

1 Potencias

Página 37

1. Calcula.

a) 5^3

b) 2^6

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

d) 8^1

e) $(-5)^3$

f) $(-2)^6$

g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

h) $(-8)^1$

a) $5^3 = 125$

b) $2^6 = 64$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

d) $8^1 = 8$

e) $(-5)^3 = -125$

f) $(-2)^6 = 64$

g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

h) $(-8)^1 = -8$

2. Expresa como una potencia de base 10.

a) 100 000

b) Mil millones

c) 100 000 000

d) Un billón

a) $100\,000 = 10^5$

b) Mil millones = 10^9

c) $100\,000\,000 = 10^8$

d) Un billón = 10^{12}

3. Escribe el cubo de todos los números enteros comprendidos entre -5 y +5.

$(-5)^3 = -125$

$(-1)^3 = -1$

$3^3 = 27$

$(-4)^3 = -64$

$0^3 = 0$

$4^3 = 64$

$(-3)^3 = -27$

$1^3 = 1$

$5^3 = 125$

$(-2)^3 = -8$

$2^3 = 8$

4. Escribe la descomposición polinómica de:

a) 250 467

b) 8 400 900

c) 42 800 500 000

a) $250\,467 = 2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 7$

b) $8\,400\,900 = 8 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^2$

c) $42\,800\,500\,000 = 4 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 10^9 + 8 \cdot 10^8 + 5 \cdot 10^5$

5. ¿Qué número corresponde a cada descomposición?

a) $4 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2$

b) $5 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10$

a) $4 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 = 478\,602$

b) $5 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10 = 52\,086\,020$

Página 39

6. Reduce cada expresión a una sola potencia:

a) $x \cdot x^4 \cdot x^2$

b) $x^9 : x^7$

c) $x^2 \cdot (x^7 : x^6)$

d) $(a^9 : a^6) \cdot a^2$

e) $(a^3 \cdot a^5) : (a^4 \cdot a^4)$

f) $\frac{x^3 \cdot x^6}{x^7}$

g) $\frac{x^7 : x^2}{x^4 : x^3}$

h) $\frac{x^4 \cdot x^2}{x \cdot x^3}$

a) $x \cdot x^4 \cdot x^2 = x^{1+4+2} = x^7$ (Propiedad ③)

b) $x^9 : x^7 = x^{9-7} = x^2$ (Propiedad ④)

c) $x^2 \cdot (x^7 : x^6) = x^{2+(7-6)} = x^{2+1} = x^3$ (Propiedades ③ y ④)

d) $(a^9 : a^6) \cdot a^2 = a^{(9-6)+2} = a^{3+2} = a^5$ (Propiedades ③ y ④)

e) $(a^3 \cdot a^5) : (a^4 \cdot a^4) = a^{3+5} : a^{4+4} = a^8 : a^8 = 1$ (Propiedades ③ y ④)

f) $\frac{x^3 \cdot x^6}{x^7} = \frac{x^{3+6}}{x^7} = \frac{x^9}{x^7} = x^{9-7} = x^2$ (Propiedades ③ y ④)

g) $\frac{x^7 : x^2}{x^4 : x^3} = \frac{x^{7-2}}{x^{4-3}} = \frac{x^5}{x} = x^{5-1} = x^4$ (Propiedad ④)

h) $\frac{x^4 \cdot x^2}{x \cdot x^3} = \frac{x^{4+2}}{x^{1+3}} = \frac{x^6}{x^4} = x^{6-4} = x^2$ (Propiedades ③ y ④)

7. Opera.

a) $(x^3)^4$

b) $(x^2)^5$

c) $(x^3)^5 : x^{10}$

d) $a^9 : (a^4)^2$

e) $(a^2)^2 \cdot (a^2)^2$

f) $(a^2)^4 : (a^3)^2$

a) $(x^3)^4 = x^{3 \cdot 4} = x^{12}$

b) $(x^2)^5 = x^{2 \cdot 5} = x^{10}$

c) $(x^3)^5 : x^{10} = x^{15} : x^{10} = x^5$

d) $a^9 : (a^4)^2 = a^9 : a^8 = a$

e) $(a^2)^2 \cdot (a^2)^2 = a^4 \cdot a^4 = a^8$

f) $(a^2)^4 : (a^3)^2 = a^8 : a^6 = a^2$

8. Reduce a una sola potencia y después calcula.

a) $7^5 : 7^3$

b) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$

c) $(-5)^7 : 5^6$

d) $[(-3)^2]^2$

e) $(7^2)^3 : (7^3)^2$

f) $(-2)^3 : (-2)$

a) $7^5 : 7^3 = 7^2 = 49$

b) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^5 = -32$

c) $(-5)^7 : 5^6 = -5^7 : 5^6 = -5$

d) $[(-3)^2]^2 = (-3)^4 = 81$

e) $(7^2)^3 : (7^3)^2 = 7^6 : 7^6 = 7^0 = 1$

f) $(-2)^3 : (-2) = (-2)^2 = 4$

9. Calcula por el camino más corto, aplicando las propiedades 1 y 2, como en el ejemplo:

• $18^4 : 9^4 = (18 : 9)^4 = 2^4 = 16$

a) $2^5 \cdot 5^5$

b) $24^3 : 8^3$

c) $4^3 \cdot (-5)^3$

d) $(-10)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4$

a) $2^5 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^5 = 10^5 = 100\,000$

b) $24^3 : 8^3 = (24 : 8)^3 = 3^3 = 27$

c) $4^3 \cdot (-5)^3 = [4 \cdot (-5)]^3 = (-20)^3 = -8\,000$

d) $(-10)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left[(-10) \cdot \frac{1}{2}\right]^2 = (-5)^2 = 25$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)^4 = 1^4 = 1$

10. Reduce a un único número racional en cada caso:

a) $2^3 \cdot 5^4$

b) $20^5 : 2^6$

c) $9^6 : (-3)^6$

d) $2^8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4$

e) $\frac{6^5}{2^4} : 3^5$

f) $(-2)^8 : \left(\frac{1}{4}\right)^5$

g) $\left(\frac{1}{3}\right)^6 : \left(\frac{1}{9}\right)^3$

h) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$

a) $2^3 \cdot 5^4 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 5 = (2 \cdot 5)^3 \cdot 5 = 10^3 \cdot 5 = 5\,000$

b) $20^5 : 2^6 = (20^5 : 2^5) : 2 = (20 : 2)^5 : 2 = 10^5 : 2 = 50\,000$

c) $9^6 : (-3)^6 = [9 : (-3)]^6 = (-3)^6 = 729$

d) $2^8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \frac{2^8 \cdot 5^4}{2^4} = 2^4 \cdot 5^4 = 10^4 = 10\,000$

e) $\frac{6^5}{2^4} : 3^5 = \frac{(2 \cdot 3)^5}{2^4} : 3^5 = \frac{2^5 \cdot 3^5}{2^4} : 3^5 = (2 \cdot 3^5) : 3^5 = 2$

f) $(-2)^8 : \left(\frac{1}{4}\right)^5 = (-2)^8 : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^5 = (-2)^8 : \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{(-2)^8}{2^{10}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

g) $\left(\frac{1}{3}\right)^6 : \left(\frac{1}{9}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^6 : \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^6 : \left(\frac{1}{3}\right)^6 = 1$

h) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{2^6}{3^6} \cdot \frac{3^4}{4^4} = \frac{2^6 \cdot 3^4}{3^6 \cdot (2^2)^4} = \frac{2^6 \cdot 3^4}{3^6 \cdot 2^8} = \frac{1}{3^2 \cdot 2^2} = \frac{1}{36}$

2 Potencias de exponente cero o negativo

Página 41

1. Expresa en cada caso con una fracción irreducible o con un número entero:

a) 7^0

b) 3^{-3}

c) $(-3)^{-2}$

d) 8^{-1}

e) $\left(\frac{3}{8}\right)^0$

f) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$

g) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

h) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$

a) $7^0 = 1$

b) $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

c) $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

d) $8^{-1} = \frac{1}{8}$

e) $\left(\frac{3}{8}\right)^0 = 1$

f) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}$

g) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$

h) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

2. Calcula.

a) $6^2 \cdot 3^{-4}$

b) $2^{-3} : 2^2$

c) $5^{-2} \cdot 5^{-3}$

d) $(2 \cdot 3^2)^{-2} \cdot 6^2$

e) $(3^2 \cdot 5^{-3}) \cdot (3^3 \cdot 5^{-2})$

f) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

a) $6^2 \cdot 3^{-4} = (3 \cdot 2)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{3^2 \cdot 2^2}{3^4} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

b) $2^{-3} : 2^2 = 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

c) $5^{-2} \cdot 5^{-3} = 5^{-5} = \frac{1}{5^5} = \frac{1}{3125}$

d) $(2 \cdot 3^2)^{-2} \cdot 6^2 = \frac{1}{(2 \cdot 3^2)^2} \cdot (2 \cdot 3)^2 = \frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^4} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

e) $(3^2 \cdot 5^{-3}) \cdot (3^3 \cdot 5^{-2}) = \frac{3^2}{5^3} \cdot \frac{3^3}{5^2} = \frac{3^5}{5^5} = \frac{243}{3125}$

f) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{2^2}{3^2} \cdot 3 = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$

3. Reduce a una sola potencia cada expresión:

a) $x^4 \cdot x^{-5}$

b) $x^2 : x^{-1}$

c) $x^{-3} \cdot (x^5 : x^6)$

d) $(a^2)^3 : a^7$

e) $a^8 \cdot (a^2)^{-3}$

f) $b^6 : (b^4 \cdot b^{-2})$

g) $\frac{x^2}{x^{-3}}$

h) $\frac{x^{-2}}{x}$

i) $\frac{x^7 \cdot x^5}{x \cdot x^3}$

a) $x^4 \cdot x^{-5} = x^{-1}$

b) $x^2 : x^{-1} = x^3$

c) $x^{-3} \cdot (x^5 : x^6) = x^{-3} \cdot x^{-1} = x^{-4}$

d) $(a^2)^3 : a^7 = a^6 : a^7 = a^{-1}$

e) $a^8 \cdot (a^2)^{-3} = a^8 \cdot a^{-6} = a^2$

f) $b^6 : (b^4 \cdot b^{-2}) = b^6 : b^2 = b^4$

g) $\frac{x^2}{x^{-3}} = x^2 : x^{-3} = x^5$

h) $\frac{x^{-2}}{x} = x^{-3}$

i) $\frac{x^7 \cdot x^5}{x \cdot x^3} = \frac{x^{12}}{x^4} = x^8$

4. Reduce estas expresiones:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{x}\right)^{-2} \cdot x$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{a}\right)^4 : a^{-3}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{x}\right)^{-2} \cdot x^{-2}$$

$$\text{d) } \left(\frac{1}{a}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$$

$$\text{e) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-8} \cdot \frac{x^6}{y^7}$$

$$\text{f) } \frac{a^5}{b^3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$$

$$\text{a) } \left(\frac{1}{x}\right)^{-2} \cdot x = x^2 \cdot x = x^3$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{a}\right)^4 : a^{-3} = a^{-4} : a^{-3} = a^{-1}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{x}\right)^{-2} \cdot x^{-2} = x^2 \cdot x^{-2} = x^0 = 1$$

$$\text{d) } \left(\frac{1}{a}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = a \cdot \frac{b}{a} = b$$

$$\text{e) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-8} \cdot \frac{x^6}{y^7} = \frac{y^8}{x^8} \cdot \frac{x^6}{y^7} = \frac{y}{x^2}$$

$$\text{f) } \frac{a^5}{b^3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = \frac{a^5}{b^3} \cdot \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^3}{b}$$

3 Notación científica

Página 42

Cálculo mental

Di el valor de n para que se verifique cada igualdad:

a) $513\,000 = 5,13 \cdot 10^n$

b) $2\,577,6 = 2,5776 \cdot 10^n$

c) $453 \cdot 10^3 = 4,53 \cdot 10^n$

d) $125,3 \cdot 10^6 = 1,253 \cdot 10^n$

a) $n = 5$

b) $n = 3$

c) $n = 5$

d) $n = 8$

1. Expresa estas cantidades en notación científica:

a) 2 800 000

b) 169 000 000

c) 7 020 000 000

d) 53 420 000 000 000

a) $2\,800\,000 = 2,8 \cdot 10^6$

b) $169\,000\,000 = 1,69 \cdot 10^8$

c) $7\,020\,000\,000 = 7,02 \cdot 10^9$

d) $53\,420\,000\,000\,000 = 5,342 \cdot 10^{13}$

2. Expresa con todas sus cifras.

a) $3,6 \cdot 10^5$

b) $8,253 \cdot 10^8$

c) $2,27 \cdot 10^{11}$

a) $3,6 \cdot 10^5 = 360\,000$

b) $8,253 \cdot 10^8 = 825\,300\,000$

c) $2,27 \cdot 10^{11} = 227\,000\,000\,000$

3. Compara estas expresiones del mismo número:

$$2\,370\,000\,000\,000\,000\,000 \leftrightarrow 2,37 \cdot 10^{18}$$

¿Cuál te parece más manejable? Explica por qué.

La primera expresión está escrita con todas las cifras del número, mientras que la segunda es una expresión en notación científica.

Es más manejable la segunda, porque se puede comparar con mayor facilidad y ocupa menos espacio al escribirla.

4. Expresa 6 274 344 825 en notación científica, redondeándolo a las decenas de millón.

$6\,274\,344\,825 \rightarrow$ Redondeo: $6\,270\,000\,000$

Notación científica: $6,27 \cdot 10^9$

Página 43

Cálculo mental

Di el valor de n para que se verifique cada igualdad:

a) $0,000007 = 7 \cdot 10^n$

b) $0,00513 = 5,13 \cdot 10^n$

c) $0,45 \cdot 10^{-2} = 4,5 \cdot 10^n$

d) $0,0018 \cdot 10^{-5} = 1,8 \cdot 10^n$

a) $n = -6$

b) $n = -3$

c) $n = -3$

d) $n = -8$

5. Expresa estas cantidades en notación científica:

a) 0,00016

b) 0,0000387

c) 0,0000000083

d) 0,00000000000000629

a) $0,00016 = 1,6 \cdot 10^{-4}$

b) $0,0000387 = 3,87 \cdot 10^{-6}$

c) $0,0000000083 = 8,3 \cdot 10^{-10}$

d) $0,00000000000000629 = 6,29 \cdot 10^{-16}$

6. Expresa con todas sus cifras.

a) $2,65 \cdot 10^{-4}$

b) $8,253 \cdot 10^{-6}$

c) $2,27 \cdot 10^{-11}$

a) $2,65 \cdot 10^{-4} = 0,000265$

b) $8,253 \cdot 10^{-6} = 0,00008253$

c) $2,27 \cdot 10^{-11} = 0,0000000000227$

7. Observa dos notaciones del mismo número:

$$6,3 \cdot 10^{-18} \leftrightarrow 0,000000000000000063$$

¿Cuál te parece más práctica? Explica por qué.

La primera expresión está en notación científica, mientras que la segunda está expresada con todas las cifras del número.

Es más práctica la primera, porque es más manejable y más fácil de comparar.

8. Calcula.

a) $4,73 \cdot 10^7 - 7,5 \cdot 10^6$

b) $1,8 \cdot 10^9 + 2,25 \cdot 10^8$

c) $(5,84 \cdot 10^{12}) \cdot (7,5 \cdot 10^8)$

d) $(4,38 \cdot 10^{21}) : (5,84 \cdot 10^{12})$

a) $4,73 \cdot 10^7 - 7,5 \cdot 10^6 = 47,3 \cdot 10^6 - 7,5 \cdot 10^6 = 39,8 \cdot 10^6 = 3,98 \cdot 10^7$

b) $1,8 \cdot 10^9 + 2,25 \cdot 10^8 = 18 \cdot 10^8 + 2,25 \cdot 10^8 = 20,25 \cdot 10^8 = 2,025 \cdot 10^9$

c) $(5,84 \cdot 10^{12}) \cdot (7,5 \cdot 10^8) = (5,84 \cdot 7,5) \cdot 10^{12+8} = 43,8 \cdot 10^{20} = 4,38 \cdot 10^{21}$

d) $(4,38 \cdot 10^{21}) : (5,84 \cdot 10^{12}) = (4,38 : 5,84) \cdot 10^{21-12} = 0,75 \cdot 10^9 = 7,5 \cdot 10^8$

9. En 18 gramos de agua (H_2O) hay $6,022 \cdot 10^{23}$ moléculas elementales (número de Avogadro).

a) ¿Cuántas moléculas elementales hay en un gramo de agua?

b) ¿Cuál es la masa de una molécula elemental?

a) En un gramo de agua hay $(6,022 \cdot 10^{23}) : 18 \approx 0,3346 \cdot 10^{23} = 3,346 \cdot 10^{22}$ moléculas elementales.

b) La masa de una molécula elemental son $18 : (6,022 \cdot 10^{23}) \approx 2,989 \cdot 10^{-23}$ gramos.

Página 44

10. Resuelve con la calculadora las actividades 5, 8 y 9 de la página anterior.

Ejercicio 5

a) $1,6 \times 10^3 \div 4$ [ó $1,6 \text{ EXP } 4 \div$] = 1.6×10^{-4}

b) $3,8 \times 10^3 \div 6$ [ó $3,8 \text{ EXP } 6 \div$] = 3.8×10^{-6}

c) $8,3 \times 10^3 \div 10$ [ó $8,3 \text{ EXP } 10 \div$] = 8.3×10^{-10}

d) $6,29 \times 10^3 \div 16$ [ó $6,29 \text{ EXP } 16 \div$] = 6.29×10^{-16}

Ejercicio 8

a) $4,73 \times 10^3 \cdot 7 \div 7,5 \times 10^3 \cdot 6$ = 3.980×10^7

b) $1,8 \times 10^3 \cdot 9 \div 2,25 \times 10^3 \cdot 8$ = 2.025×10^9

c) $5,84 \times 10^3 \cdot 12 \cdot 7,5 \times 10^3 \cdot 8$ = 4.380×10^{21}

d) $4,38 \times 10^3 \cdot 21 \div 5,84 \times 10^3 \cdot 12$ = 7.5×10^8

Ejercicio 9

a) $6,022 \times 10^3 \cdot 23 \div 18$ = 3.346×10^{22}

b) $18 \div 6,022 \times 10^3 \cdot 23$ = 2.989×10^{-23}

4 Raíces exactas

Página 45

1. Calcula las siguientes raíces:

a) $\sqrt[6]{64}$

b) $\sqrt[3]{216}$

c) $\sqrt{14\ 400}$

d) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{64}{216}}$

f) $\sqrt[3]{\frac{3\ 375}{1\ 000}}$

a) $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

b) $\sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 = 6$

c) $\sqrt{14\ 400} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

d) $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} = \sqrt[6]{\frac{1}{2^6}} = \frac{1}{2}$

e) $\sqrt[3]{\frac{64}{216}} = \sqrt[3]{\frac{2^6}{2^3 \cdot 3^3}} = \frac{2^2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$

f) $\sqrt[3]{\frac{3\ 375}{1\ 000}} = \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 5^3}{2^3 \cdot 5^3}} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{3}{2}$

2. ¿Verdadero o falso?

a) Como $(-5)^2 = 25$, entonces $\sqrt{25} = -5$.

b) -5 es una raíz cuadrada de 25 .

c) 81 tiene dos raíces cuadradas: 3 y -3 .

d) 27 tiene dos raíces cúbicas: 3 y -3 .

a) Falso. Cuando escribimos $\sqrt{25}$ nos referimos a la raíz positiva, luego $\sqrt{25} = 5$.

b) Verdadero. $(-5)^2 = 25$.

c) Falso. 81 sí tiene dos raíces cuadradas pero son 9 y -9 . 3 y (-3) no son raíces de 81 ya que $3^2 = (-3)^2 = 9 \neq 81$.

d) Falso. 3 sí es raíz cúbica de 27 , pues $3^3 = 27$. Sin embargo, (-3) no lo es, pues $(-3)^3 = -27 \neq 27$.

Ejercicios y problemas

Página 46

Practica

1. Escribe la descomposición polinómica de estos números:

a) 3 450 300

b) 0,470286

c) 583,735

d) 39,084

a) $3\,450\,300 = 3 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2$

b) $0,470286 = 4 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-5} + 5 \cdot 10^{-6}$

c) $583,735 = 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 3 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$

d) $39,084 = 3 \cdot 10 + 9 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3}$

2. Escribe el número que corresponde a cada descomposición:

a) $4 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^0$

b) $8 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$

c) $2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}$

a) $4 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^0 = 492\,607$

b) $8 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4} = 0,8495$

c) $2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} = 263,74$

3. Calcula las potencias siguientes:

a) $(-3)^3$

b) $(-2)^4$

c) $(-2)^{-3}$

d) -3^2

e) -4^{-1}

f) $(-1)^{-2}$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

i) $\left(\frac{4}{3}\right)^0$

a) $(-3)^3 = -27$

b) $(-2)^4 = 16$

c) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{-1}{8}$

d) $-3^2 = -9$

e) $-4^{-1} = \frac{-1}{4}$

f) $(-1)^{-2} = \frac{1}{(-1)^2} = 1$

g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{-1}\right)^2 = 4$

i) $\left(\frac{4}{3}\right)^0 = 1$

4. Expresa como una potencia de base 2 o 3.

a) 64

b) 243

c) $\frac{1}{32}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $-\frac{1}{27}$

a) $64 = 2^6$

b) $243 = 3^5$

c) $\frac{1}{32} = 2^{-5}$

d) $\frac{1}{3} = 3^{-1}$

e) $-\frac{1}{27} = (-3)^{-3}$

5. Expresa como potencia única.

a) $\frac{3^4}{3^{-3}}$ b) $\left(\frac{2^{-3}}{2^{-2}}\right)^{-1}$ c) $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}}$ d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2$ e) $\left[\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}\right]^3$

a) $\frac{3^4}{3^{-3}} = 3^7$ b) $\left(\frac{2^{-3}}{2^{-2}}\right)^{-1} = \frac{2^3}{2^2} = 2$ c) $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}} = \frac{2^{-2}}{2^{-4}} = 2^2$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-5} = \left(\frac{4}{3}\right)^5$ e) $\left[\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}\right]^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$

6. Simplifica.

a) $\frac{2a}{b^2} : \frac{3a^2}{b}$ b) $\frac{4ab}{9} : \frac{b^2}{3a}$ c) $(6a)^{-1} : (3a^{-2})^{-2}$

d) $(a^{-1} b^2)^2 \cdot (ab^{-2})^{-1}$ e) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} \cdot \frac{a^3}{b^2}$ f) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} \cdot (a^{-1})^{-2}$

a) $\frac{2a}{b^2} : \frac{3a^2}{b} = \frac{2ab}{3a^2 b^2} = \frac{2}{3ab}$

b) $\frac{4ab}{9} : \frac{b^2}{3a} = \frac{4 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b}{9b^2} = \frac{4a^2}{3b}$

c) $(6a)^{-1} : (3a^{-2})^{-2} = (6a)^{-1} : (3^{-2} \cdot a^4) = \frac{1}{6a} : \frac{a^4}{3^2} = \frac{9}{6a^5} = \frac{3}{2a^5}$

d) $(a^{-1} b^2)^2 \cdot (ab^{-2})^{-1} = (a^{-2} \cdot b^4) \cdot (a^{-1} \cdot b^2) = \frac{b^4}{a^2} \cdot \frac{b^2}{a} = \frac{b^6}{a^3}$

e) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-4} \cdot \frac{a^3}{b^2} = \left(\frac{b}{a}\right)^4 \cdot \frac{a^3}{b^2} = \frac{b^4}{a^4} \cdot \frac{a^3}{b^2} = \frac{b^2}{a}$

f) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} (a^{-1})^{-2} = \left(\frac{b}{a}\right)^3 \cdot a^2 = \frac{b^3}{a^3} \cdot a^2 = \frac{b^3}{a}$

7. Calcula siguiendo el proceso que se indica en el primer apartado.

a) $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4} = \frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot (2^3)^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4} = \dots$

NOTA: en el libro del alumno hay una errata: $8^2 = (2^3)^2$

b) $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$

c) $\frac{2^{-5} \cdot 4^3}{16}$

d) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 4^{-1}}{2^3 \cdot 9^{-1}}$

e) $\frac{6^2 \cdot 9^2}{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}$

a) $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4} = \frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot (2^3)^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4} = \frac{2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^6}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4} = \frac{2^{10} \cdot 3^4}{2^7 \cdot 3^2} = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

b) $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot (2^2)^2}{3^2 \cdot 4^2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot (2^2)^2}{3^2 \cdot (2^2)^2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^4}{3^2 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{5}{2}$

c) $\frac{2^{-5} \cdot 4^3}{16} = \frac{2^{-5} \cdot (2^2)^3}{2^4} = \frac{2^{-5} \cdot 2^6}{2^4} = \frac{2}{2^4} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

d) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 4^{-1}}{2^3 \cdot 9^{-1}} = \frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot (2^2)^{-1}}{2^3 \cdot (3^2)^{-1}} = \frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 2^{-2}}{2^3 \cdot 3^{-2}} = \frac{2^3 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3^{-2}} = 3^4 = 81$

e) $\frac{6^2 \cdot 9^2}{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot (3^2)^2}{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot (2^2)^2} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^4}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^4} = \frac{2^2 \cdot 3^6}{2^7 \cdot 3^2} = \frac{3^4}{2^5} = \frac{81}{32}$

8.  La raíz de índice par de un número positivo tiene dos valores. Cuando escribimos $-\sqrt{4}$ nos referimos a la raíz negativa. Es decir, $-\sqrt{4} = -2$.

¿Cuál es el valor de las siguientes expresiones?

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|-------------------|
| a) $-\sqrt{64}$ | b) $\sqrt[4]{81}$ | c) $-\sqrt{1}$ |
| d) $\sqrt[6]{1}$ | e) $-\sqrt{9}$ | f) $\sqrt[3]{-8}$ |
| g) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ | h) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ | i) $\sqrt[3]{-1}$ |
-
- | | | |
|---|--|------------------------|
| a) $-\sqrt{64} = -8$ | b) $\sqrt[4]{81} = 3$ | c) $-\sqrt{1} = -1$ |
| d) $\sqrt[6]{1} = 1$ | e) $-\sqrt{9} = -3$ | f) $\sqrt[3]{-8} = -2$ |
| g) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ | h) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ | i) $\sqrt[3]{-1} = -1$ |

9.  Justifica cuál debe ser el valor de a , en cada caso, para que se verifique la igualdad:

- a) $a^3 = 26$ b) $a^{-1} = 2$ c) $\sqrt{a} = \frac{4}{5}$ d) $\sqrt[4]{a} = 1$ e) $a^{-2} = \frac{1}{4}$ f) $a^{-5} = -1$

a) $a = \sqrt[3]{26}$ porque $(\sqrt[3]{26})^3 = 26$

b) $a = \frac{1}{2}$ porque $(\frac{1}{2})^{-1} = 2$

c) $a = \frac{16}{25}$ porque $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

d) $a = 1$ porque $\sqrt[4]{1} = 1$

e) $a = 2$ porque $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

f) $a = -1$ porque $(-1)^{-5} = \frac{1}{(-1)^5} = -1$

10.  Simplifica, si se puede, como en el ejemplo.

• $6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

- | | | |
|----------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| a) $7\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$ | b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ | c) $4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}$ |
| d) $\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$ | e) $2\sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{5}$ | f) $\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ |

a) $7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ no se puede simplificar.

c) $4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

d) $\sqrt{6} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ no se puede simplificar.

e) $2\sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{5} = \frac{6}{3}\sqrt{5} - \frac{1}{3}\sqrt{5} = \frac{5}{3}\sqrt{5}$

f) $\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

11.  **Simplifica, si es posible, teniendo en cuenta que:**

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{16}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$

d) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt{2}$

e) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$

f) $\sqrt{10} \cdot \sqrt[3]{6}$

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{5 \cdot 16} = \sqrt{5 \cdot 2^4} = 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{4 \cdot 5} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 5} = \sqrt[3]{20}$

d) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt{2} \rightarrow$ No tienen el mismo índice.

e) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

f) $\sqrt{10} \cdot \sqrt[3]{6} \rightarrow$ No tienen el mismo índice.

12.  **Escribe estos números con todas sus cifras:**

a) $4 \cdot 10^7$

b) $5 \cdot 10^{-4}$

c) $9,73 \cdot 10^8$

d) $8,5 \cdot 10^{-6}$

e) $3,8 \cdot 10^{10}$

f) $1,5 \cdot 10^{-5}$

a) $4 \cdot 10^7 = 40\,000\,000$

b) $5 \cdot 10^{-4} = 0,0005$

c) $9,73 \cdot 10^8 = 973\,000\,000$

d) $8,5 \cdot 10^{-6} = 0,0000085$

e) $3,8 \cdot 10^{10} = 38\,000\,000\,000$

f) $1,5 \cdot 10^{-5} = 0,000015$

13.  **Escribe estos números en notación científica:**

a) 13 800 000

b) 0,000005

c) 4 800 000 000

d) 0,0000173

a) $13\,800\,000 = 1,38 \cdot 10^7$

b) $0,000005 = 5 \cdot 10^{-6}$

c) $4\,800\,000\,000 = 4,8 \cdot 10^9$

d) $0,0000173 = 1,73 \cdot 10^{-5}$

14.  **Expresa en notación científica.**

a) Distancia Tierra-Sol: 150 000 000 km.

b) Caudal de una catarata: 1 200 000 //s.

c) Velocidad de la luz: 300 000 000 m/s.

d) Emisión de CO₂: 54 900 000 000 kg.

a) $1,5 \cdot 10^8$ km

b) $1,2 \cdot 10^6$ //s

c) $3 \cdot 10^8$ m/s

d) $5,49 \cdot 10^{10}$ kg

15.  **Calcula, expresa el resultado en notación científica y comprueba con la calculadora:**

a) $(2,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^3)$

b) $(5 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^5)$

c) $(7,4 \cdot 10^{13}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})$

d) $(1,2 \cdot 10^{11}) : (2 \cdot 10^{-3})$

a) $(2,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^3) = (2,5 \cdot 8) \cdot 10^{7+3} = 20 \cdot 10^{10} = 2 \cdot 10^{11}$

b) $(5 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^5) = (5 : 8) \cdot 10^{-3-5} = 0,625 \cdot 10^{-8} = 6,25 \cdot 10^{-9}$

c) $(7,4 \cdot 10^{13}) \cdot (5 \cdot 10^{-6}) = (7,4 \cdot 5) \cdot 10^{13-6} = 37 \cdot 10^7 = 3,7 \cdot 10^8$

d) $(1,2 \cdot 10^{11}) : (2 \cdot 10^{-3}) = (1,2 : 2) \cdot 10^{11-(-3)} = 0,6 \cdot 10^{14} = 6 \cdot 10^{13}$

Página 47

16.  Efectúa las operaciones como en el ejemplo y comprueba el resultado con la calculadora:

• $2 \cdot 10^{-5} + 1,8 \cdot 10^{-6} = 20 \cdot 10^{-6} + 1,8 \cdot 10^{-6} = (20 + 1,8) \cdot 10^{-6} = 21,8 \cdot 10^{-6} = 2,18 \cdot 10^{-5}$

a) $3,6 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{11}$

b) $5 \cdot 10^9 + 8,1 \cdot 10^{10}$

c) $8 \cdot 10^{-8} - 5 \cdot 10^{-9}$

d) $5,32 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-6}$

a) $3,6 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{11} = 36 \cdot 10^{11} - 4 \cdot 10^{11} = 32 \cdot 10^{11} = 3,2 \cdot 10^{12}$

b) $5 \cdot 10^9 + 8,1 \cdot 10^{10} = 5 \cdot 10^9 + 81 \cdot 10^9 = 86 \cdot 10^9 = 8,6 \cdot 10^{10}$

c) $8 \cdot 10^{-8} - 5 \cdot 10^{-9} = 80 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-9} = 75 \cdot 10^{-9} = 7,5 \cdot 10^{-8}$

d) $5,32 \cdot 10^{-4} + 8 \cdot 10^{-6} = 532 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6} = 540 \cdot 10^{-6} = 5,4 \cdot 10^{-4}$

17.  El diámetro de un virus es $5 \cdot 10^{-4}$ mm. ¿Cuántos de esos virus son necesarios para rodear la Tierra? (Radio medio de la Tierra: 6 370 km).

Una vuelta a la Tierra: $2 \cdot \pi \cdot 6370 = 12740\pi$ km $\approx 40\,023,89$ km

$40\,023,89$ km = $40\,023\,890\,000$ mm

Aproximamos $40\,023\,890\,000$ mm $\approx 4,0024 \cdot 10^{10}$ mm

$(4,0024 \cdot 10^{10}) : (5 \cdot 10^{-4}) = (4,0024 : 5) \cdot 10^{10+4} = 0,80048 \cdot 10^{14} = 8,0048 \cdot 10^{13}$

Solución: $8,0048 \cdot 10^{13}$ virus.

18.  El presupuesto en educación de una comunidad autónoma ha pasado de $8,4 \cdot 10^6$ € a $1,3 \cdot 10^7$ € en tres años. ¿Cuál ha sido la variación porcentual?

$\frac{1,3 \cdot 10^7}{8,4 \cdot 10^6} \cdot 100 = \frac{1,3}{8,4} \cdot 10 \cdot 100 = 0,15476 \cdot 1\,000 = 154,76\%$

Solución: Ha aumentado un 54,76%.

19.  En España se consumen unos 8,5 millones de toneladas de papel al año. ¿Cuál es el consumo anual per cápita? (Población de España: 46,5 millones).

8,5 millones de toneladas = $8,5 \cdot 10^6$ toneladas = $8,5 \cdot 10^9$ kg

46,5 millones de personas = $46,5 \cdot 10^6$ personas = $4,65 \cdot 10^7$ personas

$(8,5 \cdot 10^9) : (4,65 \cdot 10^7) = (8,5 : 4,65) \cdot 10^{9-7} = 182,8$ kg/persona

Solución: Se consumen anualmente 182,8 kg per cápita.

20.  La velocidad de la luz es $3 \cdot 10^8$ m/s. Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año.

a) ¿Qué distancia recorre la luz del Sol en un año?

b) ¿Cuánto tarda la luz del Sol en llegar a Plutón? (Distancia del Sol a Plutón: $5,914 \cdot 10^6$ km).

c) La estrella Alfa-Centauro está a 4,3 años luz de la Tierra. Expresa en kilómetros esa distancia.

a) 1 año = 365 días = 8760 horas = 525 600 min = 31 536 000 s

Recorre: $31\,536\,000 \cdot (3 \cdot 10^8) = 9,4608 \cdot 10^{15}$ m = $9,4608 \cdot 10^{12}$ km

Solución: Recorre $9,4608 \cdot 10^{12}$ km en un año.

$$b) 5,914 \cdot 10^6 \text{ km} = 5,914 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$(5,914 \cdot 10^9) : (8 \cdot 10^3) = (5,914 : 8) \cdot 10^6 = 739\,250 \text{ segundos}$$

$$739\,250 : 3\,600 = 205,35 \text{ horas} = 8,56 \text{ días}$$

Solución: Tarda unos 8 días y medio en llegar.

$$c) 4,3 \text{ A.L.} = 4,3 \cdot (9,4608 \cdot 10^{12}) = 4,068 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

Solución: 4,3 años luz son $4,068 \cdot 10^{13}$ km.

- 21.**  **Consulta en Internet un reloj que mide, segundo a segundo, la población mundial y observo que en el último cuarto de hora ha aumentado en 876 personas. A ese ritmo, ¿cuándo llegaremos a los ocho mil millones? (Población actual: $7,2 \cdot 10^9$).**

$$8\,000\,000\,000 = 8 \cdot 10^9$$

$$8 \cdot 10^9 - 7,2 \cdot 10^9 = 0,8 \cdot 10^9 = 8 \cdot 10^8 \text{ personas faltan.}$$

En 15 minutos aumentan 876 personas \rightarrow En una hora aumentan $876 \cdot 4 = 3\,504$ personas.

$$8 \cdot 10^8 : 3\,504 = 228\,310,5 \text{ horas}$$

$$228\,310,5 \text{ horas} = 9\,512,94 \text{ días} \approx 26 \text{ años}$$

Solución: Tardaremos 26 años en llegar a los ocho mil millones.

- 22.**  **El tamaño de un archivo informático se mide en bytes (B), conjunto de 8 bits.**

a) **¿Cuántos bytes tiene un archivo de 1 750 KB (kilobytes)? ¿Y otro de 20 MB (megabytes)?**

b) **¿Cuántos bytes puede almacenar mi disco duro, de 100 GB (gigabytes)? ¿Y archivos de 20 megas?**

c) **Quiero hacer una copia de seguridad de mi disco duro. ¿Cuántos CD de 700 megas necesitaría? ¿Y si utilizo DVD de 4,7 gigas?**

$$a) 1\,750 \text{ KB} = 1\,750 \cdot 10^3 = 1,75 \cdot 10^6 \text{ B}$$

$$20 \text{ MB} = 20 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^7 \text{ B}$$

$$b) 100 \text{ GB} = 100 \cdot 10^9 = 1 \cdot 10^{11} \text{ B}$$

$$(1 \cdot 10^{11}) : (2 \cdot 10^7) = (1 : 2) \cdot 10^4 = 0,5 \cdot 10^4 = 5\,000 \text{ archivos}$$

$$c) 700 \text{ MB} = 700 \cdot 10^6 = 7 \cdot 10^8 \text{ B}$$

$$(1 \cdot 10^{11}) : (7 \cdot 10^8) = (1 : 7) \cdot 10^3 = 142,86 \approx 143 \text{ CD}$$

$$4,7 \text{ GB} = 4,7 \cdot 10^9 \text{ B}$$

$$(1 \cdot 10^{11}) : (4,7 \cdot 10^9) = (1 : 47) \cdot 10^2 = 21,28 \approx 22 \text{ DVD}$$

Necesitaré 143 CD o 22 DVD.

- 23.**  Naciones Unidas estima que durante la década de 2001-2010 se produjo en el mundo una pérdida anual de $1,3 \cdot 10^7$ hectáreas de bosques.

Por otra parte, en cierta página web, leo que la pérdida anual ha sido superior a la superficie de diez millones de campos de fútbol de $120 \text{ m} \times 75 \text{ m}$. Comprueba si es cierta esta información.

10 millones de campos 120×75 :

$$(10 \cdot 10^6) \cdot (120 \cdot 75) = 9 \cdot 10^{10} \text{ m}^2$$

$$9 \cdot 10^{10} \text{ m}^2 = 9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-4} = 9 \cdot 10^6 \text{ hm}^2$$

$$9 \cdot 10^6 \text{ ha} < 1,3 \cdot 10^7 \text{ ha}$$

Solución: La información es cierta, pues $9 \cdot 10^6 < 1,3 \cdot 10^7$.

- 24.**  La combustión de un litro de gasolina produce 2370 g de CO_2 . El consumo medio de un coche es de 6 litros por cada 100 km. En España hay aproximadamente 480 coches por cada 1000 habitantes, que hacen una media de 15000 km al año.

a) Calcula la cantidad de CO_2 que emite un coche por kilómetro recorrido.

b) ¿Cuántas toneladas de CO_2 se emiten en España en un año? (Población de España: 46,5 millones).

c) Cierta organización ecologista propone una batería de medidas para reducir las emisiones a 120 g/km. ¿Cuántas toneladas de CO_2 se dejarían de emitir en España si fuera efectiva esa propuesta?

a) En 1 km gasta $\frac{6}{100} = 0,06$ litros.

$$0,06 \cdot 2370 = 142,2 \text{ g de } \text{CO}_2$$

Solución: Emite 142,2 g de CO_2 por kilómetro recorrido.

b) 46,5 millones de habitantes = $4,65 \cdot 10^7$ habitantes

$$4,65 \cdot 10^7 \cdot \frac{480}{1000} = 22\,320\,000 \text{ coches en España}$$

$$22\,320\,000 \cdot 15\,000 = 3,348 \cdot 10^{11} \text{ km al año}$$

$$3,348 \cdot 10^{11} \cdot 142,2 = 4,761 \cdot 10^{13} \text{ g de } \text{CO}_2$$

$$4,761 \cdot 10^{13} : 10^6 = 47\,610\,000 \text{ toneladas de } \text{CO}_2$$

Solución: En un año se emiten, aproximadamente, 47 610 000 toneladas de CO_2 en España.

c) $142,2 - 120 = 22,2$ g se reducen por cada km

$$3,348 \cdot 10^{11} \cdot 22,2 = 7,43256 \cdot 10^{12} \text{ g de } \text{CO}_2 \text{ se reducen}$$

$$7,43256 \cdot 10^{12} : 10^6 = 7\,432\,560 \text{ toneladas de } \text{CO}_2 \text{ se reducen}$$

Solución: Se dejarán de emitir 7 432 560 toneladas de CO_2 .