

EXAMEN POLINOMIOS Y ECUACIONES

Nombre y Apellidos: SOLUCIONES

PREGUNTA 1.

- a) En la siguiente división de polinomios: $[x^3 - 2(m+1) \cdot x^2 + m] : (x + 1)$ calcula el valor del parámetro m , para que tenga de resto -2 . Debes calcularlo **haciendo la división**.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2m-2 & 0 & m \\ -1 & & -1 & 2m+3 & -2m-3 \\ \hline & 1 & -2m-3 & 2m+3 & \boxed{-m-3} \end{array} \Rightarrow R = -m-3 = -2 \Rightarrow m+3=2 \Rightarrow \boxed{m=-1}$$

0,75

- b) En la siguiente división de polinomios: $[2mx^3 - 3mx^2 + 8m] : (x - 2)$ calcula el valor del parámetro m , para que tenga de resto 4 . Debes calcularlo **sin hacer la división**.

En virtud del TEOREMA DEL RESTO:

$$P(2) = 2m \cdot 2^3 - 3m \cdot 2^2 + 8m = 16m - 12m + 8m = 12m = R$$

$$\text{Luego: } R = 12m = 4 \Rightarrow \boxed{m = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}}$$

0,75

- c) Halla el resto de la división $(x^{2017} + 5) : (x + 1)$

Por el TH. RESTO:

$$P(-1) = (-1)^{2017} + 5 = -1 + 5 = \boxed{4 = R}$$

1

PREGUNTA 2:

a) Halla $P(x)$, simplificado al máximo, para que las fracciones sean equivalentes:

$$\frac{x+4}{x-3} = \frac{x^3 + 4x^2 - x - 4}{P(x)}$$

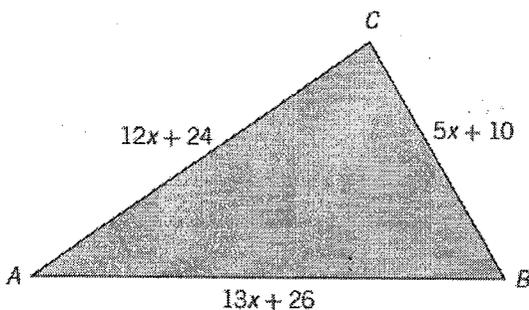
$$P(x) = \frac{(x-3)(x^3 + 4x^2 - x - 4)}{(x+4)} = \frac{(x-3) \cdot \cancel{(x+4)} \cdot (x+1)(x-1)}{\cancel{(x+4)}} = (x-3)(x+1)(x-1)$$

Factorización de $x^3 + 4x^2 - x - 4 = (x+4)(x^2 - 1)$.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 4 & -1 & -4 \\ -4 & & -4 & 0 & 4 \\ \hline & 1 & 0 & -1 & 0 \end{array}$$

0,75

PREGUNTA 3: Demuestra que el triángulo ABC es rectángulo para cualquier valor de x .



Será rectángulo si verifica el TEOREMA DE PITÁGORAS

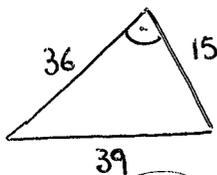
$$(12x+24)^2 + (5x+10)^2 = (13x+26)^2 \Rightarrow$$

NOTA: Para que tenga sentido, deberá ser $x > -2$.

$$\Rightarrow 144x^2 + 576 + 576x + 25x^2 + 100 + 100x = 169x^2 + 676 + 676x$$

$$\Rightarrow 169x^2 + 676x + 676 = 169x^2 + 676x + 676: \text{ en efecto, se cumple el TH. PITÁGORAS.}$$

Por ejemplo, si $x=1$:



$$36^2 + 15^2 = 1521$$

$$39^2 = 1521 \quad \checkmark$$

1

PREGUNTA 4: Calcula y simplifica al máximo:

$$a) \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} + \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = \frac{\cancel{(x-1)} \cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-1)}(x-2)\cancel{(x-3)}} + \frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{(x-2)^2} = \frac{1}{x-2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{x+3}{x-2}$$

Simplificamos ANTES de sumar:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2} \Rightarrow x = 1; x = 3$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 1 & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\hookrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow x = 2; x = 3$$

1

$$b) \frac{3x+9}{x-3} : \frac{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}{x^2 - 9} = \frac{3\cancel{(x+3)}}{\cancel{x-3}} \cdot \frac{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-3)}}{(x+2)\cancel{(x+3)}^2} = \frac{3}{x+2}$$

$$x^3 + 8x^2 + 21x + 18 = (x+2) \cdot (x+3)^2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 8 & 21 & 18 \\ -2 & & -2 & -12 & -18 \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

1

PREGUNTA 5: Resuelve:

$$\begin{aligned} a) \sqrt{2x+7} - \sqrt{x} &= 2 \Rightarrow \sqrt{2x+7} = 2 + \sqrt{x} \Rightarrow (\sqrt{2x+7})^2 = (2 + \sqrt{x})^2 \Rightarrow 2x+7 = 4 + x + 4\sqrt{x} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x+3 = 4\sqrt{x} \Rightarrow (x+3)^2 = (4\sqrt{x})^2 \Rightarrow x^2 + 9 + 6x = 16x \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{10 \pm 8}{2} \Rightarrow x = 1; x = 9 \end{aligned}$$

$$\text{Comprobaciones: } \left. \begin{array}{l} x=1: \sqrt{9} - \sqrt{1} = 2 \checkmark \\ x=9: \sqrt{25} - \sqrt{9} = 2 \checkmark \end{array} \right\} \text{ Ambas válidas.}$$

1,25

$$b) \frac{2}{x^2-1} + \frac{3x}{x-1} = \frac{x}{x+1} \Rightarrow \frac{2}{x^2-1} + \frac{3x(x+1)}{x^2-1} = \frac{x(x-1)}{x^2-1} \Rightarrow 2+3x^2+3x = x^2-x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x^2+4x+2=0 \Rightarrow x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow x=-1$$

Comprobación:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} + \frac{-3}{-2} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \underline{\text{no tiene solución}}$$

1,25

$$c) 2(x+1)^4 - 8x^3 - 8(x+3) + 8 = 0 \Rightarrow (x+1)^4 - 4x^3 - 4(x+3) + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 \cdot (x+1)^2 - 4x^3 - 4x - 12 + 4 = 0 \Rightarrow (x^2+2x+1) \cdot (x^2+2x+1) - 4x^3 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x^3 + 4x^2 + 2x + x^2 + 2x + 1 - 4x^3 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 + 6x^2 - 7 = 0 \quad (\text{BICUADRADA})$$

Cambio de variable: $z = x^2$

$$z^2 + 6z - 7 = 0 \Rightarrow z = \frac{-6 \pm 8}{2} \Rightarrow z = 1 \implies x = \pm \sqrt{1} \Rightarrow \boxed{x=1} \quad \boxed{x=-1}$$

$$z = -7 \implies x = \pm \sqrt{-7} \notin \mathbb{R}$$

1,25

Tabla de calificaciones	apartado		
	a	b	c
PREGUNTA 1	0,75	0,75	1
PREGUNTA 2	0,75		
PREGUNTA 3	1		
PREGUNTA 4	1	1	
PREGUNTA 5	1,25	1,25	1,25