

Monomios

Un monomio es una expresión algebraica formada por:

- una parte numérica, llamada coeficiente, y
- una parte literal, formada por letras y sus exponentes.

Coeficiente $\rightarrow$ 5 $\leftarrow$ Parte literal
 $5x$

Coeficiente $\rightarrow$ 6 $\leftarrow$ Parte literal
 $6am^2$

El **grado** de un monomio es la suma de los exponentes de las letras que lo forman:

$5x$: grado 1

$6am^2$: grado 3

Dos monomios son **semejantes** cuando tienen la misma parte literal:

$6a^2b^2$ y $-5a^2b^2$ son semejantes

$5x^2y$ y $5xy$ no son semejantes

1 Indica la parte literal y los coeficientes de los siguientes monomios:

a) $-5a^2bx$ Parte literal:
Coeficiente:

c) $\frac{3}{5}x^2z$ Parte literal:
Coeficiente:

b) $7xyz^5$ Parte literal:
Coeficiente:

d) $\sqrt{5}xm^2$ Parte literal:
Coeficiente:

2 Indica el grado de los siguientes monomios:

a) $-\frac{5}{3}xy^3z^4$ Grado:

c) $-\frac{7}{5}xy^3z^8$ Grado:

e) $2a^2bc$ Grado:

b) $2a^2bc^3$ Grado:

d) xyz^3 Grado:

f) $\frac{2}{5}xy^4z^2$ Grado:

3 Calcula el valor de m en los siguientes casos, para que cada par de monomios tengan el mismo grado:

a) $-3x^myz$ $6a^2bc$ $m =$

d) xy^2z^3 $-2x^my^2$ $m =$

b) $6rs^2t^3$ $5x^myz^2$ $m =$

e) abc^3 $3r^mb^2c$ $m =$

c) $2a^mc^2$ $3xz^2$ $m =$

f) x^2yz $2rs^m$ $m =$

4 Une con flechas los monomios semejantes de las dos filas:

$-3xyz$ $4a^2bc^3$ $-6r^5st$ $5xy^2z^3$ $7a^2m^4n$

$6xy$ $-5xyz$ $6m^4na^2$ $-4bz^3a^2$ $-6rst$

5 Calcula el valor de m, en los siguientes casos, para que cada par de monomios sean semejantes.

a) $-3xyz$ $6xy^mz$ $m =$

d) $6x^2yz^m$ $8x^2yz^2$ $m =$

b) $6xz^2$ $7x^mz^2$ $m =$

e) $-r^2st^m$ $2r^2st^3$ $m =$

c) $-a^2bc^2$ $-7a^2bc^m$ $m =$

f) x^3zy^2 $\frac{2}{5}x^3yz^m$ $m =$

Operaciones con monomios

- Suma de monomios semejantes: $2x^2 + 3x^2 = 5x^2$
- Resta de monomios semejantes: $6x^3 - 3x^3 = 3x^3$
- Producto de monomios: $2x^3 \cdot 5x^2 = 10x^5$
- Cociente de monomios: $6x^5 : 3x^2 = 2x^3$
- Potencia de un monomio: $(2x^3)^2 = 2^2x^{3 \cdot 2} = 4x^6$

6 Efectúa las siguientes sumas de monomios:

a) $3x^2 + 6x^2 + 5x^2 =$

d) $6z^2y + 3yz^2 + \frac{1}{2}yz^2 =$

b) $7x^3 + 2x^3 + \frac{1}{3}x^3 =$

e) $\frac{3}{4}z^2y^3 + \frac{1}{2}z^2y^3 + \frac{5}{3}z^2y^3 =$

c) $6xy + 2xy + 3xy =$

f) $\frac{5}{7}ab^3 + \frac{3}{4}ab^3 + \frac{2}{9}b^3a =$

7 Efectúa las siguientes restas de monomios:

a) $2x^2 - \frac{6}{9}x^2 =$

c) $\frac{2}{5}xy^2 - 3xy^2 =$

e) $7ba^2 - \frac{2}{5}a^2b =$

b) $4x^7 - 8x^7 =$

d) $6ab - 3ab =$

f) $\frac{5}{7}xy^3 - \frac{3}{2}y^3x =$

8 Efectúa los siguientes productos de monomios:

a) $\frac{4}{5}x^2 \cdot \frac{2}{3}x =$

c) $\frac{5}{4}xy \cdot \frac{6}{7}x^2y =$

e) $\frac{7}{3}ab^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)ab^2 \cdot (-3)ab^2 =$

b) $-5x^3 \cdot 2x^2 =$

d) $10x^3y \cdot (-6x^3y) \cdot \frac{1}{2}yx^3 =$

f) $-3x^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}x\right) =$

9 Efectúa los siguientes cocientes de monomios:

a) $50x^4 : 25x^2 =$

c) $-15x^6 : 3x^7 =$

e) $25x^6 : 10x^2 =$

b) $36x^3 : 6x^2 =$

d) $7x^4 : 3x^3 =$

f) $15x^2 : 6x =$

10 El cociente de dos monomios $a(x) : 5x^3$ es igual a $-3x$. ¿Cuánto vale el monomio $a(x)$?

11 El cociente de dos monomios $6x^4 \cdot b(x)$ es igual a $2x^3$. ¿Cuánto vale $b(x)$?

12 Efectúa las siguientes potencias de monomios:

a) $(-3x^2)^3 =$

c) $\left(\frac{1}{2}x\right)^3 =$

e) $(-3ab)^5 =$

b) $\left(\frac{3}{2}x^3\right)^5 =$

d) $(6xy)^3 =$

f) $\left(\frac{4}{5}ab^3\right)^3 =$

Polinomios

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por:

- la suma o diferencia de dos o más monomios no semejantes, o
- la suma o diferencia de un número y uno o más monomios.

Ejemplos: $3x^2 + 2x - 1$, $2x^3y - 3xy + 1$

El **grado** de un polinomio es el mayor de los grados de los monomios que lo forman.

Ejemplos: $3x^2 + 2x - 1$: polinomio de grado 2
 $2x^3y - 3xy + 1$: polinomio de grado 4

13 Indica el grado de cada uno de estos polinomios:

a) $3x^3 - 4x + 5x^5 - 3$
Grado:

e) $6x^2 - 3xy + y^2$
Grado:

b) $8x - 4x^2 + 5x^3 + x^6$
Grado:

f) $xy - x^2 + 7x$
Grado:

c) $8xy - 7xyz + 7x^2y + 3$
Grado:

g) $x^6 - 7x^7 + 6x^3 + 1$
Grado:

d) $x^6 - 7xy + 6xy - 3$
Grado:

h) $x^2 - 3x + x^3 - 3$
Grado:

14 Halla el valor numérico del polinomio $p(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ para $x = 1$, $x = 2$, $x = -1$, $x = -2$ y $x = 0$.

$p(1) =$ $p(2) =$ $p(-1) =$ $p(-2) =$ $p(0) =$

15 Halla el valor numérico del polinomio $q(x) = 3x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 2x + 4$ para $x = 1$, $x = 2$, $x = 0$, $x = -1$ y $x = -2$.

$q(1) =$ $q(2) =$ $q(0) =$ $q(-1) =$ $q(-2) =$

16 Halla el polinomio de primer grado tal que su valor numérico para $x = 1$ es -2 , y para $x = 0$ es 3 .

17 Halla el polinomio de segundo grado tal que el coeficiente del término de mayor grado es 1 y su valor numérico para $x = 1$ es 2 y para $x = 0$ es 6 .

18 Calcula el valor de a para que los polinomios $p(x) = 2x - 3$ y $q(x) = 2x + a$ sean iguales.

19 Calcula el valor de a para que los polinomios $p(x) = 2x^2 + 9x - 3$ y $q(x) = 2x^2 + a^2x - 3$ sean iguales.

Suma y resta de polinomios

- Para sumar dos polinomios se suman los monomios semejantes:

$$(2x^3 - 3x + 5) + (x^3 + 2x^2 + x) = 3x^3 + 2x^2 - 2x + 5$$

- Para restar dos polinomios se suma al polinomio minuendo el opuesto del polinomio sustraendo:

$$\begin{aligned} (6x^3 + 2x^2 - 3x + 1) - (4x^3 - x^2 + 2x + 1) &= \\ (6x^3 + 2x^2 - 3x + 1) + (-4x^3 + x^2 - 2x - 1) &= 2x^3 + 3x^2 - 5x \end{aligned}$$

20 Siendo $p(x) = 3x^3 - x^2 + 2x$, $q(x) = 3x^3 + x^2 - 3x - 4$ y $r(x) = 2x^2 - 7x + 6$, calcula:

a) $p(x) - q(x) + r(x) =$ **c)** $p(x) - [q(x) + r(x)] =$

b) $p(x) + q(x) - r(x) =$ **d)** $r(x) - [p(x) - q(x)] =$

21 Dados los polinomios $a(x) = -3x^4 - 5x^2 + 1$, $b(x) = x^3 - 6x + 3$, $c(x) = 3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6$ y $d(x) = -x^3 + 6x + 4$, calcula:

a) $[a(x) + b(x)] - [c(x) + d(x)] =$ **c)** $[c(x) - d(x)] - [a(x) - b(x)] =$

b) $[a(x) + d(x)] - [b(x) + c(x)] =$ **d)** $[d(x) - b(x)] + [a(x) - c(x)] =$

22 Siendo $p(y) = 2y^2 - 3y^2 + 4y - 5$, $q(y) = -y^3 + 2y^2 - 2y + 4$ y $r(y) = y^3 + y^2 - 6y + 2$, calcula:

a) $p(y) + q(y) + r(y) =$ **d)** $p(y) - [q(y) - r(y)] =$

b) $p(y) + [q(y) - r(y)] =$ **e)** $q(y) - r(y) - p(y) =$

c) $p(y) - q(y) + r(y) =$ **f)** $q(y) - [r(y) + p(y)] =$

23 Dados $p(t) = 2t^2 - 3t + 4$, $q(t) = 5t^3 - 2t^2 + 4t - 6$, $r(t) = 3t^3 - 5t + 8$ y $s(t) = 4t^3 - 3t^2 + 2t - 1$, calcula:

a) $[p(t) + q(t)] - [r(t) + s(t)] =$

c) $q(t) - p(t) + r(t) - s(t) =$

b) $p(t) - [q(t) - r(t)] - s(t) =$

d) $q(t) + [p(t) - r(t)] - s(t) =$

24 Dados $p(x) = x^3 - 2x + 3$, $q(x) = x^4 - 3x + 2$ y $r(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$, calcula:

a) $p(x) - q(x) - r(x) =$

c) $q(x) - [r(x) + p(x)] =$

b) $q(x) - [p(x) - r(x)] =$

d) $r(x) - [q(x) - p(x)] =$

25 ¿Qué polinomio hay que sumar al polinomio $x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ para que su suma sea $x^4 - 3x^2 + 2x - 1$?

26 ¿Qué polinomio hay que restar al polinomio $p(x) = 2x^2 - 6x + 1$ para obtener $x^4 - 2x^2 + 6x - 1$?

27 ¿Qué polinomio hay que restar al polinomio $p(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - 2$ para obtener el polinomio $x^5 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1$?

28 Dados los polinomios $p(x) = mx^3 - 5x - 3$ y $q(x) = -4x^3 - 5x + 7$, calcula m sabiendo que $p(x) + q(x) = -2x^3 - 10x + 4$.

29 Dados los polinomios $p(x) = x^3 - nx^2 + 3$ y $q(x) = 5x^3 + 2x^2 - 1$, calcula n sabiendo que $p(x) - q(x) = -4x^3 - x^2 + 4$.

30 Dados los polinomios $p(x) = x^4 - 3x^2 + x - 1$, $q(x) = mx^5 - 3x^2 + 1$ y $r(x) = x^4 - 3x + 4$, calcula m sabiendo que $p(x) + q(x) - r(x) = 3x^5 - 6x^2 + 4x - 4$.

31 Dado el polinomio: $p(x) = \frac{3}{4}x^4 - 3x^2 + 6x - \frac{2}{3}$

halla otro polinomio $q(x)$ tal que: $p(x) + q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 1$

32 Dado el polinomio: $p(x) = 3x^3 - \frac{2}{5}x^2 + 3x - \frac{1}{2}$

halla otro polinomio $q(x)$ tal que: $p(x) - q(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1$

33 La diferencia de dos polinomios es: $p(x) - q(x) = x^3 - 5x^2 - 7x + 2$. Calcula $q(x)$ sabiendo que $p(x) = x^4 + 5x^3 + 2x - 1$.

34 ¿Qué polinomio hay que sumar al polinomio $p(x) = x^4 - 3x^2 + x - \frac{2}{5}$ para

obtener el opuesto del polinomio $q(x) = x^5 - \frac{2}{3}x^3 + x^2 - \frac{2}{3}$?

35 ¿Qué polinomio hay que restar al polinomio $p(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{3}{5}$ para

obtener el opuesto del polinomio $q(x) = x^4 - \frac{4}{3}x^2 + x - \frac{7}{5}$?

Producto de polinomios

- Para multiplicar un polinomio por un monomio se multiplica dicho monomio por cada uno de los monomios del polinomio:

$$(2x^3 + 3x^2 - 2x + 1) \cdot 3x^2 = 6x^5 + 9x^4 - 6x^3 + 3x^2$$

- Para multiplicar dos polinomios se multiplica cada monomio de uno de ellos por el otro polinomio y se suman los polinomios resultantes:

$$(2x^3 - 3x + 1) \cdot (2x^2 - 2) = (4x^3 - 6x + 2) + (4x^5 - 6x^3 + 2x^2) = 4x^5 - 2x^3 + 2x^2 - 6x + 2$$

36 Halla los siguientes productos:

a) $(2x^2) \cdot (x^4 - 3x^2 + 2x - 1) =$

d) $(x^3 - 2x^2 + x - 1) \cdot (-3x) =$

b) $(-2x^2) \cdot (x^4 - 3x^2 + 2x - 1) =$

e) $(-x^3 + 2x^2 - x + 1) \cdot (3x) =$

c) $(x^3 - 2x^2 + x - 1) \cdot (3x) =$

f) $(-x^3 + 2x^2 - x + 1) \cdot (-3x) =$

37 Observa los siguientes productos y completa los términos que faltan:

a) $(\quad + 3x^3 - \quad - x + \quad) \cdot (3x) = 6x^5 + \quad - 6x^3 - \quad + 3x$

b) $(2x^5 - \quad + 2x^2 + \quad - 2) \cdot (-2x) = \quad + 8x^4 - \quad - 2x^2 + \quad$

c) $(3x^5 + \quad - 2x^3 - \quad + 4x - \quad) \cdot (-4x^3) = \quad - 8x^7 + \quad + x^5 - \quad + 8x^3$

38 Completa la siguiente tabla:

Grado p(x)	Grado q(x)	Grado p(x) · q(x)
1	5	
1		3
	4	5
1		6

39 Halla el producto $p(x) \cdot q(x)$ para cada uno de los siguientes casos:

a) $p(x) = 3x^2 + 2x - 3$

e) $p(x) = x^5 - 2x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{5}$

$q(x) = x - 2$

$q(x) = x^4 - \frac{7}{4}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{3}{7}x$

$p(x) \cdot q(x) =$

$p(x) \cdot q(x) =$

b) $p(x) = 2x^2 - 3x + 1$

f) $p(x) = -2x^4 + 3x^2 + 4x - 3$

$q(x) = x^2 - 1$

$q(x) = -x^2 - 3x + 4$

$p(x) \cdot q(x) =$

$p(x) \cdot q(x) =$

c) $p(x) = 3x^3 - 2x + 4$

g) $p(x) = 3x^3 - 4x^2 + 7$

$q(x) = -2x + 3$

$q(x) = x^3 + 2x^2 + 1$

$p(x) \cdot q(x) =$

$p(x) \cdot q(x) =$

d) $p(x) = 4x^4 - 3x^3 + 2x + 1$

h) $p(x) = 6x^3 + 4x^2 - 3x + 4$

$q(x) = 2x^2 + 1$

$q(x) = 2x^2 + 2x - 1$

$p(x) \cdot q(x) =$

$p(x) \cdot q(x) =$

40 Dados los polinomios:

$$\begin{aligned}p(x) &= 3x^3 + 6x - 5 \\q(x) &= x^3 - x + 2 \\r(x) &= x^2 - 6x - 1.\end{aligned}$$

calcula:

a) $[p(x) + q(x)] \cdot r(x) =$

b) $p(x) \cdot r(x) + q(x) \cdot r(x) =$

c) $[p(x)]^2 + [q(x)]^2$, sabiendo que $[p(x)]^2 = p(x) \cdot p(x)$ y $[q(x)]^2 = q(x) \cdot q(x)$.
 $[p(x)]^2 + [q(x)]^2 =$

d) ¿Cómo son los resultados de los apartados a y b?

41 Completa la siguiente tabla:

Grado $p(x)$	Grado $q(x)$	Grado $p(x) \cdot q(x)$	Grado $[p(x)]^2$	Grado $[q(x)]^2$
3		6		
	5	8		
	3		8	
2				6
5	3			

42 Dados los polinomios:

$$\begin{aligned}p(x) &= 2x^2 - 3x + 1 \\q(x) &= 2x + 1 \\r(x) &= x^3 - 2x\end{aligned}$$

calcula:

a) $p(x) \cdot q(x) - r(x) =$

b) $p(x) \cdot r(x) - q(x) =$

c) $[p(x)]^2 \cdot q(x) =$

d) $[q(x)]^2 \cdot r(x) =$

e) $[p(x)]^2 - [q(x)]^2 =$

f) $[q(x)]^2 - [r(x)]^2 =$

Productos y potencias notables

- Cuadrado de una suma: $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
- Cuadrado de una diferencia: $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$
- Suma por diferencia: $(x + a) \cdot (x - a) = x^2 - a^2$

43 Calcula los siguientes cuadrados de sumas y diferencias:

a) $(x + y)^2 =$

d) $(x^2 + 2)^2 =$

g) $(a^3 + b^2)^2 =$

b) $(3x - 2)^2 =$

e) $(\sqrt{x} + 2)^2 =$

h) $(-3a^2 + x)^2 =$

c) $(2ax - 4)^2 =$

f) $(\frac{x}{2} - 1)^2 =$

i) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 =$

44 Completa los términos que faltan en las siguientes expresiones:

a) $(a + 2b^2)^2 = a^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 4b^4$

c) $(2y + 3xz)^2 = \underline{\hspace{1cm}} + 12xyz + \underline{\hspace{1cm}}$

b) $(x - 3y)^2 = x^2 - 6xy + \underline{\hspace{1cm}}$

d) $(x^3 - 3y^2z)^2 = x^6 - \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

45 Calcula los siguientes productos:

a) $(x + y) \cdot (x - y) =$

f) $(\frac{1}{2}x + 1) \cdot (\frac{1}{2}x - 1) =$

b) $(3x + 2) \cdot (3x - 2) =$

g) $(a^3 + b^2) \cdot (a^3 - b^2) =$

c) $(x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2) =$

h) $(-3a^2 + x) \cdot (3a^2 + x) =$

d) $(2ax + 4) \cdot (2ax - 4) =$

i) $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$

e) $(\sqrt{x} + 2) \cdot (\sqrt{x} - 2) =$

Descomposición factorial

- Factorizar sacando factor común:

$$25x^4 - 30x^3 + 5x^2 = 5x^2 (5x^2 - 6x + 1)$$

$5x^2$ es el factor común

- Factorizar aplicando el cuadrado de una suma o de una diferencia:

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2 + 2)^2$$
$$16x^2 + 24x + 9 = (4x + 3)^2$$

- Factorizar aplicando suma por diferencia:

$$(x^2 - 9) = (x + 3) \cdot (x - 3)$$

47 Descompón en producto de factores, sacando el factor común de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $x^3 - 4x^2 + 3x =$

f) $4x^3y^2 - 8x^2y^3 + 2x^4y =$

b) $x^3 - 4x^2 + x =$

g) $3x^5y^4 + 9x^2y^3 - 3xy + 3y =$

c) $3x^3y - 9xy^2 + 27x^4y^3 =$

h) $6xy + 54x^2y - 3xy^2 =$

d) $5y^2x - 15yx^2 + y^3x^4 =$

i) $16x^2y^2 + 4xy^3 - 28x^3y^3 =$

e) $6x^2y^2 - 9x^3y^6 + 27xy^3 =$

j) $\frac{1}{4}xz^3 + \frac{1}{6}x^2z^5 - \frac{1}{10}x^3z^2 =$

48 Descompón en producto de factores, en forma de cuadrado de una suma o en forma de cuadrado de una diferencia:

a) $x^2 - 4x + 4 =$

e) $x^4 - 6x^2 + 9 =$

b) $x^2 + 6x + 9 =$

f) $x^4 - 20x^2 + 100 =$

c) $x^2 - 2x + 1 =$

g) $x^6 - 14x^3 + 49 =$

d) $x^2 + 10x + 25 =$

h) $x^8 - 2ax^4 + a^2 =$

49 Descompón los siguientes binomios en producto de factores:

a) $36x^2 - 9/4 =$

f) $36a^2b^2 - 81b^4 =$

b) $x^4 - x^2 =$

g) $x^4 - 81 =$

c) $x^4a^2 - x^6a^2 =$

h) $4x^6 - 1 =$

d) $\frac{81}{4}x^6 - 25x^4 =$

i) $16x^4 - 9 =$

e) $x^2 - 16 =$

j) $x^4 - x^6 =$

50 Completa los términos que faltan de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $x^2 - \underline{\hspace{1cm}} + 16 = (x - 4)^2$

c) $16x^2 - \underline{\hspace{1cm}} + 9 = (\underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}})^2$

b) $25x^2 + \underline{\hspace{1cm}} + 1 = (5x + \underline{\hspace{1cm}})^2$

d) $3x^3 + 81x^2 - 9x = \underline{\hspace{1cm}} \cdot (x^2 + \underline{\hspace{1cm}} - 3)$