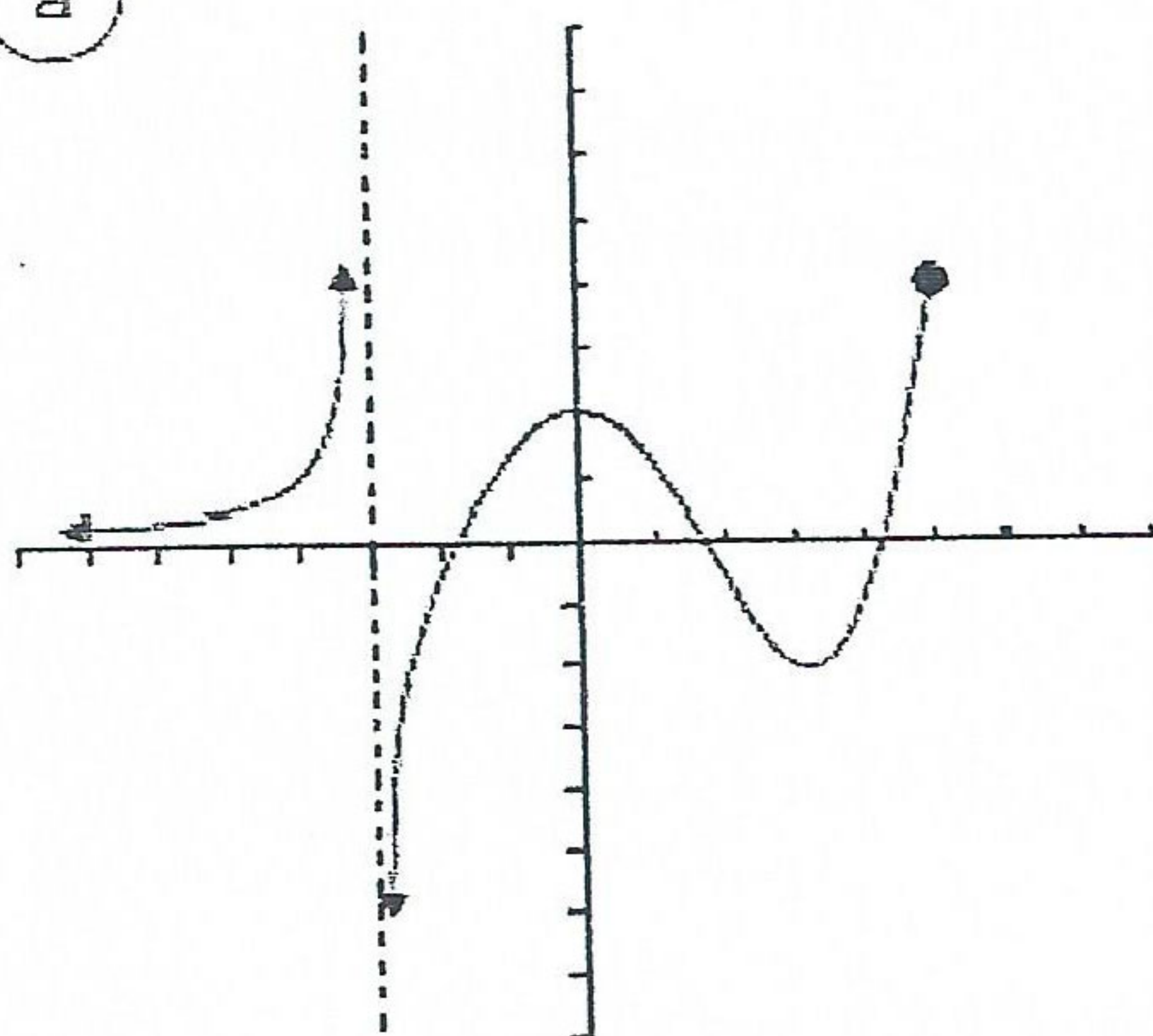


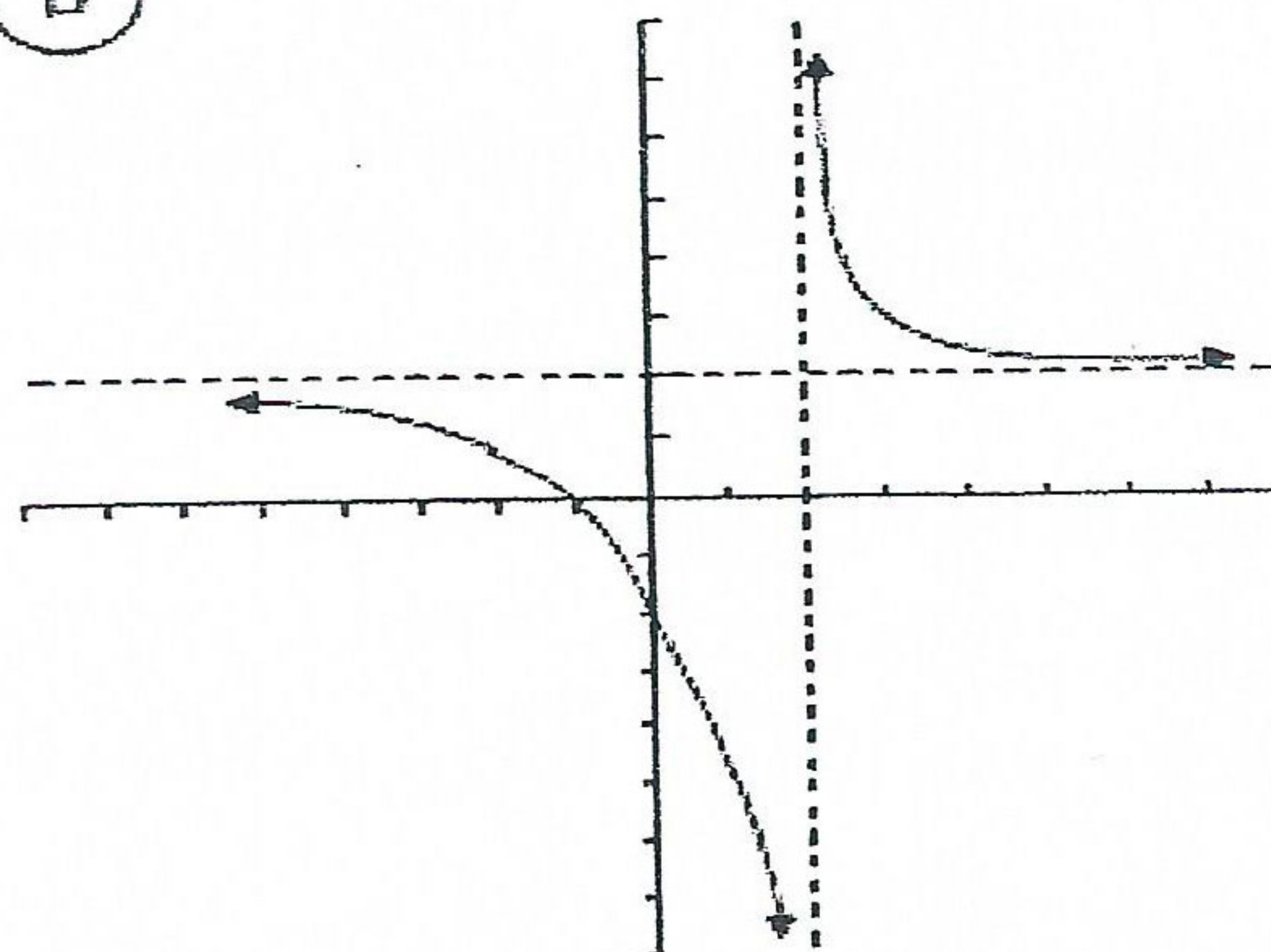
FUNCIONES Y GRÁFICAS. RELACIÓN IV

1.- Haz un estudio completo de las siguientes gráficas de funciones:

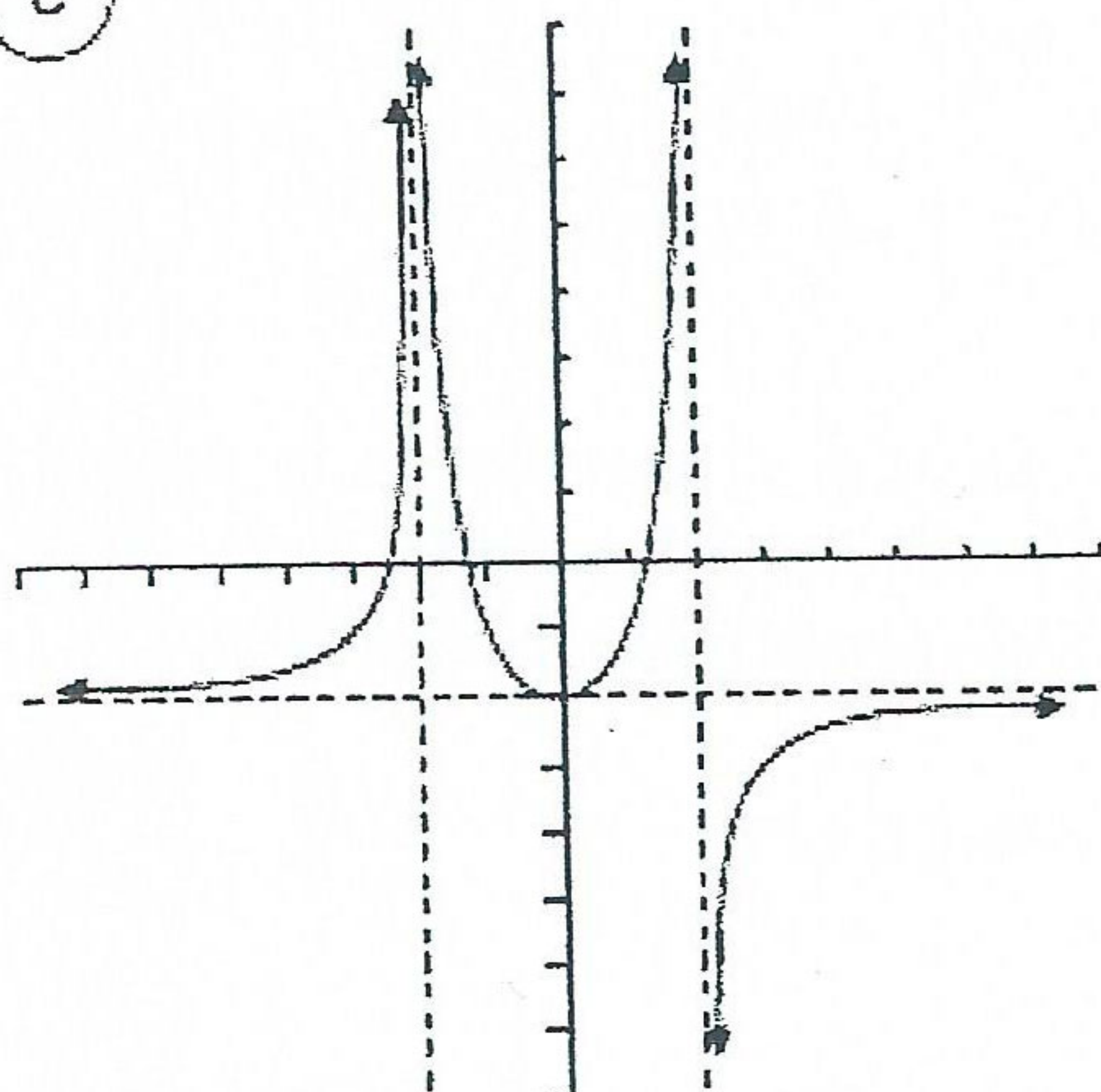
(a)



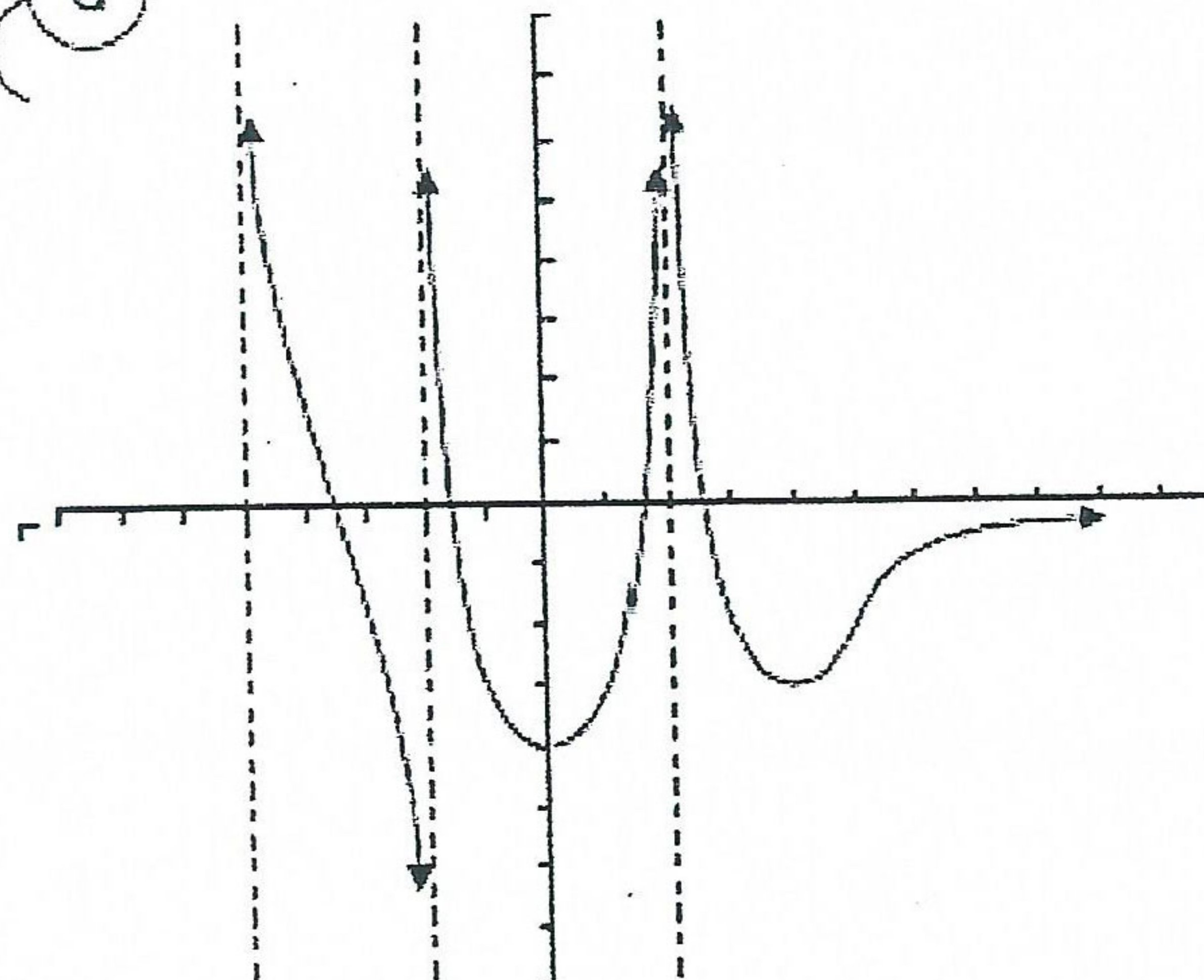
(b)



(c)



(d)



2.- Dibuja la gráfica de una función que cumpla las siguientes condiciones:

- Su dominio es el intervalo $[-4, 5]$ y su imagen es el intervalo $[-2, 4]$
- Corta al eje de abscisas en $x = -1$ y $x = 1$ y al eje de ordenadas en $y = -1$.
- Tiene un mínimo relativo en $(0, -1)$ y un máximo relativo en el punto $(2, 2)$.
- El máximo absoluto se alcanza en el punto -4 y vale 4 .

3.- Un rectángulo tiene 20 cm de perímetro. Escribe la función que da el área de ese rectángulo en función de su base " x ". ¿Cuál es el dominio de dicha función?

4.- Estudia el dominio de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{2x^2 - 3}{-x^2 + 3x}$$

$$b) f(x) = \sqrt{x^2 + 4x}$$

$$c) f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2}$$

$$d) f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^3 + 3x^2 + 2}$$

$$e) f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x^2-1}}$$

$$f) f(x) = \sqrt[3]{\frac{2-x}{x-1}}$$

$$g) f(x) = \frac{2x^2 - 3}{\sqrt{3-2x}}$$

$$h) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$$

$$i) f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x^2+3}}$$

$$j) f(x) = \sqrt{\frac{5-4x}{5}}$$

$$k) f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+3}}{4}$$

$$l) f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{2x-5}}$$

5.- Escribe las ecuaciones de las siguientes rectas:

- a) Pasa por los puntos $(-1, 3)$ y $(3, 4)$.
- b) Es paralela a la recta $3x - 2y + 1 = 0$ y pasa por el punto $(-2, -3)$
- c) Corta a los ejes en $(1/2, 0)$ y $(0, -5)$

6.- En enero una familia consumió 12 m^3 de gas y pagó una factura de $24,82 \text{ €}$; en febrero el consumo fue 42 m^3 y la factura de $43,81 \text{ €}$. Halla la ecuación de la recta que nos da el precio de la factura en función del consumo.

7.- Dibuja las gráficas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 8x + 12$ b) $f(x) = x^2 - 6x + 9$ c) $f(x) = \frac{x^2}{2} + 3x + 1$
d) $f(x) = -x^2 + 4x - 6$ e) $f(x) = -x^2 + 9$ f) $f(x) = \frac{x^2}{3} + 3x + 6$

8.- Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $y = -\frac{3}{x}$ b) $y = \frac{1}{3x}$ c) $y = 1 - \sqrt{x}$ d) $y = \sqrt{3 - x}$

9.- Un cine-club piensa proyectar una película la próxima semana. El alquiler de la misma cuesta 300 € que deben pagar entre todos los asistentes a la proyección. Encuentra la función real de variable natural que matematiza esta función. Representa gráficamente la función.

10.- Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos:

$$a) f(x) = \begin{cases} -x-1 & x \leq -1 \\ 1-x^2 & -1 < x < 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x < -2 \\ -x^2-x+2 & x > -2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} 3-x & x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x > 1 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} 5 & x \leq 2 \\ x^2-6x+10 & 2 < x < 5 \\ 4x-15 & x \geq 5 \end{cases}$$

11.- Realiza la gráfica de las siguientes funciones y exprésalas como funciones a trozos:

$$a) f(x) = |2x+5|$$

$$b) f(x) = |1-2x|$$

$$c) f(x) = \left| -\frac{x}{2} + 5 \right|$$

$$d) f(x) = \left| \frac{x}{100} + 50 \right|$$

$$e) f(x) = |x^2 - 2x - 3|$$

$$f) f(x) = |-x^2 + 4x - 3|$$

12.- Un túnel tiene forma parabólica dada por la función $f(x) = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x$

¿Qué altura tiene a los 2 metros del arranque del arco? ¿Cuál es su altura máxima? Dibuja la gráfica de la función.

13.-Las tarifas de correos de cierto país son las siguientes:

- Cartas hasta 20 g de peso: 0,15 €.
- Por cada 10 g o fracción de 10 g: 0,03 € más.

Representa gráficamente la función que relaciona el precio de la carta con el peso de la misma, hasta un peso de 50 gramos. ¿Cuáles son los puntos de discontinuidad?

14.- Los muros de las viviendas de una determinada urbanización se han construido con tres revestimientos aislantes de 10 cm de grosor. Para un determinado instante de tiempo con una temperatura exterior de 5°C, la siguiente función, $f(x)$, describe la temperatura de un punto del muro situado a x cm del interior de la vivienda.

$$f(x) = \begin{cases} -0,8x + 22 & 0 < x \leq 10 \text{ cm} \\ -0,4x + 18 & 10 < x \leq 20 \text{ cm} \\ -0,5x + 20 & 20 < x \leq 30 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{Representa gráficamente la función } f(x).$$

15.- Una empresa de automóviles ha estimado que el beneficio B , en miles de euros, depende del tiempo t , en minutos, que se dedica diariamente a publicidad según la función:

$$B(t) = -1,5t^2 + 168t - 954$$

- Dibuja la gráfica de la función beneficio.
- Calcula los minutos diarios que debe dedicar a publicidad para obtener un beneficio máximo.
- Calcula en qué intervalo debe estar comprendido el tiempo diario dedicado a publicidad para que la empresa obtenga beneficio positivo.

16.- Dadas las funciones $f(x) = \frac{1}{3x+6}$ y $g(x) = 2 + \sqrt{x}$. Halla:

$$a) f(x) = f \circ g \quad b) f(x) = g \circ f \quad c) f(x) = f \circ f$$

17.- Representa las siguientes funciones:

$$a) y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \quad b) y = \left(\frac{6}{5}\right)^x \quad c) y = -2^x \quad d) y = e^{-x}$$

18.- Representa las siguientes funciones:

$$a) y = \log_3 x \quad b) y = \log_{\frac{1}{2}} x \quad c) y = \ln x \quad d) y = \log_{\frac{1}{3}} x$$

19.- Un cultivo de bacterias crece según la función $y = 1 + 2^{\frac{t}{10}}$ (y , miles de bacterias, t horas) ¿Cuántas bacterias había en el momento inicial? ¿Y al cabo de 10 horas?

20.- La maquinaria de una fábrica pierde cada año un 20% de su valor. En el momento de su compra valía 40.000 €

- ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después?
- Encuentra la función que nos da el valor de la maquinaria en función del tiempo transcurrido.