad para $x = 2$?
- d) ¿Son $x = 0$, $x = 1$ y $x = 2$ soluciones de la igualdad propuesta?
¿Es una identidad o una ecuación?

Ejercicio nº 6.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{2(x+5)}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3(x+1)}{10}$

b) $0,25(2x-4) - x = 3x - 4,5(3x-1)$

Ejercicio nº 7.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{2(x+5)}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3(x+1)}{10}$

b) $0,25(2x-4) - x = 3x - 4,5(3x-1)$

Ejercicio nº 8.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+2}{2} - \frac{x+3}{3} = \frac{x+5}{5}$

b) $\frac{3(x-1)}{3} - \frac{2(3x-5)}{4} + \frac{1}{3}x = -2(x+3)$

Ejercicio nº 9.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x-5}{3} - \frac{x+1}{15} + \frac{3x}{5} = 2$

b) $2x(x+5) - x^2 + 7 = x^2 - \left(3x - \frac{5}{3}\right)$

Ejercicio nº 10.-

Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{x+5}{3} - \frac{1}{2}x + 3\left(2x - \frac{1}{2}\right) = 5\left(\frac{x}{2} - 2\right)$

b) $x + 7 - \frac{3}{2}x - \frac{x+3}{3} = \frac{3}{4}(2x - 5) + 1$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve, sin aplicar la fórmula:

a) $3x^2 - 147 = 0$

b) $-2x^2 = 3x$

Ejercicio nº 12.-

Resuelve las siguientes ecuaciones, sin utilizar la fórmula de resolución:

a) $-2x^2 + 128 = 0$

b) $3x^2 + x = 0$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve estas ecuaciones, sin aplicar la fórmula:

a) $3x^2 - 48 = 0$

b) $\frac{2}{3}x^2 + 2x = 0$

Ejercicio nº 14.-

Resuelve las siguientes ecuaciones, sin utilizar la fórmula:

a) $2x^2 - 98 = 0$

b) $4x^2 = -3x$

Ejercicio nº 15.-

Resuelve las siguientes ecuaciones, sin utilizar la fórmula de resolución:

a) $5x^2 - 5 = 0$

b) $3x^2 - 2x = 0$

Ejercicio nº 16.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $3x^2 + x - 2 = 0$

b) $-4x^2 + 12x - 9 = 0$

Ejercicio nº 17.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + x - 2 = 0$

b) $2x^2 - 20x + 50 = 0$

Ejercicio nº 18.-

Resuelve:

a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

b) $x^2 + 8x + 16 = 0$

Ejercicio nº 19.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $3x^2 + 3x - 6 = 0$

b) $x^2 + x + 3 = 0$

Ejercicio nº 20.-

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $3x^2 - 2x - 5 = 0$

b) $-x^2 + 8x + 20 = 0$

Ejercicio nº 21.-

Resuelve la ecuación:

$$x\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}x + (x+2)^2 = (x-2)^2 + 8x$$

Ejercicio nº 22.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$(x-1)(2x+3) - \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2 = -\frac{9}{4}$$

Ejercicio nº 23.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) + (x-1)^2 = \frac{15}{16} + (x+1)^2 - 4x$$

Ejercicio nº 24.-

Resuelve la ecuación:

$$\frac{x^2}{6} + \frac{(3x+1)^2}{9} - \frac{(2x-1)^2}{4} + \frac{5}{36} = 0$$

Ejercicio nº 25.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x(2x+1)}{3} - \frac{(x+2)^2}{2} + 3x = 5x - \frac{11}{2}$$

PROBLEMAS DE ECUACIONES

Problema nº 1.-

Halla dos números sabiendo que el primero es 12 unidades mayor que el segundo; pero que, si restáramos 3 unidades a cada uno de ellos, el primero sería el doble del segundo.

Problema nº 2.-

Halla los lados de un rectángulo, sabiendo que la base es 5 unidades mayor que el doble de la altura, y que su área es de 33 cm².

Problema nº 3.-

Dos ciudades, A y B, distan 120 km. De la ciudad A sale un autobús hacia B a una velocidad de 70 km/h. Al mismo tiempo, sale un coche de B hacia A a una velocidad de 90 km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse y a qué distancia de A se produce el encuentro.

Problema nº 4.-

Si a la mitad de un número le restas su tercera parte, y, a este resultado, le sumas 85/2, obtienes el triple del número inicial. ¿De qué número se trata?

Problema nº 5.-

Calcula los lados de un rectángulo, sabiendo que la base excede en 2 unidades al triple de la altura, y que su perímetro es de 20 cm.

Problema nº 6.-

Disponemos de dos tipos de líquido de 0,8 €/litro y de 1,2 €/litro, respectivamente. Mezclamos 13 litros del primer tipo con cierta cantidad del segundo tipo, resultando el precio de la mezcla a 1,1 €/litro. ¿Cuántos litros de líquido del segundo tipo hemos utilizado?

Problema nº 7.-

Halla un número entero sabiendo que si multiplicamos su anterior por su siguiente, obtenemos 360.

Problema nº 8.-

Halla las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que la base mide 3 cm más que la altura y que la diagonal mide 15 cm.

Problema nº 9.-

Un depósito dispone de dos grifos. Si abrimos solamente el primero, el depósito se llena en 8 horas; y si abrimos los dos grifos, se llena en 3 horas. ¿Cuánto tardaría en llenarse si abriéramos solo el segundo grifo?

Problema nº 10.-

Al multiplicar un número entero por el resultado de aumentar su doble en 3 unidades, obtenemos 35. ¿De qué número se trata?

Problema nº 11.-

El lado de un rombo mide 10 cm y una diagonal mide 4 cm más que la otra. Halla el área del rombo.

Problema nº 12.-

Hemos recibido un premio de 12 000 € y vamos a colocarlo en un plan de ahorro combinado que nos ofrece un 5% de interés anual por una parte del dinero y un 3% por el resto. Sabiendo que la primera parte produce anualmente 40 € más que la segunda, ¿a cuánto asciende cada una de las dos partes?

Problema nº 13.-

Halla tres números pares consecutivos, sabiendo que el tercero más el triple del primero excede en 20 unidades al segundo.

Problema nº 14.-

Calcula el radio de un círculo cuya área es igual a la de un cuadrado cuyo lado mide π cm.

Problema nº 15.-

Se mezclan 30 kg de café de 2 €/kg con 50 kg de café de otra clase, obteniendo una mezcla que sale a 2,6 €/kg. ¿Cuál es el precio de la segunda clase de café?

SOLUCIONES A LAS ECUACIONES

Ejercicio nº 1.-

Dada la ecuación:

$$-2x + 5 + \frac{x-1}{2} + 3x = \frac{x+1}{2} + 7$$

responde razonadamente:

- a) ¿Qué valor obtienes si sustituyes $x = 3$ en el primer miembro?
- b) ¿Qué obtienes si sustituyes $x = 3$ en el segundo miembro?
- c) ¿Es $x = 3$ solución de la ecuación propuesta?
- d) ¿Es $x = 1$ solución de la ecuación?

Solución:

a) $-2 \cdot 3 + 5 + \frac{3-1}{2} + 3 \cdot 3 = -6 + 5 + 1 + 9 = 9$

b) $\frac{3+1}{2} + 7 = 2 + 7 = 9$

c) Sí, puesto que cumple la igualdad según acabamos de ver.

d) Sustituimos $x = 1$ en la ecuación y vemos que no la cumple:

$$\left. \begin{array}{l} -2 + 5 + \frac{1-1}{2} + 3 = 6 \\ \frac{1+1}{2} + 7 = 8 \end{array} \right\} \text{ No coinciden.}$$

Además, sabemos que una ecuación de primer grado solo tiene una solución. En este caso era $x = 3$.

Ejercicio nº 2.-

a) Razona si son equivalentes las ecuaciones:

$$2x - 3 = x - 7$$

$$-3x + 1 = 13$$

b) ¿Son equivalentes estas ecuaciones?

$$3x = 6$$

$$2x + 1 = 7$$

¿Por qué?

Solución:

a) $2x - 3 = x - 7 \rightarrow x = -4$

$$-3x + 1 = 13 \rightarrow -3x = 12 \rightarrow x = -4$$

Sí son equivalentes, pues tienen la misma solución.

b) $3x = 6 \rightarrow x = 2$

$$2x + 1 = 7 \rightarrow x = 3$$

No son equivalentes, pues no tienen la misma solución.

Ejercicio nº 3.-

a) Comprueba si $x = 1$ es solución de la ecuación:

$$\frac{x-4}{3} + 7 = \frac{3x+5}{6}$$

b) Comprueba si $x = 29$ es solución de la ecuación anterior.

c) Inventa una ecuación equivalente a la anterior.

Solución:

a) Sustituimos $x = 1$ en la ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1-4}{3} + 7 = 6 \\ \frac{3+5}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \end{array} \right\} \text{ No son iguales.}$$

Por tanto, $x = 1$ no es solución de la ecuación.

b) Sustituimos $x = 29$ en la ecuación:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{29-4}{3} + 7 = \frac{46}{3} \\ \frac{3 \cdot 29 + 5}{6} = \frac{92}{6} = \frac{46}{3} \end{array} \right\} \text{ Son iguales.}$$

Por tanto, $x = 29$ es la solución de la ecuación.

c) Cualquier ecuación que tenga como única solución $x = 29$.

Por ejemplo: $2x + 1 = 59$

Ejercicio nº 4.-

Comprueba si $x = 1$ es solución de alguna de las siguientes ecuaciones. Razona tu respuesta:

a) $\frac{x+2}{3} - \frac{2x+4}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7}x$

b) $2^{x^2-3x+2} = 1$

c) $\sqrt{x^2 - 5x + 5} - 1 = 0$

Solución:

Sustituimos $x = 1$ en cada una de las ecuaciones y vemos si se cumple la igualdad:

$$a) \left. \begin{aligned} \frac{1+2}{3} - \frac{2 \cdot 1 + 4}{7} + \frac{3}{7} &= 1 - \frac{6}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \\ \frac{4}{7} \cdot 1 &= \frac{4}{7} \end{aligned} \right\} \text{ Sí se cumple; } x = 1 \text{ es solución.}$$

b) $2^{1-3+2} = 2^0 = 1 \rightarrow x = 1$ es solución de la ecuación.

c) $\sqrt{1-5+5} - 1 = \sqrt{1} - 1 = 1 - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ es solución.

Por tanto, $x = 1$ es solución de las tres ecuaciones propuestas.

Ejercicio nº 5.-

Dada la siguiente igualdad:

$$-2x + 5 + \frac{x-1}{2} + 3x = \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$

responde razonadamente:

- ¿Es cierta si sustituimos la incógnita por el valor cero?
- ¿Qué valor obtienes en el primer miembro si sustituyes $x = 1$?
¿Y en el segundo miembro?
- ¿Se cumple la igualdad para $x = 2$?
- ¿Son $x = 0$, $x = 1$ y $x = 2$ soluciones de la igualdad propuesta?
¿Es una identidad o una ecuación?

Solución:

$$a) \left. \begin{aligned} 0 + 5 + \frac{0-1}{2} + 0 &= \frac{9}{2} \\ \frac{3}{2} \cdot 0 + \frac{9}{2} &= \frac{9}{2} \end{aligned} \right\} \text{ Es cierta para } x = 0.$$

b) En el primer miembro $\rightarrow -2 + 5 + 0 + 3 = 6$
En el segundo miembro $\rightarrow \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$

$$c) \left. \begin{aligned} -4 + 5 + \frac{1}{2} + 6 &= \frac{15}{2} \\ 3 + \frac{9}{2} &= \frac{15}{2} \end{aligned} \right\} \text{ Se cumple la igualdad para } x = 2.$$

d) Sí, son soluciones. Se trata de una identidad pues es cierta para cualquier valor de x .

Ejercicio nº 6.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{2(x+5)}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3(x+1)}{10}$

b) $0,25(2x-4) - x = 3x - 4,5(3x-1)$

Solución:

$$a) \frac{2(x+5)}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3(x+1)}{10}$$

$$\frac{2x+10}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3x+3}{10}$$

$$\frac{4x+20}{10} - \frac{15}{10} = \frac{4x}{10} - \frac{3x+3}{10}$$

$$4x + 20 - 15 = 4x - 3x - 3$$

$$4x - 4x + 3x = -3 - 20 + 15$$

$$3x = -8 \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$$b) 0,25(2x - 4) - x = 3x - 4,5(3x - 1)$$

$$0,5x - 1 - x = 3x - 13,5x + 4,5$$

$$0,5x - x - 3x + 13,5x = 4,5 + 1$$

$$10x = 5,5 \rightarrow x = \frac{5,5}{10} = 0,55$$

Ejercicio nº 7.-

Resuelve estas ecuaciones:

$$a) \frac{2(x+5)}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3(x+1)}{10}$$

$$b) 0,25(2x - 4) - x = 3x - 4,5(3x - 1)$$

Solución:

$$a) \frac{2(x+5)}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3(x+1)}{10}$$

$$\frac{2x+10}{5} - \frac{3}{2} = \frac{2x}{5} - \frac{3x+3}{10}$$

$$\frac{4x+20}{10} - \frac{15}{10} = \frac{4x}{10} - \frac{3x+3}{10}$$

$$4x + 20 - 15 = 4x - 3x - 3$$

$$4x - 4x + 3x = -3 - 20 + 15$$

$$3x = -8 \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$$b) 0,25(2x - 4) - x = 3x - 4,5(3x - 1)$$

$$0,5x - 1 - x = 3x - 13,5x + 4,5$$

$$0,5x - x - 3x + 13,5x = 4,5 + 1$$

$$10x = 5,5 \rightarrow x = \frac{5,5}{10} = 0,55$$

Ejercicio nº 8.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+2}{2} - \frac{x+3}{3} = \frac{x+5}{5}$

b) $\frac{3(x-1)}{3} - \frac{2(3x-5)}{4} + \frac{1}{3}x = -2(x+3)$

Solución:

a) $\frac{x+2}{2} - \frac{x+3}{3} = \frac{x+5}{5}$

$$\frac{15x+30}{30} - \frac{10x+30}{30} = \frac{6x+30}{30}$$

$$15x+30 - 10x - 30 = 6x+30$$

$$15x - 10x - 6x = 30$$

$$-x = 30 \rightarrow x = -30$$

b) $x-1 - \frac{3x-5}{2} + \frac{x}{3} = -2x-6$

$$\frac{6x-6}{6} - \frac{9x-15}{6} + \frac{2x}{6} = -\frac{12x}{6} - \frac{36}{6}$$

$$6x - 6 - 9x + 15 + 2x = -12x - 36$$

$$6x - 9x + 2x + 12x = -36 + 6 - 15$$

$$11x = -45 \rightarrow x = -\frac{45}{11}$$

Ejercicio nº 9.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{2x-5}{3} - \frac{x+1}{15} + \frac{3x}{5} = 2$

b) $2x(x+5) - x^2 + 7 = x^2 - \left(3x - \frac{5}{3}\right)$

Solución:

a) $\frac{2x-5}{3} - \frac{x+1}{15} + \frac{3x}{5} = 2$

$$\frac{10x-25}{15} - \frac{x+1}{15} + \frac{9x}{15} = \frac{30}{15}$$

$$10x - 25 - x - 1 + 9x = 30$$

$$10x - x + 9x = 30 + 25 + 1$$

$$18x = 56 \rightarrow x = \frac{56}{18} = \frac{28}{9}$$

$$b) 2x(x+5) - x^2 + 7 = x^2 - \left(3x - \frac{5}{3}\right)$$

$$2x^2 + 10x - x^2 + 7 = x^2 - 3x + \frac{5}{3}$$

$$10x + 3x = \frac{5}{3} - 7$$

$$13x = -\frac{16}{3} \rightarrow x = -\frac{16}{39}$$

Ejercicio nº 10.-

Resuelve las ecuaciones:

$$a) \frac{x+5}{3} - \frac{1}{2}x + 3\left(2x - \frac{1}{2}\right) = 5\left(\frac{x}{2} - 2\right)$$

$$b) x + 7 - \frac{3}{2}x - \frac{x+3}{3} = \frac{3}{4}(2x-5) + 1$$

Solución:

$$a) \frac{x+5}{3} - \frac{x}{2} + 6x - \frac{3}{2} = \frac{5x}{2} - 10$$

$$\frac{2x+10}{6} - \frac{3x}{6} + \frac{36x}{6} - \frac{9}{6} = \frac{15x}{6} - \frac{60}{6}$$

$$2x + 10 - 3x + 36x - 9 = 15x - 60$$

$$2x - 3x + 36x - 15x = -60 - 10 + 9$$

$$20x = -61 \rightarrow x = -\frac{61}{20}$$

$$b) x + 7 - \frac{3x}{2} - \frac{x+3}{3} = \frac{3x}{2} - \frac{15}{4} + 1$$

$$\frac{12x+84}{12} - \frac{18x}{12} - \frac{4x+12}{12} = \frac{18x}{12} - \frac{45}{12} + \frac{12}{12}$$

$$12x + 84 - 18x - 4x - 12 = 18x - 45 + 12$$

$$12x - 18x - 4x - 18x = -45 + 12 - 84 + 12$$

$$-28x = -105 \rightarrow x = \frac{105}{28} = \frac{15}{4}$$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve, sin aplicar la fórmula:

$$a) 3x^2 - 147 = 0$$

$$b) -2x^2 = 3x$$

Solución:

$$a) 3x^2 - 147 = 0 \rightarrow 3x^2 = 147 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} \begin{cases} x=7 \\ x=-7 \end{cases}$$

$$b) -2x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(-2x - 3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -3/2 \end{cases}$$

Ejercicio nº 12.-

Resuelve las siguientes ecuaciones, sin utilizar la fórmula de resolución:

a) $-2x^2 + 128 = 0$

b) $3x^2 + x = 0$

Solución:

$$a) -2x^2 = -128 \rightarrow x^2 = 64 \rightarrow x = \pm\sqrt{64} \begin{cases} x = 8 \\ x = -8 \end{cases}$$

$$b) 3x^2 + x = 0 \rightarrow x(3x + 1) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -1/3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve estas ecuaciones, sin aplicar la fórmula:

a) $3x^2 - 48 = 0$

b) $\frac{2}{3}x^2 + 2x = 0$

Solución:

$$a) 3x^2 = 48 \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$b) \frac{2}{3}x^2 + 2x = 0 \rightarrow 2x^2 + 6x = 0 \rightarrow x(2x + 6) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 14.-

Resuelve las siguientes ecuaciones, sin utilizar la fórmula:

a) $2x^2 - 98 = 0$

b) $4x^2 = -3x$

Solución:

$$\text{a) } 2x^2 = 98 \rightarrow x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} \begin{cases} x = 7 \\ x = -7 \end{cases}$$

$$\text{b) } 4x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(4x+3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -3/4 \end{cases}$$

Ejercicio nº 15.-

Resuelve las siguientes ecuaciones, sin utilizar la fórmula de resolución:

a) $5x^2 - 5 = 0$

b) $3x^2 - 2x = 0$

Solución:

$$\text{a) } 5x^2 - 5 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } 3x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(3x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 2/3 \end{cases}$$

Ejercicio nº 16.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $3x^2 + x - 2 = 0$

b) $-4x^2 + 12x - 9 = 0$

Solución:

$$\text{a) } 3x^2 + x - 2 = 0$$
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{-1 \pm 5}{6} \begin{cases} x = 2/3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } -4x^2 + 12x - 9 = 0$$
$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{-8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Ejercicio nº 17.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + x - 2 = 0$

b) $2x^2 - 20x + 50 = 0$

Solución:

a) $x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

b) $2x^2 - 20x + 50 = 0 \rightarrow x^2 - 10x + 25 = 0$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100-100}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow x=5$$

Ejercicio nº 18.-

Resuelve:

a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

b) $x^2 + 8x + 16 = 0$

Solución:

a) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} \begin{cases} x=3 \\ x=1/2 \end{cases}$$

b) $x^2 + 8x + 16 = 0$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64-64}}{2} = -\frac{8}{2} = -4 \rightarrow x=-4$$

Ejercicio nº 19.-

Resuelve estas ecuaciones:

a) $3x^2 + 3x - 6 = 0$

b) $x^2 + x + 3 = 0$

Solución:

a) $3x^2 + 3x - 6 = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

b) $x^2 + x + 3 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-12}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-11}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

Ejercicio nº 20.-

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $3x^2 - 2x - 5 = 0$

b) $-x^2 + 8x + 20 = 0$

Solución:

a) $3x^2 - 2x - 5 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{2 \pm 8}{6} \begin{cases} x = 5/3 \\ x = -1 \end{cases}$$

b) $-x^2 + 8x + 20 = 0$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 80}}{-2} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{-2} = \frac{-8 \pm 12}{-2} \begin{cases} x = -2 \\ x = 10 \end{cases}$$

Ejercicio nº 21.-

Resuelve la ecuación:

$$x \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2}x + (x+2)^2 = (x-2)^2 + 8x$$

Solución:

$$\frac{x^2}{3} + \frac{x}{2} - \frac{x}{2} + x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + 8x$$

$$\frac{x^2}{3} = 0$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

Ejercicio nº 22.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$(x-1)(2x+3) - \left(\frac{x}{2} + 1 \right)^2 = -\frac{9}{4}$$

Solución:

$$2x^2 + 3x - 2x - 3 - \left(\frac{x^2}{4} + x + 1 \right) = -\frac{9}{4}$$

$$2x^2 + x - 3 - \frac{x^2}{4} - x - 1 = -\frac{9}{4}$$

$$8x^2 + 4x - 12 - x^2 - 4x - 4 = -9$$

$$7x^2 = 7$$

$$x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 23.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\left(x - \frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) + (x-1)^2 = \frac{15}{16} + (x+1)^2 - 4x$$

Solución:

$$x^2 - \frac{1}{16} + x^2 - 2x + 1 = \frac{15}{16} + x^2 + 2x + 1 - 4x$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 24.-

Resuelve la ecuación:

$$\frac{x^2}{6} + \frac{(3x+1)^2}{9} - \frac{(2x-1)^2}{4} + \frac{5}{36} = 0$$

Solución:

$$\frac{x^2}{6} + \frac{9x^2 + 6x + 1}{9} - \frac{4x^2 - 4x + 1}{4} + \frac{5}{36} = 0$$

$$\frac{6x^2}{36} + \frac{36x^2 + 24x + 4}{36} - \frac{36x^2 - 36x + 9}{36} + \frac{5}{36} = 0$$

$$6x^2 + 36x^2 + 24x + 4 - 36x^2 + 36x - 9 + 5 = 0$$

$$6x^2 + 60x = 0$$

$$x(6x + 60) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -10 \end{cases}$$

Ejercicio nº 25.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x(2x+1)}{3} - \frac{(x+2)^2}{2} + 3x = 5x - \frac{11}{2}$$

Solución:

$$\frac{2x^2 + x}{3} - \frac{x^2 + 4x + 4}{2} + 3x = 5x - \frac{11}{2}$$

$$\frac{4x^2 + 2x}{6} - \frac{3x^2 + 12x + 12}{6} + \frac{18x}{6} = \frac{30x}{6} - \frac{33}{6}$$

$$4x^2 + 2x - 3x^2 - 12x - 12 + 18x = 30x - 33$$

$$x^2 - 22x + 21 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 84}}{2} = \frac{22 \pm \sqrt{400}}{2} = \frac{22 \pm 20}{2} \begin{cases} x = 21 \\ x = 1 \end{cases}$$

PROBLEMAS DE ECUACIONES

Problema nº 1.-

Halla dos números sabiendo que el primero es 12 unidades mayor que el segundo; pero que, si restáramos 3 unidades a cada uno de ellos, el primero sería el doble del segundo.

Solución:

Organizamos la información en una tabla:

	NÚMEROS	TRES UNIDADES MENOS
PRIMERO	$x + 12$	$x + 9$
SEGUNDO	x	$x - 3$

Sabemos que:

$$x + 9 = 2(x - 3)$$

$$x + 9 = 2x - 6$$

$$15 = x$$

Los números son 15 y $15 + 12 = 27$.

Problema nº 2.-

Halla los lados de un rectángulo, sabiendo que la base es 5 unidades mayor que el doble de la altura, y que su área es de 33 cm^2 .

Solución:



$$\text{Área} = x(2x + 5) = 33 \text{ cm}^2$$

$$2x^2 + 5x - 33 = 0$$

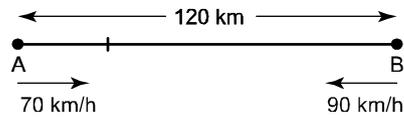
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 264}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-5 \pm 17}{4} \begin{cases} x = 3 \\ x = -11/2 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

La base mide 11 cm y la altura, 3 cm.

Problema nº 3.-

Dos ciudades, A y B, distan 120 km. De la ciudad A sale un autobús hacia B a una velocidad de 70 km/h. Al mismo tiempo, sale un coche de B hacia A a una velocidad de 90 km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse y a qué distancia de A se produce el encuentro.

Solución:



Espacio que recorren entre los dos: 120 km

Velocidad con que se acercan: $70 + 90 = 160$ km/h

Tiempo invertido en encontrarse: x horas

Como *espacio* = *velocidad* · *tiempo*, tenemos que:

$$120 = 160x \rightarrow x = \frac{120}{160} = \frac{3}{4} \text{ de hora} = 45 \text{ minutos}$$

La distancia de A a la que se produce el encuentro es:

$$70 \cdot \frac{3}{4} = 70 \cdot 0,75 = 52,5 \text{ km}$$

Por tanto, se encuentran a 52,5 km de A al cabo de 45 minutos.

Problema nº 4.-

Si a la mitad de un número le restas su tercera parte, y, a este resultado, le sumas $85/2$, obtienes el triple del número inicial. ¿De qué número se trata?

Solución:

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} + \frac{85}{2} = 3x$$

$$\frac{3x}{6} - \frac{2x}{6} + \frac{255}{6} = \frac{18x}{6}$$

$$3x - 2x - 18x = -255$$

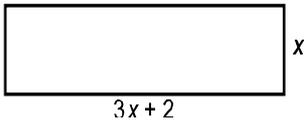
$$-17x = -255 \rightarrow x = \frac{-255}{-17} = 15$$

El número es el 15.

Problema nº 5.-

Calcula los lados de un rectángulo, sabiendo que la base excede en 2 unidades al triple de la altura, y que su perímetro es de 20 cm.

Solución:



$$\text{Perímetro} = 2x + 2(3x + 2) = 20 \text{ cm}$$

$$2x + 6x + 4 = 20$$

$$8x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{8} = 2$$

La base mide 8 cm y la altura, 2 cm.

Problema nº 6.-

Disponemos de dos tipos de líquido de 0,8 €/litro y de 1,2 €/litro, respectivamente. Mezclamos 13 litros del primer tipo con cierta cantidad del segundo tipo, resultando el precio de la mezcla a 1,1 €/litro. ¿Cuántos litros de líquido del segundo tipo hemos utilizado?

Solución:

Organizamos los datos en una tabla:

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	PRECIO TOTAL (€/l)
PRIMER TIPO	13	0,8	10,4
SEGUNDO TIPO	x	1,2	1,2x
MEZCLA	13 + x	1,1	1,1(13 + x)

Tenemos que:

$$10,4 + 1,2x = 1,1(13 + x)$$

$$10,4 + 1,2x = 14,3 + 1,1x$$

$$0,1x = 3,9 \rightarrow x = \frac{3,9}{0,1} = 39 \text{ l}$$

Hemos utilizado 39 litros del segundo tipo.

Problema nº 7.-

Halla un número entero sabiendo que si multiplicamos su anterior por su siguiente, obtenemos 360.

Solución:

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$$(x - 1)(x + 1) = 360$$

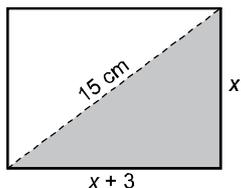
$$x^2 - 1 = 360 \rightarrow x^2 = 361 \rightarrow x = \pm\sqrt{361} \begin{cases} x = 19 \\ x = -19 \end{cases}$$

Hay dos soluciones: 19 y -19

Problema nº 8.-

Halla las dimensiones de un rectángulo, sabiendo que la base mide 3 cm más que la altura y que la diagonal mide 15 cm.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$15^2 = x^2 + (x + 3)^2$$

$$225 = x^2 + x^2 + 6x + 9$$

$$0 = 2x^2 + 6x - 216$$

$$x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 432}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{-3 \pm 21}{2} \begin{cases} x = 9 \\ x = -12 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

La base mide 12 cm y la altura, 9 cm.

Problema nº 9.-

Un depósito dispone de dos grifos. Si abrimos solamente el primero, el depósito se llena en 8 horas; y si abrimos los dos grifos, se llena en 3 horas. ¿Cuánto tardaría en llenarse si abriéramos solo el segundo grifo?

Solución:

- Primer grifo → Tarda 8 horas → En 1 hora llena $\frac{1}{8}$ del depósito.
- Segundo grifo → Tarda x horas → En 1 hora llena $\frac{1}{x}$ del depósito.
- Los dos juntos → Tardan 3 horas → En 1 hora llenan $\frac{1}{3}$ del depósito.

Por tanto:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3x}{24x} + \frac{24}{24x} = \frac{8x}{24x}$$

$$3x + 24 = 8x$$

$$24 = 5x \rightarrow x = \frac{24}{5} = 4,8 \text{ horas}$$

Tardaría 4,8 horas; es decir, 4 horas y 48 minutos.

Problema nº 10.-

Al multiplicar un número entero por el resultado de aumentar su doble en 3 unidades, obtenemos 35. ¿De qué número se trata?

Solución:

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$$x(2x+3)=35 \rightarrow 2x^2+3x-35=0$$

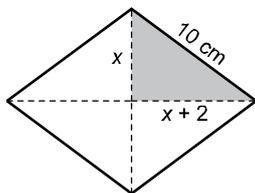
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+280}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-3 \pm 17}{4} \begin{cases} x = 7/2 \\ x = -5 \end{cases}$$

Como buscamos un número entero, la solución es -5 .

Problema nº 11.-

El lado de un rombo mide 10 cm y una diagonal mide 4 cm más que la otra. Halla el área del rombo.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$x^2 + (x+2)^2 = 100$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 - 100 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+192}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} \begin{cases} x = 6 \text{ cm} \\ x = -8 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

Las diagonales miden 12 cm y 16 cm respectivamente. El área del rombo será, por tanto, 96 cm^2 .

Problema nº 12.-

Hemos recibido un premio de 12 000 € y vamos a colocarlo en un plan de ahorro combinado que nos ofrece un 5% de interés anual por una parte del dinero y un 3% por el resto. Sabiendo que la primera parte produce anualmente 40 € más que la segunda, ¿a cuánto asciende cada una de las dos partes?

Solución:

– Primera parte $\rightarrow x \rightarrow \text{Intereses} = 0,05x$

– Segunda parte $\rightarrow 12\,000 - x \rightarrow \text{Intereses} = 0,03(12\,000 - x)$

Sabemos que:

$$0,05x = 0,03(12\,000 - x) + 40$$

$$0,05x = 360 - 0,03x + 40$$

$$0,08x = 400 \rightarrow x = \frac{400}{0,08} = 5000 \text{ €}$$

La primera parte asciende a 5 000 € y la segunda, a 7 000 €.

Problema nº 13.-

Halla tres números pares consecutivos, sabiendo que el tercero más el triple del primero excede en 20 unidades al segundo.

Solución:

$$\text{Primero} \rightarrow 2x - 2$$

$$\text{Segundo} \rightarrow 2x$$

$$\text{Tercero} \rightarrow 2x + 2$$

$$(2x + 2) + 3(2x - 2) = 2x + 20$$

$$2x + 2 + 6x - 6 = 2x + 20$$

$$6x = 24 \rightarrow x = \frac{24}{6} = 4$$

Los números son 6, 8 y 10.

Problema nº 14.-

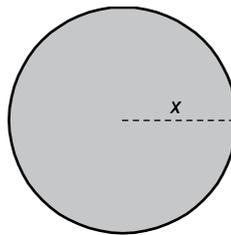
Calcula el radio de un círculo cuya área es igual a la de un cuadrado cuyo lado mide π cm.

Solución:

$$\text{Área del círculo} = \pi x^2$$

$$\text{Área del cuadrado} = \pi^2$$

$$\pi x^2 = \pi^2 \rightarrow x^2 = \pi \rightarrow x = \pm \sqrt{\pi} \begin{cases} x \approx 1,77 \\ x \approx -1,77 \end{cases}$$



El radio mide 1,77 cm.

Problema nº 15.-

Se mezclan 30 kg de café de 2 €/kg con 50 kg de café de otra clase, obteniendo una mezcla que sale a 2,6 €/kg. ¿Cuál es el precio de la segunda clase de café?

Solución:

Hacemos una tabla para organizar la información:

	CANTIDAD (Kg)	PRECIO/KG (€)	PRECIO TOTAL (€)
PRIMER TIPO	30	2	60
SEGUNDO TIPO	50	x	50x
MEZCLA	80	2,6	208

Tenemos que:

$$60 + 50x = 208$$

$$50x = 148 \rightarrow x = \frac{148}{50} = 2,96 \text{ €}$$

La segunda clase de café cuesta 2,96 €/kg.