# Unidad 3 – Ecuaciones y sistemas

## PÁGINA 51

### cuestiones iniciales

**1.** Halla los valores que, sustituidos por $x$, verifiquen las igualdades siguientes:

a) $(x-2)^2 = x^2 - 5x + 5$ b) $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

**2.** ¿Qué dos números dan el mismo resultado cuando se suman que cuando se multiplican? ¿Y si consideramos tres números?

**3.** Los pueblos de Abejar, Buitrago y Cidones no están situados en línea recta. Para ir desde Abejar a Cidones, pasando por Buitrago, se recorren 24 km. En el camino de Buitrago a Abejar, pasando por Cidones, se cubren 32 km. Caminando desde Cidones a Buitrago, pasando por Abejar, se recorren 28 km. ¿Cuáles son los pueblos más cercanos?

SOLUCIONES

1. Operando obtenemos:

a) $x^2 - 4x + 4 = x^2 - 5x + 5 \Rightarrow x = 1$

Esta igualdad sólo se verifica para $x = 1$.

b) Esta igualdad se verifica para todos los valores de $x$.

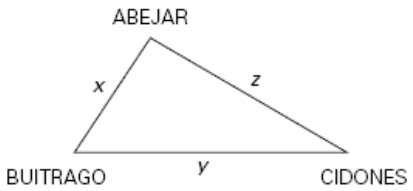
2. En cada uno de los casos:

- Son números $x$, $y$ que verifican: $x + y = x \cdot y$. Es decir: $\dfrac{x}{x-1} = y$.

  Todos los números $x; \dfrac{x}{x-1}$ con $x \neq 1$ dan el mismo resultado al sumar y al multiplicar.

- En el caso de tres números, éstos quedarían de la forma: $x$; $y$; $\dfrac{x+y}{xy-1}$ con $x \cdot y \neq 1$ y se obtienen de forma análoga al caso anterior.

3. Consideremos el siguiente esquema:




Imponiendo las condiciones del problema:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 24 \\ y + z = 32 \\ x + z = 28 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 10 \text{ km de Abejar a Buitrago} \\ y = 14 \text{ km de Buitrago a Cidones} \\ z = 18 \text{ km de Abejar a Cidones} \end{array}$$

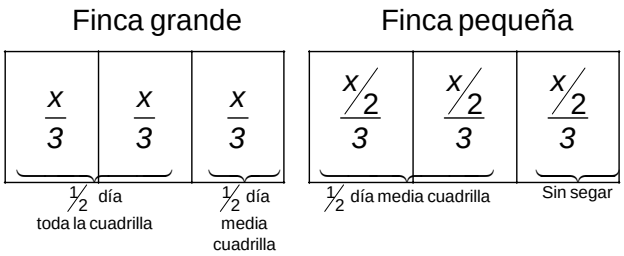
## PÁGINA 65

**ACTIVIDADES**

1. **Vendimiadores.** Una cuadrilla de vendimiadores tenía que vendimiar dos fincas, una de doble superficie que la otra. Toda la cuadrilla estuvo vendimiando en la finca grande durante medio día. Por la tarde, la mitad de la cuadrilla vendimió en la finca pequeña y la otra mitad en la grande. Al finalizar el día sólo les quedó un poco que recoger en la finca pequeña, para lo cual fue necesario que trabajara un solo vendimiador el día siguiente. ¿Cuántas personas componían la cuadrilla?
2. **Primos.** Supongamos que $X$ es cualquier número primo mayor que 3. Demuestra que $X^2$ da de resto 1 cuando se divide por 12.
3. **Tinta de imprenta.** Para numerar las páginas de un libro grande hacen falta 2 989 dígitos. ¿Cuántas páginas tiene el libro?
4. **Tres naipes.** Tres naipes de una baraja están colocados boca arriba en una fila horizontal. A la derecha del rey hay una o dos damas. A la izquierda de una dama, hay una o dos damas. A la izquierda de un corazón, hay una o dos picas. A la derecha de una pica, hay una o dos picas. ¿Puedes decir de qué cartas se trata?

SOLUCIONES

1. Podemos resolver el problema mediante ecuaciones pero es un camino muy complicado. Intentaremos representar la situación:




Superficie finca grande $= x$ Superficie finca pequeña $= x/2$

Las condiciones del problema nos muestran que si toda cuadrilla trabajó durante la mitad del día en la finca grande y sólo la mitad de la cuadrilla el otro medio día. Entonces la mitad de la cuadrilla vendimió la tercera parte de la finca grande en medio día, es decir, $x/3$. Luego en la finca pequeña durante medio día vendimiaron el equivalente a la finca grande, es decir, sería $x/3 = 2x/6$, luego quedó sin vendimiar $x/6$ de la finca pequeña que la vendimió 1 trabajador al día siguiente.

Si un trabajador vendimia $x/6$ en un día y se vendimiaron el campo grande $3x/3$ más el pequeño $\left(3x/6 - x/6\right)$ todos los trabajadores en 1 día, entonces el primer día se hicieron:

$$\frac{3x}{3} + \left(\frac{3x}{6} - \frac{3x}{6}\right) = \frac{6x}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{8x}{6} = 8 \cdot \left(\frac{x}{6}\right)$$

Es decir, en la cuadrilla había 8 vendimiadores.

2. Hay que ver que $x^2-1=12$.

$$x^2-1=(x-1)(x+1) \;\Rightarrow\; \text{Al ser } x \text{ primo} > 3 \;\Rightarrow\; \begin{cases} x-1=\dot{3} \quad \text{y} \quad x+1=\dot{4} \\ \qquad\qquad \text{o} \\ x-1=\dot{4} \quad \text{y} \quad x+1=\dot{3} \\ \qquad\qquad \text{o} \\ x-1=\dot{12} \\ \qquad\qquad \text{o} \\ x+1=\dot{12} \end{cases}$$

En cualquier caso, $x^2-1=\dot{3}\cdot\dot{4}=\dot{12}$

3. Hacemos el siguiente diagrama:

| Páginas numeradas | $1-9$ | $10-99$ | $100-999$ | $1\,000-1\,025$ |
|---|---|---|---|---|
| Dígitos usados | 9 | 180 | 2 700 | 100 |
| Total dígitos | 9 | $180+9$ | $180+9+2\,700=2\,889$ | $2\,889+100$ |

En total hacen falta: $2\,889+100=2\,989$ dígitos.
100 dígitos son 25 páginas, entonces hacen falta $999+25=1\,024$ páginas.
El libro tiene 1 024 páginas.

4. Por medio de ensayo y error dirigido se obtiene:

- Con la información referida a los Reyes (*R*) y las Damas (*D*) llegamos a que puede ser *RDD* o *DRD*.

- Con la información referida a los Corazones (*C*) y las Picas (*P*) llegamos a que puede ser *PCP* o *PPC*.

Juntando los resultados obtenidos llegamos a que la solución es: Rey de Picas – Dama de Picas – Dama de Corazones.

## PÁGINA 68

# ACTIVIDADES FINALES

## EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $1 - \frac{x+1}{6} = \frac{x}{2} + \frac{x-1}{6}$

b) $\frac{3x+2}{x+1} - \frac{3}{4} = 2$

c) $\frac{8}{x} - 1 = \frac{4}{x}$

d) $\frac{x}{6} - \frac{2x-1}{6} - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3}\right) = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x(x+3) = 3(x-1)$

b) $x + 1 = \frac{6}{x}$

c) $(x+2)(x-2) = 2(x+5) + 21$

d) $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$

e) $(x^2 - 5)(x^2 - 3) = -1$

f) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

g) $9x^4 + 5x^2 = 4$

h) $4x^4 - 65x^2 + 16 = 0$

i) $(x^2 - 16)(x^2 + 25) = 0$

j) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

3. Resuelve las siguientes cuestiones:

a) Halla el valor de $m$ en la ecuación $x^2 + mx - 24 = 0$ sabiendo que una de las raíces es 8.

b) Las raíces de la ecuación $x^2 + ax + b = 0$ son 2 y –3. Halla $a$ y $b$.

c) Halla $b$ en la ecuación $2x^2 + bx + 50 = 0$ para que las dos raíces de la ecuación sean iguales.

d) Dada la ecuación $x^2 + 6x = 0$, escribe una ecuación de segundo grado que tenga como soluciones las soluciones dobles de las de la ecuación dada.

4. Descompón 200 en dos partes de forma que la cuarta parte de la primera menos la quinta parte de la segunda de 32.

5. Encuentra un número de dos cifras sabiendo que estas suman 11 y que si invertimos el orden de las cifras el número obtenido excede en 45 al número dado.

6. La edad actual de Luis es el triple de la de su hija María. Halla las edades de ambos sabiendo que dentro de 16 años el padre tendrá doble edad que la hija.

7. En un parking hay 37 vehículos entre coches, motos y camiones de 6 ruedas. El número de motos excede en 3 al de coches y camiones juntos. Halla el número de vehículos de cada clase si en total suman 118 ruedas.

8. La diferencia de cuadrados de dos números pares consecutivos es 100. ¿Cuáles son esos números?

SOLUCIONES

1. Las soluciones son:

a) $x=\frac{6}{5}$ b) $x=3$ c) $x=4$ d) $x=\frac{3}{5}$

2. Las soluciones son:

a) $2x(x+3)=3(x-1) \Leftrightarrow 2x^2+3x+3=0$ No tiene soluciones reales.

b) $x+1=\frac{6}{x} \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Rightarrow x_1=2;\ x_2=-3$

c) $(x+2)(x-2)=2(x+5)+21 \Leftrightarrow x^2-2x-35=0 \Rightarrow x_1=7;\ x_2=-5$

d) $\frac{9}{x}-\frac{x}{3}=2 \Leftrightarrow x^2+6x-27=0 \Rightarrow x_1=3;\ x_2=-9$

e) $(x^2-5)(x^2-3)=-1 \Leftrightarrow x^4-8x^2+16=0 \Rightarrow x_1=2;\ x_2=-2$

f) $x^4-13x^2+36=0 \Rightarrow x_1=2;\ x_2=-2;\ x_3=3;\ x_4=-3$

g) $9x^4+5x^2=4 \Rightarrow x_1=\frac{2}{3};\ x_2=-\frac{2}{3}$

h) $4x^4-65x^2+16=0 \Rightarrow x_1=4;\ x_2=-4;\ x_3=\frac{1}{2};\ x_4=-\frac{1}{2}$

i) $(x^2-16)(x^2+25)=0 \Rightarrow x^2-16=0 \Rightarrow x_1=4;\ x_2=-4$

j) $x^3+2x^2-5x-6=0 \Rightarrow (x-2)(x+1)(x+3)=0 \Rightarrow x_1=2;\ x_2=-1;\ x_3=-3$

3. Las soluciones quedan:

a) Si una de las raíces de la ecuación es 8, ésta verificará la misma; es decir: $8^2+8m-24=0 \Rightarrow m=-5$.

b) Si las raíces de la ecuación son 2 y $-3$, éstas deben verificar la ecuación, por lo tanto:

$$\left.\begin{array}{l}4+2a+b=0\\9-3a+b=0\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l}a=1\\b=-6\end{array}$$

c) Las dos raíces son iguales si el valor del discriminante es nulo, es decir:

$$b^2 - 4ac = 0 \quad \Rightarrow \quad b^2 - 4 \cdot 2 \cdot 50 = 0 \quad \Rightarrow \quad b = \pm 20$$

d) La ecuación $x^2 + 6x = 0$ tiene como soluciones $x_1 = 0$ y $x_2 = -6$. La ecuación que tenga como soluciones las dobles de las anteriores, $x_1 = 0$ y $x_2 = -12$, es: $x^2 + 12x = 0$.

4. Las dos partes de *x* e *y* deben verificar:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 200 \\ \dfrac{x}{4} - \dfrac{y}{5} = 32 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 160 \\ y = 40 \end{array} \Rightarrow \text{Luego las dos partes son 160 y 40.}$$

5. Llamando *xy* al número de dos cifras e imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 11 \\ (10y + x) - (10x + y) = 45 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 8 \end{array} \Rightarrow \text{Por tanto el número buscado es 38.}$$

6. Llamando *x* a la edad de Luis e *y* a la edad de María. Se debe cumplir:

$$\left.\begin{array}{r} x = 3y \\ x + 16 = 2(y + 16) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 48 \\ y = 16 \end{array} \Rightarrow \text{Luis tiene 48 años y María tiene 16 años.}$$

7. Llamando *x* al número de coches, *y* al número de motos y *z* al de camiones. Se tiene que cumplir:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 37 \\ y = 3 + x + z \\ 4x + 2y + 6z = 118 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 12 \text{ coches} \\ y = 20 \text{ motos} \\ z = 5 \text{ camiones} \end{array}$$

8. Sean los número pares consecutivos: $(2x + 2)$ y $(2x)$. Se debe cumplir:

$$(2x + 2)^2 - (2x)^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad x = 12 \quad \Rightarrow \quad \text{Los números buscados son 26 y 24.}$$

# PÁGINA 69

9. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{x^2 - 5} = 2$

b) $\sqrt{x^2 - 5x + 3} = 2x - 1$

c) $\sqrt{x^2 + 9} + x^2 = 21$

d) $3x - 3\sqrt{x + 3} = x + 3$

e) $\sqrt{2x - 1} - \sqrt{2x - 4} = 3$

f) $\sqrt{x + 3} + \sqrt{x + 6} = \dfrac{3}{\sqrt{x + 3}}$

10. El dividendo de una división es 1 081. El cociente y el resto son iguales y el divisor es doble del cociente. Halla el divisor.

11. Los dos catetos de un triángulo rectángulo difieren en 5 unidades y la hipotenusa mide 25 cm. Calcula los catetos.

12. La suma de un número y su inverso es $\dfrac{34}{15}$; ¿cuánto vale el número?

13. El número de días que tiene un año tiene la propiedad de ser el único número que es suma de los cuadrados de tres números consecutivos. Además, es también suma de los cuadrados de los dos números consecutivos a los anteriores. Demuéstralo.

14. Resuelve los sistemas siguientes:

a) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{3} \\ 4y = x + 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - \dfrac{y-2}{2} = 7 \\ \dfrac{3}{2}(x-2) + 2y = -5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = 2(x+3) \\ x - 5 = 3(2-y) \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 160 \\ x - y = 8 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ x + y = 3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = -30 \end{cases}$

15. Halla las dimensiones del rectángulo de 60 $cm^2$ de área y cuya base es 7 cm más larga que su altura.

16. Marta quiere hacer el marco de un espejo con un listón de madera de 2 m, sin que le sobre ni le falte nada. Sabiendo que el espejo es rectangular y que tiene una superficie de 24 $dm^2$, ¿de qué longitud deben ser los trozos que ha de cortar?

17. La suma de las áreas de dos cuadrados es 3 250 $m^2$ y su diferencia 800 $m^2$. Calcula la medida de sus lados.

18. Dos albañiles hacen un trabajo en 3 horas. Uno de ellos lo haría en 4 horas. Calcula el tiempo que tardaría en hacerlo el otro solo.

19. Los estudiantes de 1º de Bachillerato están preparando una excursión. La agencia de viajes les da un presupuesto de 1 620 euros. En el último momento, dos estudiantes se ponen enfermos y, al no poder ir de excursión, el resto ha de pagar 4,80 euros más cada uno. ¿Cuántos estudiantes había en el curso?

20. En un multicine hay dos salas de proyección, una grande en la cual las entradas valen a 5 euros y otra pequeña en la cual el precio de las entradas es igual al 75% del precio de las mismas en la otra sala. Un día en que asistieron al multicine 280 personas se recaudaron 1 287,5 euros. ¿Cuántas personas estuvieron en cada sala?

9. Las soluciones quedan:

a) Elevando al cuadrado ambos miembros y operando obtenemos: $x^2-9=0$; así las soluciones quedarían: $x_1=3;\ x_2=-3$

b) Elevando al cuadrado ambos miembros y operando obtenemos: $3x^2+x-2=0$; así las soluciones quedarían: $x_1=-1;\ x_2=\frac{2}{3}$. La solución que verifica la ecuación dada es $x=\frac{2}{3}$.

c) Operando de forma análoga a los casos anteriores obtenemos:

$$x^4-43x^2+432=0 \quad\Rightarrow\quad x_1=3\sqrt{3};\ x_2=-3\sqrt{3};\ x_3=4;\ x_4=-4$$

Las soluciones que verifican la ecuación dada son: $x_1=4;\ x_2=-4$

d) Operando de forma análoga a los casos anteriores obtenemos:

$$4x^2-21x-18=0 \quad\Rightarrow\quad x_1=6;\ x_2=-\frac{3}{4} \text{ donde la solución buscada es: } x_1=6$$

e) Elevando al cuadrado ambos miembros y operando obtenemos: $-1=\sqrt{2x-4}$ y elevando de nuevo se obtiene $x=\frac{5}{2}$, sin embargo esta solución no verifica la ecuación inicial, por lo que se concluye que no existe solución.

f) Elevando al cuadrado y operando:

$$\sqrt{x+3}+\sqrt{x+6}=\frac{3}{\sqrt{x+3}} \quad\Rightarrow\quad 3=x+3+\sqrt{(x+6)(x+3)} \Leftrightarrow \sqrt{x^2+9x+18}=-x$$

Elevando al cuadrado se obtiene: $9x+18=0 \quad\Rightarrow\quad x=-2$

10. Las condiciones del problema nos dan:

$$\begin{array}{l|l} 1081 & 2x \\ \hline x & x \end{array}$$

De donde se extrae: $1081=2x^2+x$ cuyas soluciones son: $x_1=23;\ x_2=-23{,}5$.
El divisor de esta división es $-47$ ó 46.

11. El triángulo tiene por catetos $x$, $x-5$ y por hipotenusa 25, por lo tanto:

$$x^2+(x-5)^2=25^2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-5x-300=0 \quad \Rightarrow \quad x=20\,\text{cm}$$

Un cateto mide 20 cm y el otro 15 cm.

12. Llamando $x$ al número e imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$x+\frac{1}{x}=\frac{34}{15} \quad \Leftrightarrow \quad 15x^2-34x+15=0 \quad \Rightarrow \quad \text{Las soluciones son: } x_1=\frac{5}{3};\ x_2=\frac{3}{5}$$

13. La demostración queda:

$$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=365 \quad \Rightarrow \quad x=11 \quad \Rightarrow \quad \text{Los números son: } 10, 11 \text{ y } 12.$$

Los números consecutivos a éstos son: 13 y 14 y se cumple $13^2+14^2=365$.

14. La solución de los sistemas queda del siguiente modo:

a) $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{3} \\ 4y=x+3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=5 \\ y=2 \end{array}$

b) $\left.\begin{array}{r} x-\dfrac{y-2}{2}=7 \\ \dfrac{3}{2}(x-2)+2y=-5 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=4 \\ y=-4 \end{array}$

c) $\left.\begin{array}{r} y=2(x+3) \\ x-5=3(2-y) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=-1 \\ y=4 \end{array}$

d) $\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=160 \\ x-y=8 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=-4;\ y=-12 \\ x=12;\ y=4 \end{array}$

e) $\left.\begin{array}{r} x^2-y^2=21 \\ x+y=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=5 \\ y=-2 \end{array}$

f) $\left.\begin{array}{r} x+y=7 \\ x\cdot y=-30 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=10;\ y=-3 \\ x=-3;\ y=10 \end{array}$

15. Llamando $x$ a la longitud de la altura, la base tendrá por longitud $(7+x)$. Conocida el área se verifica:

$$x(7+x)=60 \quad \Rightarrow \quad x=5\,\text{cm}$$

El rectángulo mide 5 cm de altura y 12 cm de base.

16. Llamando $x$ a la longitud de la base e $y$ a la altura e imponiendo las condiciones del problema obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+2y=20 \\ x\cdot y=24 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=6\text{ cm} \\ y=4\text{ cm} \end{array} \text{ o bien } \begin{array}{l} x=4\text{ cm} \\ y=6\text{ cm} \end{array}$$

17. Llamando *x* al área de un cuadrado e *y* al área del otro obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=3\,250 \\ x-y=800 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=2\,025\ \text{m}^2 \\ y=1\,225\ \text{m}^2 \end{array}$$

De donde el lado de un cuadrado mide 35 m y el del otro 45 m.

18. Llamando x al tiempo que tarda él solo en hacer el trabajo obtenemos:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{x}=\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad x=12 \text{ horas tardaría él solo.}$$

19. Llamamos *x* al número de estudiantes del curso e *y* a la cantidad de dinero que paga cada uno. Imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x\cdot y=1\,620 \\ (x-2)(y+4{,}8)=1\,620 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x=27 \text{ estudiantes} \\ y=60 \text{ euros paga cada uno} \end{array}\right.$$

20. Llamando x al número de personas que asistieron a la sala grande e y al número de personas de la sala pequeña; imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 5x+3{,}75y=1287{,}5 \\ x+y=280 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=190 \text{ personas en la sala grande} \\ y=90 \text{ personas en la sala pequeña.} \end{array}$$

## PÁGINA 70

# ACTIVIDADES FINALES

21. Utilizando el método de Gauss, resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ 2x + y + 5z = 10 \\ x + y - 4z = -9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3y - 2z = -1 \\ x + z = 2 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 4y - 8z = -8 \\ 4x + 8y - z = 76 \\ 8x - y - 4z = 110 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 6x - 6y + 2z = -16 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x - y = 1 \\ y - z = 1 \\ x - z = 3 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x + y + t = 6 \\ x - t = -1 \\ 3x + 2y + t = 11 \end{cases}$

i) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 5 \\ 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - 2z = 0 \end{cases}$

22. La suma de las tres cifras de un número es 7. La cifra de las centenas es igual a la suma de la de las decenas más el doble de la de las unidades. Si se permutan entre sí las cifras de las centenas y la de las unidades, el número disminuye en 297 unidades. Calcula dicho número.

23. Un hombre le dijo a su hijo: *cuando transcurra la tercera parte de los años que yo tengo, tú tendrás la mitad de mi edad actual. Sí*, contestó el hijo, *pero hace sólo 4 años, tu edad era 11 veces la mía*. ¿Cuál es la edad actual del hijo?

24. Las tres cifras de un número suman 18. Si a ese número se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, se obtiene 594; la cifra de las decenas es media aritmética entre las otras dos. Halla dicho número.

25. Las edades de una familia formada por los padres y una hija suman 86 años. Halla la edad de cada uno de ellos sabiendo que la edad de la madre es triple de la edad de la hija, y las edades del padre y de la hija difieren en 26 años.

26. Un país importa 22 400 vehículos entre motos, coches y todoterrenos, al precio de 4 800, 9 000 y 9 500 euros, respectivamente. Si el total de los vehículos importados cuesta 168,65 millones de euros, ¿cuántos vehículos de cada tipo importa este país si de coches importa el 60% de la suma de motos y todoterrenos?

27. En un centro hay dos equipos de fútbol, A y B. Si del equipo A pasan tres personas al B, en ambos queda el mismo número. En cambio, si del B pasan 7 al A, queda en este un número que es el cuadrado de los de aquel. ¿Cuántos deportistas hay en cada equipo?

21. Las soluciones quedan:

a) $x=1;\ y=2$
b) $x=1;\ y=-2;\ z=2$
c) $x=-1;\ y=2;\ z=3$
d) $x=1;\ y=-2;\ z=3$
e) $x=16;\ y=2;\ z=4$
f) $x=-1;\ y=1;\ z=-2$
g) Sistema incompatible. No tiene solución.
h) $x=t-1;\ y=7-2t$. Sistema indeterminado.
i) $x=1;\ y=1;\ z=2$

22. Sea el número *xyz*.
De las siguientes condiciones del enunciado obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=7 \\ x=y+2z \\ xyz-zyx=297 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=7 \\ x-y-2z=0 \\ (100x+10y+z)-(100z+10y+x)=297 \end{array}\right\}$$

Resolviendo el sistema obtenemos: $x=4,\ y=2,\ z=1$
El número buscado es el 421.

23. Llamando *x* a la edad del padre e *y* a la edad del hijo obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} y+\dfrac{x}{3}=\dfrac{x}{2} \\ x-4=11\,(y-4) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x+6y=0 \\ x-11y=-40 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=48 \\ y=8 \end{array}$$

El padre tiene 48 años y el hijo 8 años.

24. Sea el número *xyz*.
Imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=18 \\ (100x+10y+z)-(100z+10y+x)=594 \\ y=\dfrac{x+z}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y+z=18 \\ x-z=6 \\ x-2y+z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=9 \\ y=6 \\ z=3 \end{array}$$

El número es el 963.

25. Llamamos *x* a la edad del padre, *y* a la edad de la madre y *z* a la edad de la hija. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=86 \\ y=3z \\ x-z=26 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=38 \\ y=36 \\ z=12 \end{array}$$

El padre tiene 38 años, la madre 36 años y la hija 12 años.

26. Llamamos *x* al número de motos que importa este país, *y* al de coches y *z* al de todoterrenos. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=22\,400 \\ 4\,800x+9\,900y+9\,500z=168{,}65\cdot 10^6 \\ y=\dfrac{60}{100}(x+z) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=8\,500 \text{ motos} \\ y=8\,400 \text{ coches} \\ z=5\,500 \text{ todoterrenos} \end{array}$$

27. En el equipo A hay *x* futbolistas y en el equipo B hay *y* futbolistas.

$$\left.\begin{array}{l} x-3=y+3 \\ x+7=(y-7)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=18 \text{ futbolistas en el equipo A} \\ y=12 \text{ futbolistas en el equipo B} \end{array}$$

# PÁGINA 71

28. Los 50 alumnos de 1.º de Bachillerato hacen una votación para determinar el destino de la excursión de fin de curso. Eligen entre Italia, Canarias y Holanda. El número de los que prefieren Italia duplica al de los que prefieren Canarias y los que prefieren Holanda constituyen la novena parte de la suma de los que prefieren los otros destinos. Halla el número de votos que obtuvo cada destino.

29. En un trabajo actúan tres mecanógrafas y lo terminan en cuatro días. Si trabajase solamente la primera, lo terminaría en 12 días; si trabajase solamente la segunda, lo terminaría en 10 días. ¿En cuánto tiempo lo terminaría la tercera actuando sola?

30. Dos capitales se diferencian en 567 euros. Se sabe que si se colocan a interés simple al mismo tanto por ciento, el primero durante 4 meses y el segundo durante 13 meses, ambos producen el mismo interés. Determina dichos capitales.

31. Invirtiendo mil euros en acciones de tipo A y dos mil en acciones de tipo B, obtendríamos unos intereses totales (anuales) de 1 680 euros, y si invertimos dos mil en A y mil en B, obtenemos 1 560 euros. ¿Cuáles serían los intereses si se invirtieran 3 000 euros en A y 5 000 euros en B?

32. Una empresa recoge papel usado para reciclar, que clasifica en tres tipos: bueno, medio y bajo. Ha realizado tres pruebas con diferentes mezclas: en la primera han obtenido 4 kg, habiéndose utilizado 2, 3 y 1 kilogramo de cada tipo, respectivamente; en la segunda, con 1, 2 y 3 kg se produce un total de 5 kg; y en la tercera 3 kg con 3, 1 y 2 kg. ¿Cuál es el rendimiento de cada tipo de papel?

33. Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntas, su número resulta ser el triple del número de niños.

    Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres. Averigua cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión.

34. Un ganadero tiene vacas que comen la misma cantidad de pienso cada día. Observa que si vende 15 vacas el pienso le dura 3 días más, y en cambio si compra 25 vacas el pienso le dura 3 días menos. ¿Cuántas vacas tiene este ganadero?

35. En cierto colegio, al principio de curso, la relación del número de alumnas al de alumnos era de 8/7. Al finalizar el curso, habían causado baja, por diversas causas, 40 chicas y el 4% de los chicos, y la relación era de 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?

36. En una confitería envasan los bombones en cajas de 250 g, 500 g y 1 kg. Cierto día envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250 g) que de tamaño mediano (500 g). Sabiendo que el precio del kilo de bombones son 24 euros y que el importe total de los bombones envasados asciende a 750 euros, determina cuántas cajas se han envasado de cada tipo.

28. Llamando $x$, $y$, $z$ a los alumnos que eligen Italia, Canarias y Holanda respectivamente e imponiendo las condiciones del enunciado obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=50 \\ x=2y \\ z=\dfrac{y}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=30 \text{ alumnos prefieren ir a Italia} \\ y=15 \text{ alumnos prefieren ir a Canarias} \\ z=5 \text{ alumnos prefieren ir a Holanda} \end{array}$$

29. Llamamos $x$ al tiempo que invertiría la tercera ella sola. Obtenemos:

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{10}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad x=15 \text{ días tarda la 3ª}$$

30. Llamando $x$ e $y$ a los capitales, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x-y=567 \\ \dfrac{x\cdot r\cdot 4}{1200}=\dfrac{y\cdot r\cdot 13}{1200} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-y=567 \\ 4x-13y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=819 \\ y=252 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Luego los capitales pedidos} \\ \text{son de 819 euros y 252 euros.} \end{array}$$

31. Llamando $x$ al interés que produce cada acción tipo $A$ e $y$ al que produce cada acción tipo $B$, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 1000x+2000y=1680 \\ 2000x+1000y=1560 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=0{,}48 \text{ euros} \\ y=0{,}6 \text{ euros} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Luego 3 000 euros en tipo A y 5 000 euros} \\ \text{en tipo B producen 4 400 euros.} \end{array}$$

32. Llamando $x$ al rendimiento que produce el tipo bueno, $y$ al de tipo medio y $z$ al de tipo bajo, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} 2x+3y+z=4 \\ 3x+2y+3z=5 \\ 3x+y+2z=5 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{7}{9};\ y=\frac{4}{9};\ z=\frac{10}{9}$$

33. Llamando $h$ al número de hombres, $m$ al de mujeres y $n$ al de niños, obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} h+m+n=20 \\ h+m=3n \\ m+1=h \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} h=8 \text{ hombres} \\ m=7 \text{ mujeres} \\ n=5 \text{ niños} \end{array}$$

34. Llamamos $v$ al número de vacas que tiene el ganadero y $t$ al tiempo en días que le dura el pienso para sus vacas. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} v\cdot t=(v-15)\cdot(t+3) \\ v\cdot t=(v+25)\cdot(t-3) \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} v=75 \text{ vacas} \\ t=12 \text{ días} \end{array} \Rightarrow \text{Luego el ganadero tiene 75 vacas.}$$

35. Llamamos $x$ al número de alumnas que había al principio del curso e $y$ al número de alumnos. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{y}=\dfrac{8}{7} \\ \dfrac{x-40}{0,96\cdot y}=\dfrac{15}{14} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=400 \text{ alumnas} \\ y=350 \text{ alumnos} \end{array} \Rightarrow \text{Luego finalizan el curso 360 chicas y 336 chicos.}$$

36. Llamamos $x$ al número de cajas de 250 gr, $y$ al de 500 gr y $z$ al de 1 00 gr. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=60 \\ x=y+5 \\ (0,25x+0,5y+z)\cdot 24=750 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=25 \text{ cajas pequeñas} \\ y=20 \text{ cajas medianas} \\ z=15 \text{ cajas grandes} \end{array}$$

# ACTIVIDADES FINALES

37. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{5}{4}(2x-4)-\frac{2(x-3)}{3}=x+2$

b) $\frac{x^2-4}{x^2-1}=0$

c) $(2x^2+8)(x^2-x-6)=0$

d) $(x^2-2)(x^2+2)=12$

e) $2x^5+3x^4-2x^3=3x^2$

f) $x^3-x^2+9x=9$

g) $\sqrt{2x^2-4}=1+\sqrt{x^2-3}$

h) $\frac{4}{x^2-1}=x^2-1$

38. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases}\frac{x+3y}{3}-\frac{3x+y}{2}=1\\ 2x=3-7y\end{cases}$

b) $\begin{cases}x+y=9\\ \frac{x}{6}=\frac{3}{y}\end{cases}$

c) $\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}\\ x+y+2z=150\end{cases}$

d) $\begin{cases}2x-3y=6-z\\ 3x-5z=-4-2y\\ z-6y=9-4x\end{cases}$

39. Una casa rural dispone de 27 camas en habitaciones dobles y sencillas. Halla el número de habitaciones de cada tipo si en total son 16 habitaciones.

40. El perímetro de un jardín rectangular es 36 m. Si se aumentan sus lados en 2 metros cada uno, el área aumenta en 40 m². Halla las dimensiones del jardín.

41. La suma de tres números es 98. La razón del primero al segundo es $\frac{2}{3}$ y del segundo al tercero $\frac{5}{8}$. encuentra los números.

42. La suma de las áreas de dos cuadrados es 673 m² y su diferencia es 385 m². Halla las longitudes de los lados de los cuadrados.

43. A la proyección de una película asisten 500 personas, de las cuales algunas pagan la entrada a 9 euros, otras son jubiladas y pagan el 20% del precio de la entrada, y los niños que asisten pagan el 50% del precio de la entrada. Sabiendo que el número de jubilados es doble del de personas que pagan la entrada completa y que en total se han recaudado 2 115 euros; halla el número de niños que ven la película.

44. En una finca hay 22 árboles entre manzanos, ciruelos y perales. El doble del número de ciruelos más el triple del número de perales es igual al doble del número de manzanas. Halla el número de árboles de cada tipo si se sabe que el número de ciruelos es la mitad del de manzanos.

37. Las soluciones quedan:

a) $x=6$

b) $x=2$ y $x=-2$

c) $x=-2$ y $x=3$

d) $x=2$ y $x=-2$

e) $x=0;\ x=1;\ x=-1$ y $x=-\frac{3}{2}$

f) $x=1$

g) $x=2$ y $x=-2$

h) $x=\sqrt{3}$ y $x=-\sqrt{3}$

38. Las soluciones de los sistemas son:

a) $x=-\frac{3}{5};\ y=\frac{3}{5}$

b) $x=3;\ y=6$ o bien $x=6;\ y=3$

c) $x=20;\ y=30;\ z=50$

d) $x=3;\ y=1;\ z=3$

39. Llamando *D* al número de habitaciones dobles y *S* al de sencillas obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} D+S=16 \\ 2D+S=27 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} D=11 \text{ habitaciones dobles} \\ S=5 \text{ habitaciones sencillas} \end{array}$$

40. Llamando *x*, *y* a las dimensiones del jardín e imponiendo las condiciones del problema obtenemos el siguiente sistema:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+2y=36 \\ (x+2)(y+2)=xy+40 \end{array}\right\}$$

Este sistema tiene indefinidas soluciones, todos los valores de *x* e *y* que verifiquen la siguiente expresión: $x+y=18$ con $x\in(0,18)$ e $y\in(0,18)$.

41. Sean *x*, *y*, *z* los tres números. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=98 \\ \frac{x}{y}=\frac{2}{3} \\ \frac{y}{z}=\frac{5}{8} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=20 \\ y=30 \\ z=48 \end{array}$$

42. Llamamos *x*, *y* a las áreas de estos cuadrados. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=673 \\ x-y=385 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=529 \text{ m}^2 \\ y=144 \text{ m}^2 \end{array} \Rightarrow \text{Luego los lados de estos cuadrados miden 23 m y 12 m.}$$

43. Llamamos *x* a las personas que pagan la entrada a 9 euros, *y* a los jubilados y *z* a los niños. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=500 \\ y=2x \\ 9x+1{,}8y+4{,}5z=2115 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=150 \text{ pagan la entrada a 9 euros} \\ y=300 \text{ son jubilados} \\ z=50 \text{ son niños} \end{array}$$

44. Llamando *x*, *y*, *z* al número de manzanos, ciruelos y perales respectivamente. Obtenemos:

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=22 \\ 2y+3y=2x \\ y=\dfrac{x}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x=12 \text{ manzanos} \\ y=6 \text{ ciruelos} \\ z=4 \text{ perales} \end{array}$$

# Unidad 4 – Inecuaciones y sistemas

## PÁGINA 75

### cuestiones iniciales

**1.** Dos segmentos miden 10 y 15 cm, respectivamente. ¿Qué dimensiones puede tener un tercer segmento para que forme triángulo con los anteriores?

**2.** La desigualdad $25 > 15$ es verdadera. Estudia si son verdaderas las desigualdades siguientes:

a) $25 + 5 > 15 + 5$ c) $25 \cdot 4 > 15 \cdot 4$ e) $25\,(-3) > 15\,(-3)$

b) $25 - 6 > 15 - 6$ d) $25 / 5 > 15 / 5$ f) $25/(-5) > 15/(-5)$

**3.** Comprueba si los valores que se indican son soluciones de las inecuaciones correspondientes:

a) $x = 3,\ x = 4,\ x = 5$ de $x^2 + 3x > 30$

b) $x = -2,\ x = 6$ de $x + 2 < 8 - x$

c) $x = 0,\ x = 2$ de $\dfrac{2x + 3}{x - 1} > 1$

d) $x = 0,\ x = 1$ de $\dfrac{2x + 1}{x - 2} > \dfrac{1}{2}$

**4.** Un vehículo se desplaza en línea recta con una velocidad superior a 75 m/s e inferior a 110 m/s. ¿Entre qué distancias se encuentra el móvil al cabo de dos horas?

SOLUCIONES

1. La medida del tercer segmento debe estar entre 5 y 25 cm.

2. En cada uno de los casos:

   Son verdaderas las desigualdades: a), b), c) y d).
   Son falsas las desigualdades: e) y f).

3. En cada uno de los casos:

   a) Los valores de $x = 3$ y $x = 4$ no son soluciones de la inecuación dada. Sin embargo, $x = 5$ sí lo es.
   b) El valor $x = -2$ es solución de la inecuación dada y $x = 6$ no lo es.
   c) El valor $x = 0$ no es solución de la inecuación dada y $x = 5$ sí lo es.
   d) Los valores $x = 0$, $x = 1$ no son soluciones de la inecuación.

4. Entre 540 km y 792 km.

## PÁGINA 85

**ACTIVIDADES**

Practica lo dicho anteriormente con los siguientes problemas

1. **Relaciones familiares.** Por ahí vienen nuestros padres, padres de nuestros hijos, maridos de nuestras madres y nuestros propios maridos. ¿Es esto cierto?

2. **Animado baile.** Cuarenta y dos personas toman parte en un baile. Durante la velada, una primera dama bailó con siete caballeros; una segunda, con ocho; una tercera, con nueve; y así sucesivamente hasta la última, que bailó con todos los caballeros. ¿Cuántas damas había en aquel baile?

3. **La perra *Cati*.** Luis va todos los días desde su casa a la sierra más cercana, que dista 1,5 km. Va acompañado de su perra mastina *Cati*, que va corriendo a la sierra. Cuando la perra llega a la sierra, vuelve con Luis y así sucesivamente, hasta que Luis llega a la sierra. Luis camina a 6 km/h y *Cati* va a 16 km/h. ¿Cuántos km recorre *Cati*?

4. **La edad de Astérix.** ¿Qué edad tenía Astérix en el año 2000, sabiendo que esa edad es igual a la suma de las tres últimas cifras de su año de nacimiento?

SOLUCIONES

1. Sí puede ser cierto; se trata de dos padres que se han casado cada uno con la hija del otro.

2. Diremos que:

$a_1 = 7$

$a_2 = 8$

.

$a_n = 7 + (n-1)\cdot 1 = n + 6$

Además sabemos que $a_n + n = 42 \Rightarrow n = 18$ damas.

$a_n = 42 - 18 = 24$ caballeros.

Había 18 damas y 24 caballeros.

3. Luis tarda 15 minutos en llegar a la sierra.
La perra, por lo tanto, ha estado moviéndose durante 15 minutos.
Por tanto ha recorrido: $16\ {}^{\text{km}}\!/_{\text{h}} : 4 = 4$ kilómetros.

4. Diremos que:

$$\left.\begin{array}{l} 2000 - 19xy = 9 + x + y \\ 2000 - (1000 + 900 + 10x + y) = 9 + x + y \\ \quad \Rightarrow 11x + 2y = 91 \Rightarrow x = 7 \quad y = 7 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Es decir, Astérix nació en el año 1 977 y en el año 2 000 tendrá 23 años.

## PÁGINA 88

# ACTIVIDADES FINALES

## EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. Comprueba si los valores $x = -2$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$ y $x = 2$ son soluciones de las inecuaciones siguientes:

a) $3 - x < 2 + 5x$

b) $1 + x > 2 - 3x$

c) $x^2 - 2x + 8 < 0$

d) $\dfrac{2x+3}{x-1} \leq 2$

e) $\dfrac{x-1}{x+3} > 3$

f) $\dfrac{2x+1}{x+5} > \dfrac{2}{3}$

g) $x(x+4) < 2x^2$

h) $(x+2)^2 > 9$

i) $\dfrac{(x-1)^2 - 6}{3-2x} > 1$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2(3x-3) > 6$

b) $3(3-2x) < 2(3+x)$

c) $2(x+3) + 3(x-1) > 2(x+2)$

d) $\dfrac{3x-3}{5} - \dfrac{4x+8}{2} < \dfrac{x}{4} - 3x$

e) $2(3+x) > \dfrac{8+x}{3}$

f) $\dfrac{x+1}{2} - 3x \geq \dfrac{1-5x}{3} + 4$

3. Asocia a cada inecuación su conjunto de soluciones correspondientes:

1) $\dfrac{x+1}{10} \leq 2x - 17$

2) $3x - 7 > x - 1$

3) $\dfrac{4x-6}{7} < x + 3$

4) $2(x-3) \leq x$

a) $(-9, +\infty)$

b) $(-\infty, 6]$

c)


d) $x > 3$

4. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 1 - x < 2 - 3x \\ 3 + x < 2 + 5x \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + \dfrac{1}{5} < 3 \\ x < \dfrac{4-2x}{5} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 7 > 5 - x \\ 3x + 1 \leq x - 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{x}{5} > 8 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{4x}{9} > 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} - \dfrac{x+3}{2} \leq x \\ \dfrac{4x-2}{4} - \dfrac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x}{5} - \dfrac{x}{7} < 2 \\ \dfrac{x}{3} - \dfrac{x}{5} > -6 \end{cases}$

5. Asocia, de forma razonada, las siguientes soluciones con sus sistemas correspondientes:

a) $\begin{cases} 2x - 3 < 4x - 5 \\ x + 1 > \dfrac{7x-2}{4} \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x < 3 \\ x + 6 \leq 6 \\ 2(x+1) \geq x \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x < -6 \\ x \geq 0 \\ -1 < x \end{cases}$

i) $(3, +\infty)$

ii) $[-2, 0]$

iii) $(1, 2)$

6. Juan tiene la costumbre de subir la escalera de su casa saltando los escalones de 2 en 2 y la baja con saltos de 3 en 3. No recuerda con exactitud cuántos saltos da entre la subida y la bajada: entre 45 y 50. ¿Cuántos escalones tiene la escalera de su casa?

7. En un concurso organizado en el aula, una de las pruebas consiste en tirar una moneda 20 veces. Si sale *cara* al jugador se le asignan 10 000 puntos y si sale *cruz*, 6 000. ¿Cuántas caras y cruces han podido salir si se sabe que ha ganado menos de 176 000 puntos?

8. Un vendedor recibe una cantidad fija al mes de 600 euros, además de un 5% de las ventas que realice. ¿Qué cantidad debe vender para tener un sueldo mensual comprendido entre 1 200 y 1 500 euros?

SOLUCIONES

1. Los resultados pueden verse en la tabla que sigue:

| Inecuación | $x=-2$ | $x=-1$ | $x=0$ | $x=1$ | $x=2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| a) | no | no | no | sí | sí |
| b) | no | no | no | sí | sí |
| c) | no | no | no | no | no |
| d) | sí | sí | sí | no | no |
| e) | no | no | no | no | no |
| f) | no | no | no | no | sí |
| g) | sí | sí | no | no | no |
| h) | no | no | no | no | sí |
| i) | no | no | no | no | sí |

2. Las soluciones quedan:

a) $2(3x-3)>6 \Leftrightarrow 6x-6>6 \Leftrightarrow 6x>12 \Leftrightarrow x>2$

b) $3(3-2x)<3(3+x) \Leftrightarrow 9-6x<6+2x \Leftrightarrow -8x<-3 \Leftrightarrow x>\frac{3}{8}$

c) $2(x+3)+3(x-1)>2(x+2) \Leftrightarrow 2x+6+3x-3>2x+4 \Leftrightarrow 3x>1 \Leftrightarrow x>\frac{1}{3}$

d) $\frac{3x-3}{5}-\frac{4x+8}{2}<\frac{x}{4}-3x \Leftrightarrow 12x-12-40x-80<5x-60x \Leftrightarrow 27x<92 \Leftrightarrow x<3{,}41$

e) $2(3+x)>\frac{8+x}{3} \Leftrightarrow 6+2x>\frac{8+x}{3} \Leftrightarrow 18+6x>8+x \Leftrightarrow 5x>-10 \Leftrightarrow x>-2$

f) $\frac{x+1}{2}-3x\geq\frac{1-5x}{3}+4 \Leftrightarrow 3x+3-18x\geq 2-10x+24 \Leftrightarrow -5x\geq 23 \Leftrightarrow x\leq-\frac{23}{5}$

3. Las asociaciones quedan: $1\rightarrow$ c) $2\rightarrow$ d) $3\rightarrow$ a) $4\rightarrow$ b)

4. Los sistemas quedan:

a) $\begin{cases}1-x<2-3x\\3+x<2+5x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x<1\\-4x<-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<\frac{1}{2}\\x>\frac{1}{4}\end{cases} \Rightarrow$ La solución es el rango: $x\in\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$

b) $\begin{cases} x+\dfrac{1}{5}<3 \\ x<\dfrac{4-2x}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\dfrac{14}{5} \\ 5x<4-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\dfrac{14}{5} \\ x>\dfrac{4}{7} \end{cases} \Rightarrow$ La solución es el rango : $x \in \left(-\infty, \dfrac{4}{7}\right)$

c) $\begin{cases} 5x-7>5-x \\ 3x+1\le x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x>12 \\ 2x\le -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x\le -1 \end{cases} \Rightarrow$ El sistema no tiene solución.

d) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{x}{5}>8 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{4x}{9}>5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+3x>120 \\ 9x-8x>90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>15 \\ x>90 \end{cases} \Rightarrow$ La solución es el rango : $x \in (90, +\infty)$

e) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}-\dfrac{x+3}{2}\le x \\ \dfrac{4x-2}{4}-\dfrac{x-1}{3}\ge x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2-3x-9\le 6x \\ 12x-6-4x+4\ge 12x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7x\le 11 \\ -4x\ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\dfrac{11}{7} \\ x\le -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ La solución es el rango : $x \in \left[-\dfrac{11}{7}, -\dfrac{1}{2}\right]$

f) $\begin{cases} \dfrac{x}{5}-\dfrac{x}{7}<2 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{x}{5}>-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x-5x<70 \\ 5x-3x>-90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<35 \\ x>-45 \end{cases} \Rightarrow$ La solución es el rango : $x \in [-45, 35]$

5. La solución es: a) con iii); b) con ii); c) con i)

6. Llamando $x$ al número de escalones, tenemos:

$$45<\frac{x}{2}+\frac{x}{3}<50 \quad \Leftrightarrow \quad 45<\frac{5x}{6}<50 \quad \Leftrightarrow \quad 9<\frac{x}{6}<10 \quad \Leftrightarrow \quad 54<x<60$$

El número de escalones está comprendido entre 54 y 60.

7. Llamando $x$ al número de caras y $(20-x)$ al número de cruces obtenemos:

$10\,000\cdot x+6\,000\cdot(20-x)<176\,000 \Rightarrow x<14 \Rightarrow$ El máximo número de caras conseguido es 14.

8. Llamando $x$ a la cantidad que debe vender cumple:

$$1200<600+0{,}05\cdot x<1500 \quad \Rightarrow \quad 12\,000<x<18\,000$$

Debe vender una cantidad entre 12 000 y 18 000 euros.

# PÁGINA 89

9. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $-x^2 + 3x + 10 \leq 0$

b) $9x^2 - 6x + 1 > 0$

c) $(x + 1)^2 - 8x + 4 \geq 0$

d) $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{11x+2}{15} < \frac{x^2-1}{3}$

e) $x^3 - 11x^2 + 10x \leq 0$

f) $x^3 - 1 > 0$

10. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{3}{x-2} > 0$

b) $\frac{3-x}{x+3} \leq 0$

c) $\frac{-10}{x-2} < 0$

d) $\frac{6-2x}{x+3} \geq 1$

e) $\frac{1}{x} > 1$

f) $\frac{x+1}{x-1} + 2 < 0$

11. ¿Qué números reales verifican que su cuadrado es menor que su cuádruplo?

12. Sin hacer la representación gráfica, estudia para qué valores de $x$ la función $f(x) = -x^2 + 4x$ es positiva.

13. Deseamos constuir un cuadro metálico de forma cuadrada. El interior del cuadrado es de acero que vale a 150 euros el metro cuadrado y el marco de cobre cuesta 30 euros el metro. ¿Qué longitud tendrá como máximo el lado del cuadrado si no disponemos de más de 620 euros?

14. Estudia en cada una de las siguientes inecuaciones si los puntos que se dan son o no soluciones de la misma:

a) $3x + 2y > 5$; $A(1, 2)$, $B(-1, 2)$, $C(-2, 1)$ y $M(0, 0)$

b) $4x + 3y \leq -2$; $D\left(\frac{1}{4}, 1\right)$, $E\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$, $F\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ y $G\left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{3}\right)$

15. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x - 2y < 0$

b) $5x - 2y \geq 3$

c) $-2x - y > 2$

16. Busca el conjunto solución o región factible en los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y \leq 0 \\ -x + y > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y \geq -3 \\ x + y < 2 \end{cases}$

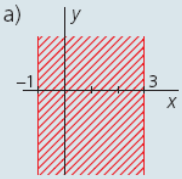
c) $\begin{cases} x - 3y \leq 2 \\ y + 2 > 0 \end{cases}$

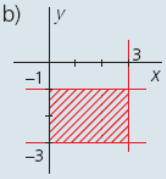
d) $\begin{cases} y > x - 1 \\ x \geq 0 \\ y \leq 4 \\ 2x \leq 5 - y \end{cases}$

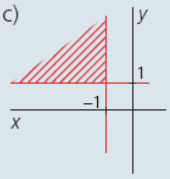
e) $\begin{cases} y \leq 5 \\ x \leq 3 \\ x > y \\ x < y + 2 \end{cases}$

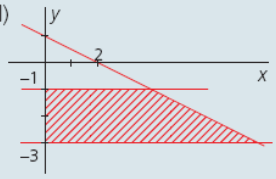
f) $\begin{cases} x > 1 - y \\ y < 2 \\ x > -2 \end{cases}$

17. Escribe los sistemas de inecuaciones que representan las regiones rayadas siguientes:

a)



b)



c)



d)


9. La solución en cada caso es:

a) $-x^2+3x+10\le 0 \;\Rightarrow\; x^2-3x-10\ge 0 \;\Rightarrow$ La solución queda: $(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$

b) $9x^2-6x+1>0 \;\Rightarrow\; (3x-1)^2>0 \;\Rightarrow$ La solución queda: $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{3}\right\}$

c) $(x+1)^2-8x+4\ge 0 \;\Rightarrow\; x^2-6x+5\ge 0 \;\Rightarrow$ La solución queda: $(-\infty,1]\cup[5,+\infty)$

d) $\frac{(x-1)^2}{3}+\frac{11x+2}{15}<\frac{x^2-1}{3} \;\Rightarrow\; x+12<0 \;\Rightarrow$ La solución queda: $(-\infty,-12)$

e) $x^3-11x^2+10x\le 0 \;\Rightarrow$ La solución queda: $(-\infty,0]\cup[1,10]$

f) $x^3-1>0 \;\Rightarrow$ La solución queda: $[1,+\infty)$

10. Las soluciones quedan:

a) Solución: $(2,+\infty)$

b) Solución: $(-\infty,-3)\cup[3,+\infty)$

c) Solución: $(2,+\infty)$

d) Solución: $(-3,3]$

e) Solución: $(0,1)$

f) Solución: $\left(\frac{1}{3},1\right)$

11. Todos los números *x* que verifiquen $x^2<4x$, es decir, los valores del intervalo (0,4).

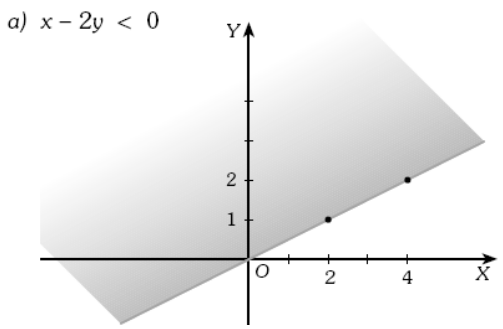
12. Todos los números *x* que verifiquen $-x^2+4x>0$, es decir, los valores del intervalo (0,4).

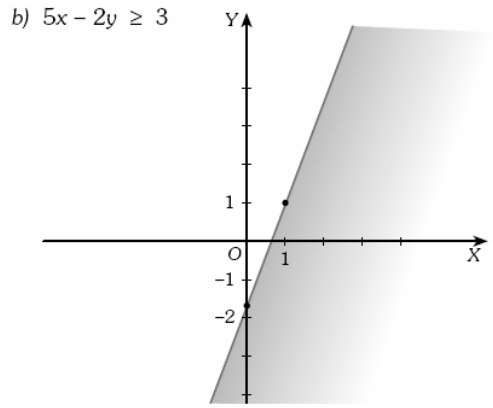
13. Llamando *x* al lado del cuadrado obtenemos: $150\cdot x^2+30\cdot 4x\le 620$.

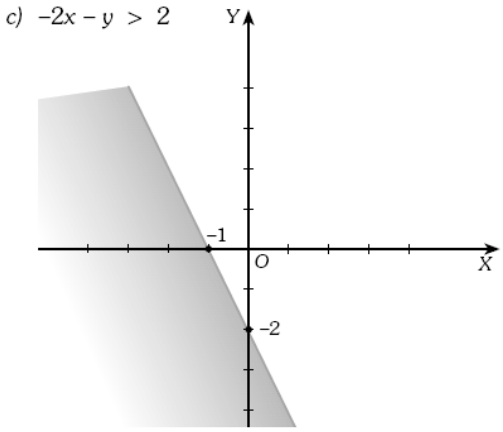
Las soluciones son los valores de *x* que estén en el intervalo $(-2,47;1,67)$. Luego la longitud máxima del cuadro es de 1,67 metros.

14. Las soluciones de las inecuaciones son: a) El punto A b) Los puntos E, F y G.

15. Las soluciones son las regiones rayadas.

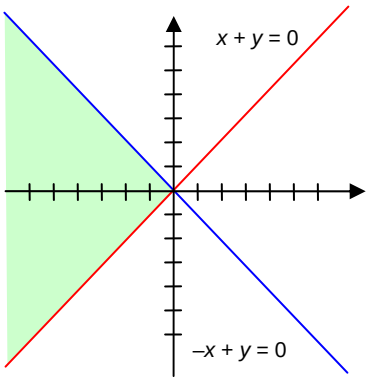


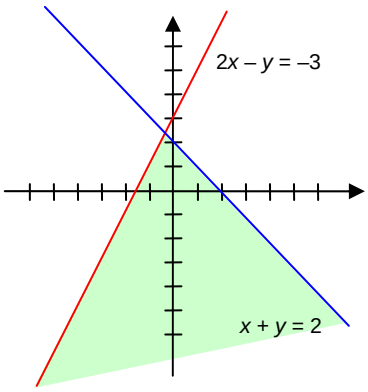



16. En cada uno de los casos queda:

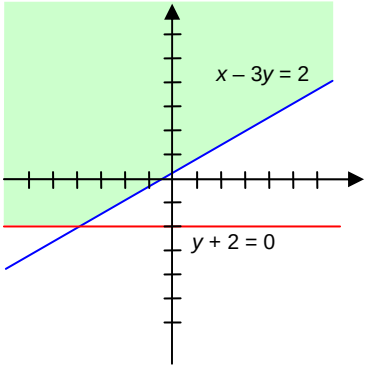
a)



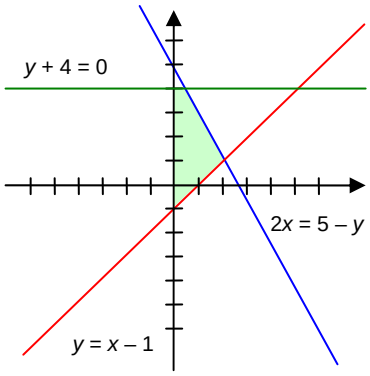

c)



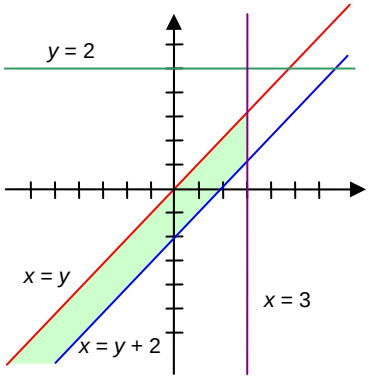

e)



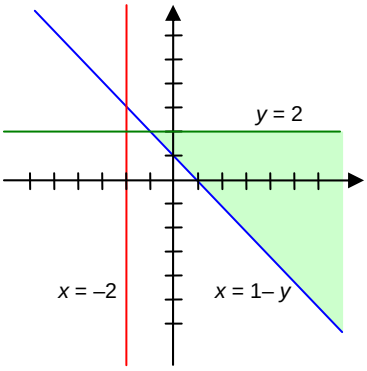

b)




d)




f)




17. Los sistemas de inecuaciones son:

a) $\begin{cases} x > -1 \\ x < 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x > 0 \\ x < 3 \\ y > -3 \\ y < -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x < -1 \\ y > 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y > -3 \\ y < -1 \\ x + 2y < 2 \end{cases}$