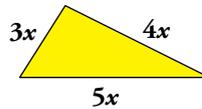


1 Expresiones algebraicas

Página 73

1. Expresa en lenguaje algebraico.

- El doble de un número menos su tercera parte.
- El doble del resultado de sumarle tres unidades a un número.
- La edad de Alberto ahora y dentro de siete años.
- El perímetro de este triángulo:



e) Eva tiene cuatro años menos que Óscar. (Expresa la edad de cada uno).

a) $2x - \frac{x}{3}$

b) $2(x + 3)$

c) La edad de Alberto ahora $\rightarrow x$

La edad de Alberto dentro de 7 años $\rightarrow x + 7$

d) $3x + 4x + 5x = 12x$

e) La edad de Oscar $\rightarrow x$

La edad de Eva $\rightarrow x - 4$

2 Monomios

Página 74

1. Indica el coeficiente y el grado de cada monomio:

a) $-2x^7$ b) x^9 c) x d) 5

a) $-2x^2 \rightarrow$ coeficiente = -2 y grado 2 b) $x^9 \rightarrow$ coeficiente = 1 y grado 9

c) $x \rightarrow$ coeficiente = 1 y grado 1 d) $5 \rightarrow$ coeficiente = 5 y grado 0

2. Di cuáles de los siguientes monomios son semejantes a $5x^2$:

$$7x^2 \quad 5x^3 \quad 5x \quad 5xy \quad x^2 \quad 3x^2y$$

Los monomios que son semejantes a $5x^2$ son $7x^2$ y x^2 .

3. Escribe dos monomios semejantes a cada uno de los siguientes:

a) $-5xy$ b) $2x^4$ c) x d) $3xy^2$

a) Cualquier monomio que tenga parte literal xy .

Por ejemplo: $3xy, xy, 5xy$

b) Cualquier monomio que tenga parte literal x^4 .

Por ejemplo: $3x^4, x^4, 5x^4$

c) Cualquier monomio que tenga parte literal x .

Por ejemplo: $3x, -x, 5x$

d) Cualquier monomio que tenga parte literal xy^2 .

Por ejemplo: $-3xy^2, xy^2, 5xy^2$

4. Halla el valor numérico para $x = 3, y = -2$:

a) $5x^3$ b) $2xy$ c) xy^2 d) $-xy$

a) El valor numérico de $5x^3$ para $x = 3$ es $5 \cdot 3^3 = 135$.

b) El valor numérico de $2xy$ para $x = 3, y = -2$ es $2 \cdot 3 \cdot (-2) = -12$.

c) El valor numérico de xy^2 para $x = 3, y = -2$ es $3 \cdot (-2)^2 = 12$.

d) El valor numérico de $-xy$ para $x = 3, y = -2$ es $(-3) \cdot (-2) = 6$.

Página 75

5. Efectúa las siguientes sumas de monomios:

a) $5x - 3x + 4x + 7x - 11x + x$ b) $3x^2y - 5x^2y + 2x^2y + x^2y$ c) $7x^3 - 11x^3 + 3y^3 - y^3 + 2y^3$

a) $5x - 3x + 4x + 7x - 11x + x = 3x$

b) $3x^2y - 5x^2y + 2x^2y + x^2y = x^2y$

c) $7x^3 - 11x^3 + 3y^3 - y^3 + 2y^3 = -4x^3 + 4y^3$

6. Opera.

a) $(3x^2) \cdot (5x^4)$ b) $(x^2) \cdot (x)$ c) $(5x^3)^2$ d) $(2x)^4$
 a) $(3x^2) \cdot (5x^4) = 15x^6$ b) $(x^2) \cdot (x) = x^3$ c) $(5x^3)^2 = 25x^6$ d) $(2x)^4 = 16x^4$

7. Reduce.

a) $(5x - 4) - (2x + 3)$

b) $(x^2 + 5x) - (4x - 1)$

c) $(2x^3 - x^2 + x - 1) - (x^2 + x - 4)$

a) $(5x - 4) - (2x + 3) = 5x - 4 - 2x - 3 = 3x - 7$

b) $(x^2 + 5x) - (4x - 1) = x^2 + 5x - 4x + 1 = x^2 + x + 1$

c) $(2x^3 - x^2 + x - 1) - (x^2 + x - 4) = 2x^3 - x^2 + x - 1 - x^2 - x + 4 = 2x^3 - 2x^2 + 3$

8. Divide los monomios de cada caso:

a) $10x^2 : 5x$ b) $4x^3 : 6x^5$ c) $4xy^2 : 6xy^2$ d) $8x^3y : 4x^5y^3$
 a) $\frac{10x^2}{5x} = 2x$ b) $\frac{4x^3}{6x^5} = \frac{2}{3x^2}$ c) $\frac{4xy^2}{6xy^2} = \frac{2}{3}$ d) $\frac{8x^3y}{4x^5y^3} = \frac{2}{x^2y^2}$

3 Polinomios

Página 76

1. Expresa mediante un polinomio cada uno de estos enunciados:

a) La suma de un número más su cubo.

b) La suma de dos números naturales consecutivos.

c) El perímetro de un triángulo isósceles (llama x al lado desigual e y a cada uno de los otros dos lados).

a) $x + x^3$

b) $x + (x + 1)$

c) $x + 2y$

2. Di el grado de cada uno de los polinomios siguientes:

a) $x^5 - 6x^2 + 3x + 1$

b) $5xy^4 + 2y^2 + 3x^3y^3 - 2xy$

c) $x^2 + 3x^3 - 5x^2 + x^3 - 3 - 4x^3$

d) $2x^2 - 3x - x^2 + 2x - x^2 + x - 3$

e) $3x + 2xy - x^2y^3 - xy + 3x^2y^3 - xy$

a) $x^5 - 6x^2 + 3x + 1$ tiene grado 5.

b) $5xy^4 + 2y^2 + 3x^3y^3 - 2xy$ tiene grado 6.

c) $x^2 + 3x^3 - 5x^2 + x^3 - 3 - 4x^3 = -4x^2 - 3$ tiene grado 2.

d) $2x^2 - 3x - x^2 + 2x - x^2 + x - 3 = -3$ tiene grado 0.

e) $3x + 2xy - x^2y^3 - xy + 3x^2y^3 - xy = 2x^2y^3 + 3x$ tiene grado 5.

Página 77

3. Sean $P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3$, $Q = 5x^3 + 3x^2 - 1$. Halla $P + Q$ y $P - Q$.

$$P = x^4 - 3x^3 + 5x + 3$$

$$Q = 5x^3 + 3x^2 - 1$$

$$P + Q = (x^4 - 3x^3 + 5x + 3) + (5x^3 + 3x^2 - 1) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 5x + 2$$

$$P - Q = (x^4 - 3x^3 + 5x + 3) - (5x^3 + 3x^2 - 1) = x^4 - 3x^3 + 5x + 3 - 5x^3 - 3x^2 + 1 = \\ = x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 5x + 4$$

4. Efectúa estos productos:

a) $2x(3x^2 - 4x)$

b) $5(x^3 - 3x)$

c) $4x^2(-2x + 3)$

d) $-2x(x^2 - x + 1)$

e) $-6(x^3 - 4x + 2)$

f) $-x(x^4 - 2x^2 + 3)$

a) $2x(3x^2 - 4x) = 6x^3 - 8x^2$

b) $5(x^3 - 3x) = 5x^3 - 15x$

c) $4x^2(-2x + 3) = -8x^3 + 12x^2$

d) $-2x(x^2 - x + 1) = -2x^3 + 2x^2 - 2x$

e) $-6(x^3 - 4x + 2) = -6x^3 + 24x - 12$

f) $-x(x^4 - 2x^2 + 3) = -x^5 + 2x^3 - 3x$

5. Halla los productos siguientes:

a) $x(2x + y + 1)$

b) $2a^2(3a^2 + 5a^3)$

c) $ab(a + b)$

d) $5(3x^2 + 7x + 11)$

e) $x^2y(x + y + 1)$

f) $5xy^2(2x + 3y)$

g) $6x^2y^2(x^2 - x + 1)$

h) $-2(5x^3 + 3x^2 - 8)$

i) $3a^2b^3(a - b + 1)$

j) $-2x(3x^2 - 5x + 8)$

a) $x(2x + y + 1) = 2x^2 + xy + x$

b) $2a^2(3a^2 + 5a^3) = 6a^4 + 10a^5$

c) $ab(a + b) = a^2b + ab^2$

d) $5(3x^2 + 7x + 11) = 15x^2 + 35x + 55$

e) $x^2y(x + y + 1) = x^3y + x^2y^2 + x^2y$

f) $5xy^2(2x + 3y) = 10x^2y^2 + 15xy^3$

g) $6x^2y^2(x^2 - x + 1) = 6x^4y^2 - 6x^3y^2 + 6x^2y^2$

h) $-2(5x^3 + 3x^2 - 8) = -10x^3 - 6x^2 + 16$

i) $3a^2b^3(a - b + 1) = 3a^3b^3 - 3a^2b^4 + 3a^2b^3$

j) $-2x(3x^2 - 5x + 8) = -6x^3 + 10x^2 - 16x$

Página 78

6. Dados los polinomios $P = 3x^2 - 5$, $Q = x^2 - 3x + 2$, $R = -2x + 5$, calcula:

a) $P \cdot Q$

b) $P \cdot R$

c) $Q \cdot R$

$$P = 3x^2 - 5 \quad Q = x^2 - 3x + 2 \quad R = -2x + 5$$

a) $P \cdot Q = (3x^2 - 5) \cdot (x^2 - 3x + 2) = 3x^4 - 9x^3 + 6x^2 - 5x^2 + 15x - 10 = 3x^4 - 9x^3 + x^2 + 15x - 10$

b) $P \cdot R = (3x^2 - 5) \cdot (-2x + 5) = -6x^3 + 15x^2 + 10x - 25$

c) $Q \cdot R = (x^2 - 3x + 2) \cdot (-2x + 5) = -2x^3 + 5x^2 + 6x^2 - 15x - 4x + 10 = -2x^3 + 11x^2 - 19x + 10$

7. Opera y simplifica.

a) $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4)$

b) $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x)$

c) $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x)$

a) $2x(3x^2 - 2) + 5(3x - 4) = 6x^3 - 4x + 15x - 20 = 6x^3 + 11x - 20$

b) $(x^2 - 3)(x + 1) - x(2x^2 + 5x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 - 2x^3 - 5x^2 = -x^3 - 4x^2 - 3x - 3$

c) $(3x - 2)(2x + 1) - 2(x^2 + 4x) = 6x^2 + 3x - 4x - 2 - 2x^2 - 8x = 4x^2 - 9x - 2$

8. Extrae factor común en cada caso:

a) $2xy + 3xy^2$

b) $2x^2 + 2x + 2y$

c) $2x^2 + 2x + 4$

d) $3x^2 + 4x$

e) $5x^2 + 10x$

f) $4x^2 + 8x$

g) $3x^2 + 3x + 3$

h) $6x^2 + 9x - 3$

i) $5xy + 4x^2$

j) $x^3 + x^2 + x$

k) $2y^3 - 8x^2y$

l) $4x^2 + 16x^2y - 8$

a) $2xy + 3xy^2 = xy(2 + 3y)$

b) $2x^2 + 2x + 2y = 2(x^2 + x + y)$

c) $2x^2 + 2x + 4 = 2(x^2 + x + 2)$

d) $3x^2 + 4x = x(3x + 4)$

e) $5x^2 + 10x = 5x(x + 2)$

f) $4x^2 + 8x = 4x(x + 2)$

g) $3x^2 + 3x + 3 = 3(x^2 + x + 1)$

h) $6x^2 + 9x - 3 = 3(x^2 + 3x - 1)$

i) $5xy + 4x^2 = x(5y + 4x)$

j) $x^3 + x^2 + x = x(x^2 + x + 1)$

k) $2y^3 - 8x^2y = 2y(y^2 - 4x^2)$

l) $4x^2 + 16x^2y - 8 = 4(x^2 + 4x^2y - 2)$

4 Identidades

Página 79

1. Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $(x + 1)^2$

c) $(x - 3)^2$

e) $(x + 3)(x - 3)$

g) $(5x + 2)^2$

i) $(2x - 5)(2x + 5)$

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

b) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

c) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

d) $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$

e) $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

f) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

g) $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$

h) $(5x + 2y)^2 = 25x^2 + 20xy + 4y^2$

g) $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$

h) $(x^2 + 2)(x^2 - 2) = x^4 - 4$

b) $(x + 3)^2$

d) $(x + 1)(x - 1)$

f) $(2x - 1)^2$

h) $(5x + 2y)^2$

j) $(x^2 + 2)(x^2 - 2)$

Página 81

1. Expresa como una suma por una diferencia:

a) $x^2 - 49$

b) $x^2 - 81$

c) $x^2 - 100$

d) $4x^2 - 36$

e) $9x^2 - 1$

f) $16x^2 - \frac{1}{4}$

a) $x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$

b) $x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9)$

c) $x^2 - 100 = (x + 10)(x - 10)$

d) $4x^2 - 36 = (2x + 6)(2x - 6)$

e) $9x^2 - 1 = (3x + 1)(3x - 1)$

f) $16x^2 - \frac{1}{4} = \left(4x + \frac{1}{2}\right)\left(4x - \frac{1}{2}\right)$

2. Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia:

a) $x^2 + 16 + 8x$

b) $x^2 + 25 - 10x$

c) $x^2 + 36 - 12x$

d) $x^2 + 36 + 12x$

e) $9x^2 + 4 + 12x$

f) $25x^2 + 1 - 10x$

a) $x^2 + 16 + 8x = (x + 4)^2$

b) $x^2 + 25 - 10x = (x - 5)^2$

c) $x^2 + 36 - 12x = (x - 6)^2$

d) $x^2 + 36 + 12x = (x + 6)^2$

e) $9x^2 + 4 + 12x = (3x + 2)^2$

f) $25x^2 + 1 - 10x = (5x - 1)^2$

3. Expresa en forma de producto:

a) $x^2 - 1$

b) $x^2 - 4$

c) $4x^2 - 25$

d) $x^2 + 4 + 4x$

e) $x^2 + 2x + 1$

f) $4x^2 + 9 - 12x$

g) $4x^2 + 4x + 1$

h) $x^2 - 2x + 1$

i) $\frac{x^2}{4} + x + 1$

a) $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

b) $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$

c) $4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$

d) $x^2 + 4 + 4x = (x + 2)^2$

e) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

f) $4x^2 + 9 - 12x = (2x - 3)^2$

g) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

h) $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

i) $\frac{x^2}{4} + x + 1 = \left(\frac{x}{2} + 1\right)^2$

4. Simplifica:

a) $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4)$

b) $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2$

c) $2(x - 5)^2 - (2x^2 + 3x + 50)$

d) $(2x - 4)^2 - (2x + 4)(2x - 4)$

a) $(x - 2)(x + 2) - (x^2 + 4) = x^2 - 4 - x^2 - 4 = -8$

b) $(3x - 1)^2 - (3x + 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1 - (9x^2 + 6x + 1) = 9x^2 - 6x + 1 - 9x^2 - 6x - 1 = -12x$

c) $2(x - 5)^2 - (2x^2 + 3x + 50) = 2(x^2 - 10x + 25) - (2x^2 + 3x + 50) = 2x^2 - 20x + 50 - 2x^2 - 3x - 50 = -23x$

d) $(2x - 4)^2 - (2x + 4)(2x - 4) = 4x^2 + 16 - 16x - (4x^2 - 16) = 4x^2 + 16 - 16x - 4x^2 + 16 = 32 - 16x$

5. Simplifica:

a) $3(x^2 + 5) - (x^2 + 40)$

b) $3x^2 - 2(x + 5) - (x + 3)^2 + 19$

c) $(x + 3)^2 - [x^2 + (x - 3)^2]$

a) $3(x^2 + 5) - (x^2 + 40) = 3x^2 + 15 - x^2 - 40 = 2x^2 - 25$

b) $3x^2 - 2(x + 5) - (x + 3)^2 + 19 = 3x^2 - 2x - 10 - (x^2 + 6x + 9) + 19 = 3x^2 - 2x - 10 - x^2 - 6x - 9 + 19 = 2x^2 - 8x$

c) $(x + 3)^2 - [x^2 + (x - 3)^2] = x^2 + 6x + 9 - (x^2 + x^2 - 6x + 9) = x^2 + 6x + 9 - (2x^2 - 6x + 9) = x^2 + 6x + 9 - 2x^2 + 6x - 9 = -x^2 + 12x$

6. Sacar factor común en el numerador y en el denominador y simplificar.

a) $\frac{5x-5}{2x^2-2x}$ b) $\frac{3x^3-3x^2}{6x^3-12x^2}$ c) $\frac{4x^3-2x}{6x^4-3x^2}$

a) $\frac{5x-5}{2x^2-2x} = \frac{5(x-1)}{2x(x-1)} = \frac{5}{2x}$

b) $\frac{3x^3-3x^2}{6x^3-12x^2} = \frac{3x^2(x-1)}{6x^2(x-2)} = \frac{x-1}{2(x-2)}$

c) $\frac{4x^3-2x}{6x^4-3x^2} = \frac{2x(2x^2-1)}{3x^2(2x^2-1)} = \frac{2}{3x}$

7. Utilizar las identidades notables para factorizar y, después, simplificar.

a) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ b) $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ c) $\frac{9x^2-4}{9x^2+4-12x}$

a) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \frac{x+1}{x-1}$

b) $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9} = \frac{(x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{x+3}{x-3}$

c) $\frac{9x^2-4}{9x^2+4-12x} = \frac{(3x-2)(3x+2)}{(3x-2)^2} = \frac{3x+2}{3x-2}$

8. Reducir.

a) $\frac{15x+15}{3x^2+6x+3}$ b) $\frac{x^2-5x}{x^3-10x^2+25x}$ c) $\frac{3x^3-12x}{6x^3-12x^2}$

a) $\frac{15x+15}{3x^2+6x+3} = \frac{15(x+1)}{3(x^2+2x+1)} = \frac{15(x+1)}{3(x+1)^2} = \frac{5}{x+1}$

b) $\frac{x^2-5x}{x^3-10x^2+25x} = \frac{x(x-5)}{x(x^2-10x+25)} = \frac{x(x-5)}{x(x-5)^2} = \frac{1}{x-5}$

c) $\frac{3x^3-12x}{6x^3-12x^2} = \frac{3x(x^2-4)}{6x^2(x-2)} = \frac{3x(x+2)(x-2)}{6x^2(x-2)} = \frac{x+2}{2x}$

9. Multiplicar por 8 la siguiente expresión y simplificar el resultado:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} - \frac{3x}{4} - \frac{1}{4}$$

$$8\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} - \frac{3x}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{8x}{2} + \frac{8x}{4} + \frac{8x}{8} - \frac{24x}{4} - \frac{8}{4} = 4x + 2x + x - 6x - 2 = x - 2$$

10. Multiplicar por 9 la expresión siguiente y simplificar el resultado:

$$x - \frac{2x-3}{9} - \frac{x-1}{3} - \frac{12x+4}{9}$$

$$9\left(x - \frac{2x-3}{9} - \frac{x-1}{3} - \frac{12x+4}{9}\right) = 9x - \frac{9(2x-3)}{9} - \frac{9(x-1)}{3} - \frac{9(12x+4)}{9} =$$

$$= 9x - (2x-3) - 3(x-1) - (12x+4) = 9x - 2x + 3 - 3x + 3 - 12x - 4 = -8x + 2$$

11. Multiplica cada expresión por el mínimo común múltiplo de sus denominadores y simplifica:

$$\text{a) } x - \frac{x}{2} + \frac{x-1}{6} - \frac{2x-3}{9}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{5} - \frac{x}{3} + \frac{2x-5}{15} + 2x$$

$$\text{a) Mín.c.m (2, 6, 9) = 18}$$

$$\begin{aligned} x - \frac{x}{2} + \frac{x-1}{6} - \frac{2x-3}{9} &= 18 \left(x - \frac{x}{2} + \frac{x-1}{6} - \frac{2x-3}{9} \right) = 18x - \frac{18x}{2} + \frac{18(x-1)}{6} - \frac{18(2x-3)}{9} = \\ &= 18x - 9x + 3(x-1) - 2(2x-3) = 18x - 9x + 3x - 3 - 4x + 6 = 8x + 3 \end{aligned}$$

$$\text{b) Mín.c.m (5, 3, 15) = 15}$$

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{5} - \frac{x}{3} + \frac{2x-5}{15} + 2x &= 15 \left(\frac{x+1}{5} - \frac{x}{3} + \frac{2x-5}{15} + 2x \right) = \frac{15(x+1)}{5} - \frac{15x}{3} + \frac{15(2x-5)}{15} + 30x = \\ &= 3(x+1) - 5x + (2x-5) + 30x = 3x + 3 - 5x + 2x - 5 + 30x = 30x - 2 \end{aligned}$$

Ejercicios y problemas

Página 82

Practica

Traducción a lenguaje algebraico

1.  Asocia a cada uno de los siguientes enunciados una de las expresiones algebraicas:

- a) A un número se le quita 7.
- b) El doble de un número más su cuadrado.
- c) Un múltiplo de 3 menos 1.
- d) El 20 % de un número.
- e) Cuatro veces un número menos sus dos tercios.
- f) El precio de un pantalón aumentado en un 10 %.
- g) Un número impar.

$$0,2x$$

$$2x + 1$$

$$2x + x^2$$

$$1,1x$$

$$4x - \frac{2x}{3}$$

$$3x - 1$$

$$x - 7$$

- a) A un número se le quita 7 $\rightarrow x - 7$
- b) El doble de un número más su cuadrado $\rightarrow 2x + x^2$
- c) Un múltiplo de 3 menos 1 $\rightarrow 3x - 1$
- d) El 20 % de un número $\rightarrow 0,2x$
- e) Cuatro veces un número menos sus dos tercios $\rightarrow 4x - \frac{2x}{3}$
- f) El precio de un pantalón aumentado un 10 % $\rightarrow 1,1x$
- g) Un número impar $\rightarrow 2x + 1$

2.  Llama x al ancho de un rectángulo y expresa su altura en cada caso:

- a) La altura es la mitad del ancho.
- b) La altura es 20 cm menor que el ancho.
- c) La altura es los tres cuartos del ancho.
- d) La altura es un 20 % menor que su ancho.



$x \rightarrow$ ancho del rectángulo

a) $\frac{x}{2}$

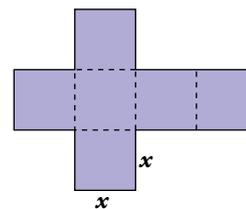
b) $x - 20$

c) $\frac{3x}{4}$

d) $0,8x$

3.  Expresa con un monomio:

- a) El perímetro de esta figura.
- b) El área de la misma.
- c) El volumen del cubo que se puede formar con esos seis cuadrados.



- a) $14x$
- b) $6x^2$
- c) x^3

4.  Traduce a lenguaje algebraico, empleando una sola incógnita.

- a) Los tres quintos de un número menos 1.
- b) La suma de tres números consecutivos.
- c) Un múltiplo de 3 más su doble.
- d) La suma de un número y su cuadrado.
- e) El producto de un número por su siguiente.

$x =$ número

- a) $\frac{3x}{5} - 1$
- b) $(x - 1) + x + (x + 1)$
- c) $3x + 2 \cdot 3x$
- d) $x + x^2$
- e) $x + x(x + 1)$

5.  Ejercicio resuelto en el libro del alumno.

6.  Traduce a lenguaje algebraico, utilizando dos incógnitas:

- a) El cuadrado de la suma de dos números.
- b) El doble del producto de dos números.
- c) La semisuma de dos números.

$x \rightarrow$ número, $y \rightarrow$ otro número

- a) $(x + y)^2$
- b) $2xy$
- c) $\frac{x + y}{2}$

Monomios

7.  Calcula.

- a) $-x^3 - 2x^3 + 3x^3$
 - b) $2x^4 \cdot x$
 - c) $x - \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}x$
 - d) $3x^5 \cdot \frac{5}{6}x^2$
 - e) $\frac{5}{3}x^2 - x^2 + \frac{x^2}{2}$
 - f) $\left(\frac{1}{3}xy\right) \cdot \left(\frac{2}{3}xz\right)$
- a) $-x^3 - 2x^3 + 3x^3 = 0$ b) $2x^4 \cdot x = 2x^5$
 c) $x - \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}x = \frac{15x}{15} - \frac{6x}{15} - \frac{5x}{15} = \frac{4x}{15}$ d) $3x^5 \cdot \frac{5}{6}x^2 = \frac{15}{6}x^7 = \frac{5}{2}x^7$
 e) $\frac{5}{3}x^2 - x^2 + \frac{x^2}{2} = \frac{10}{6}x^2 - \frac{6}{6}x^2 + \frac{3}{6}x^2 = \frac{7}{6}x^2$ f) $\left(\frac{1}{3}xy\right) \cdot \left(\frac{2}{3}xz\right) = \frac{2}{9}x^2yz$

Polinomios

8.  Considera estos polinomios:

$$A = x^4 - 3x^2 + 5x - 1$$

$$B = 2x^2 - 6x + 3$$

$$C = 2x^4 + x^3 - x - 4$$

Calcula: $A + B$ $A + C$ $A + B + C$ $A - B$ $C - B$

$$A + B = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) + (2x^2 - 6x + 3) = x^4 - x^2 - x + 2$$

$$A + C = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) + (2x^4 + x^3 - x - 4) = 3x^4 + x^3 - 3x^2 + 4x - 5$$

$$A + B + C = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) + (2x^2 - 6x + 3) + (2x^4 + x^3 - x - 4) = 3x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$$

$$A - B = (x^4 - 3x^2 + 5x - 1) - (2x^2 - 6x + 3) = x^4 - 3x^2 + 5x - 1 - 2x^2 + 6x - 3 = x^4 - 5x^2 + 11x - 4$$

$$C - B = (2x^4 + x^3 - x - 4) - (2x^2 - 6x + 3) = 2x^4 + x^3 - x - 4 - 2x^2 + 6x - 3 = 2x^4 + x^3 - 2x^2 + 5x - 7$$

9.  Simplifica estas expresiones:

a) $2x^3 - 5x + 3 - 1 - 2x^3 + x^2$

b) $(2x^2 + 5x - 7) - (x^2 - 6x + 1)$

c) $3x - (2x + 8) - (x^2 - 3x)$

d) $7 - 2(x^2 + 3) + x(x - 3)$

a) $2x^3 - 5x + 3 - 1 - 2x^3 + x^2 = x^2 - 5x + 2$

b) $(2x^2 + 5x - 7) - (x^2 - 6x + 1) = 2x^2 + 5x - 7 - x^2 + 6x - 1 = x^2 + 11x - 8$

c) $3x - (2x + 8) - (x^2 - 3x) = 3x - 2x - 8 - x^2 + 3x = -x^2 + 4x - 8$

d) $7 - 2(x^2 + 3) + x(x - 3) = 7 - 2x^2 - 6 + x^2 - 3x = -x^2 - 3x + 1$

Página 83

10.  Opera y simplifica.

a) $(2x)^3 - (3x)2x - 5x^2(-3x + 1)$

b) $\frac{5}{3} \left(\frac{3}{4}x \right) (-4x) - \frac{1}{2} (4x^2 - 5)$

c) $(2x^2 - x + 3) \cdot (x - 3)$

d) $(x^2 - 5x - 1) \cdot (x - 2)$

e) $(3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1)$

f) $(2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2)$

a) $(2x)^3 - (3x)2x - 5x^2(-3x + 1) = 8x^3 - 6x^2 + 15x^3 - 5x^2 = 23x^3 - 11x^2$

b) $\frac{5}{3} \left(\frac{3}{4}x \right) (-4x) - \frac{1}{2} (4x^2 - 5) = \frac{5 \cdot 3(-4)}{3 \cdot 4}x - \frac{4x^2}{2} + \frac{5}{2} = -5x - 4x^2 + \frac{5}{2} = -4x^2 - 5x + \frac{5}{2}$

c) $(2x^2 - x + 3) \cdot (x - 3) = 2x^3 - 6x^2 - x^2 + 3x + 3x - 9 = 2x^3 - 7x^2 + 6x - 9$

d) $(x^2 - 5x - 1) \cdot (x - 2) = x^3 - 2x^2 - 5x^2 + 10x - x + 2 = x^3 - 7x^2 + 9x + 2$

e) $(3x^3 - 5x^2 + 6) \cdot (2x + 1) = 6x^4 + 3x^3 - 10x^3 - 5x^2 + 12x + 6 = 6x^4 - 7x^3 - 5x^2 + 12x + 6$

f) $(2x^2 + x - 3) \cdot (x^2 - 2) = 2x^4 - 4x^2 + x^3 - 2x - 3x^2 + 6 = 2x^4 + x^3 - 7x^2 - 2x + 6$

11.  Extrae factor común.

a) $5x + 5y + 5z$

b) $5x + 3xy$

c) $3x^2 + 4x$

d) $5x^3 + 3x^2$

e) $2x^4 - 6x^2$

f) $2x^3 + 3x^2 + 5x$

g) $x^6 + x^4 + x$

h) $\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x$

i) $2x^2y - 2xy$

a) $5x + 5y + 5z = 5(x + y + z)$

b) $5x + 3xy = x(5 + 3y)$

c) $3x^2 + 4x = x(3x + 4)$

d) $5x^3 + 3x^2 = x^2(5x + 3)$

e) $2x^4 - 6x^2 = 2x^2(x^2 - 3)$

f) $2x^3 + 3x^2 + 5x = x(2x^2 + 3x + 5)$

g) $x^6 + x^4 + x = x(x^5 + x^3 + 1)$

h) $\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x(x^3 + 1)$

i) $2x^2y - 2xy = 2xy(x - 1)$

Identidades notables

12.  Desarrolla los siguientes cuadrados:

a) $(x + 7)^2$

b) $(x - 11)^2$

c) $(2x + 1)^2$

d) $(3x - 4)^2$

a) $(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$

b) $(x - 11)^2 = x^2 - 22x + 121$

c) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

d) $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$

13.  Transforma en diferencia de cuadrados:

a) $(x + 7)(x - 7)$

b) $(1 + x)(1 - x)$

c) $(3 - 4x)(3 + 4x)$

d) $(2x - 1)(2x + 1)$

a) $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 49$

b) $(1 + x)(1 - x) = 1 - x^2$

c) $(3 - 4x)(3 + 4x) = 9 - 16x^2$

d) $(2x - 1)(2x + 1) = 4x^2 - 1$

14. ▀ Reduce las siguientes expresiones:

a) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2-3x) + 2(-x+3)$ b) $\frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{12}$ c) $\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{7} - \frac{x-7}{12}$

a) $\frac{3(x+3)}{2} - 2(2-3x) + 2(-x+3) = \frac{3x+9}{2} - 4 + 6x - 2x + 6 =$

$= \frac{3x+9}{2} - \frac{8}{2} + \frac{12x}{2} - \frac{4x}{2} + \frac{12}{2} = \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}$

b) $\frac{3x+3}{4} - \frac{3x-2}{3} - \frac{x+3}{12} = \frac{9x-9}{12} - \frac{12x-8}{12} - \frac{x+3}{12} =$

$= \frac{9x+9-12x+8-x-3}{12} = \frac{-4x+14}{12} = \frac{-2x+7}{6}$

c) $\frac{x+7}{2} - \frac{7-x}{7} - \frac{x-7}{12} = \frac{42x+294}{84} - \frac{84-12x}{84} - \frac{7x-49}{84} =$

$= \frac{42x+294-84+12x-7x+49}{84} = \frac{47x+259}{84}$

15. ▀ Reduce las siguientes expresiones:

a) $(x+1)(x-1) - 3(x+2) - x(x+2)$

b) $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 - x(x+3)$

c) $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} - \frac{1+x}{4}$

d) $\frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{2}(x+1) + \frac{3}{4}(x+3)$

e) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}(x^2+1)$

f) $(x+1)^2 - (x-2)(x-3) - \frac{5}{4}x$

g) $\frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-2)}{4} - \frac{(3x-2)^2}{8}$

a) $(x+1)(x-1) - 3(x+2) - x(x+2) = x^2 - 1 - 3x - 6 - x^2 - 2x = -5x - 7$

b) $(2x+3)^2 - (2x-3)^2 - x(x+3) = 4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 12x + 9) - x^2 - 3x =$

$= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9 - x^2 - 3x = -x^2 + 21x$

c) $\frac{5+x}{4} - \frac{5-x}{5} - \frac{1+x}{4} = \frac{25+5x}{20} - \frac{20-4x}{20} - \frac{5+5x}{20} = \frac{25+5x-20+4x-5-5x}{20} = \frac{4x}{20} = \frac{x}{5}$

d) $\frac{2}{3}(x+3) - \frac{1}{2}(x+1) + \frac{3}{4}(x+3) = \frac{8}{12}(x+3) - \frac{6}{12}(x+1) + \frac{9}{12}(x+3) =$

$= \frac{8x+24-6x-6+9x+27}{12} = \frac{11x+45}{12}$

e) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}(x^2+1) = x^2 - \frac{1}{9} - \frac{x^2+1}{3} = \frac{9x^2}{9} - \frac{1}{9} - \frac{3x^2+3}{9} = \frac{6x^2-4}{9}$

f) $(x+1)^2 - (x-2)(x-3) - \frac{5}{4}x = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x - 3x + 6) - \frac{5}{4}x =$

$= x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x + 3x - 6 - \frac{5}{4}x = 7x - \frac{5}{4}x - 5 = \frac{28x-5x}{4} - 5 = \frac{23x}{4} - 5$

g) $\frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-2)}{4} - \frac{(3x-2)^2}{8} = \frac{4(x^2-3x)}{8} + \frac{2(x^2-2x)}{8} - \frac{9x^2-12x+4}{8} =$

$= \frac{4x^2-12x+2x^2-4x-9x^2+12x-4}{8} = \frac{-3x^2-4x-4}{8}$

16.  **Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia.**

- | | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------|---------------------|
| a) $x^2 + 4x + 4$ | b) $x^2 - 10x + 25$ | c) $x^2 + 9 + 6x$ | d) $x^2 + 49 - 14x$ |
| e) $4x^2 + 4x + 1$ | f) $4x^2 + 9 - 12x$ | g) $9x^2 - 12x + 4$ | h) $x^4 + 4x^2 + 4$ |
| a) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ | b) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$ | | |
| c) $x^2 + 9 + 6x = (x + 3)^2$ | d) $x^2 + 49 - 14x = (x - 7)^2$ | | |
| e) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$ | f) $4x^2 + 9 - 12x = (2x - 3)^2$ | | |
| h) $9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$ | h) $x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2 + 2)^2$ | | |

17.  **Expresa como producto de una suma por una diferencia.**

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|-----------------------|
| a) $9x^2 - 25$ | b) $1 - x^2$ | c) $4x^2 - 9$ |
| d) $16x^2 - 1$ | e) $x^4 - 16$ | f) $49 - 4x^2$ |
| a) $(3x + 5)(3x - 5)$ | b) $(1 + x)(1 - x)$ | c) $(2x + 3)(2x - 3)$ |
| d) $(4x + 1)(4x - 1)$ | e) $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$ | f) $(7 + 2x)(7 - 2x)$ |

18.  **Reduce.**

- | | | |
|---|---|---------------------------------------|
| a) $\frac{4x - 8}{3x - 6}$ | b) $\frac{10x^2 - 5x}{5x^2 + 5x}$ | c) $\frac{3x^2 - 5x}{64 - 10x^2}$ |
| d) $\frac{5x^2 + 15}{5x^2 - 45}$ | e) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x + 4}$ | f) $\frac{x^2 - 6x + 9}{6x^3 - 3x^2}$ |
| a) $\frac{4x - 8}{3x - 6} = \frac{4(x - 2)}{3(x - 2)} = \frac{4}{3}$ | b) $\frac{10x^2 - 5x}{5x^2 + 5x} = \frac{5x(2x - 1)}{5x(x + 1)} = \frac{2x - 1}{x + 1}$ | |
| c) $\frac{3x^2 - 5x}{64 - 10x^2} = \frac{x(3x - 5)}{2(32 - 5x^2)}$ | d) $\frac{5x^2 + 15}{5x^2 - 45} = \frac{5(x^2 + 3)}{5(x^2 - 9)} = \frac{x^2 + 3}{(x + 3)(x - 3)}$ | |
| e) $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x + 4} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{x^2 + 2x + 4}$ | f) $\frac{x^2 - 6x + 9}{6x^3 - 3x^2} = \frac{(x - 3)^2}{3x^2(2x - 1)}$ | |

Curiosidades matemáticas

El álgebra, ¿es una ayuda?

El álgebra, utilizando letras en vez de números, puede facilitar enormemente los cálculos.

Como ejemplo, piensa la forma de calcular el valor de:

$$88\,888^2 - 88\,889 \cdot 88\,887$$

 **Antes de cansarte mucho, opera y reduce la siguiente expresión algebraica: $a^2 - (a + 1) \cdot (a - 1)$**

¿Te aclara algo? Fíjate en que a puede ser cualquier número.

$$a^2 - (a + 1) \cdot (a - 1) = a^2 - (a^2 - 1) = a^2 - a^2 + 1 = 1$$

$$\text{Si } a = 88\,888 \rightarrow 88\,888^2 - 88\,889 \cdot 88\,887 = 1$$

Sin hacer operaciones

¿Serías capaz de calcular, sin operar, el valor de esta expresión?

$$123\,450^2 - 123\,460 \cdot 123\,440$$

$$123\,450^2 - 123\,460 \cdot 123\,440$$

Fijándonos en la actividad anterior, esta expresión la podemos sustituir como

$$a^2 - (a + 10) \cdot (a - 10) \rightarrow a^2 - (a^2 - 100) = a^2 - a^2 + 100 = 100$$

Por tanto, la solución de esta expresión es 100.

$$123\,450^2 - 123\,460 \cdot 123\,440 = 100$$

Pájaros

Mi tío Pío tiene en casa varios pájaros.

- Todos menos dos son canarios.
- Todos son jilgueros, menos dos.
- Solo dos no son periquitos.

¿Cuántos pájaros tiene mi tío Pío?

Hay canarios, jilgueros y periquitos.

Como todos son canarios menos dos, esos dos tienen que ser un jilguero y un periquito.

Como todos son jilgueros menos dos, esos dos tienen que ser un canario y un periquito.

La tercera afirmación confirma que hay un canario, un jilguero y un periquito. Es decir, el tío Pío tiene 3 pájaros.