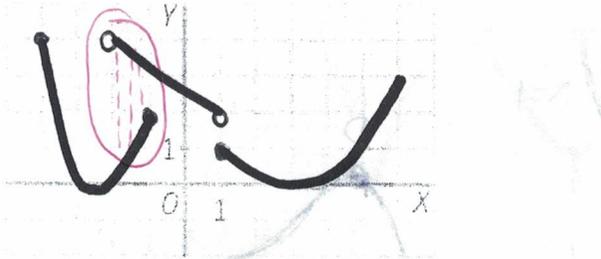
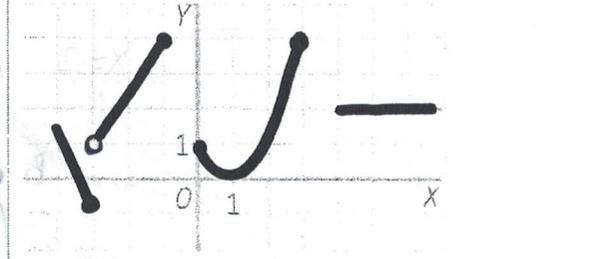


EXAMEN DE FUNCIONES

PREGUNTA 1: ¿Cuál o cuáles de las siguientes gráficas corresponden a una función? ¿Por qué? (1 p)

	
<p style="color: red;">NO es función porque hay valores de x con más de una imagen.</p>	<p style="color: red;">SÍ es función, porque a cada valor de x le corresponde, a lo sumo, un valor de y.</p>

PREGUNTA 2: Determina el dominio de definición de las siguientes funciones: (1,5 p)

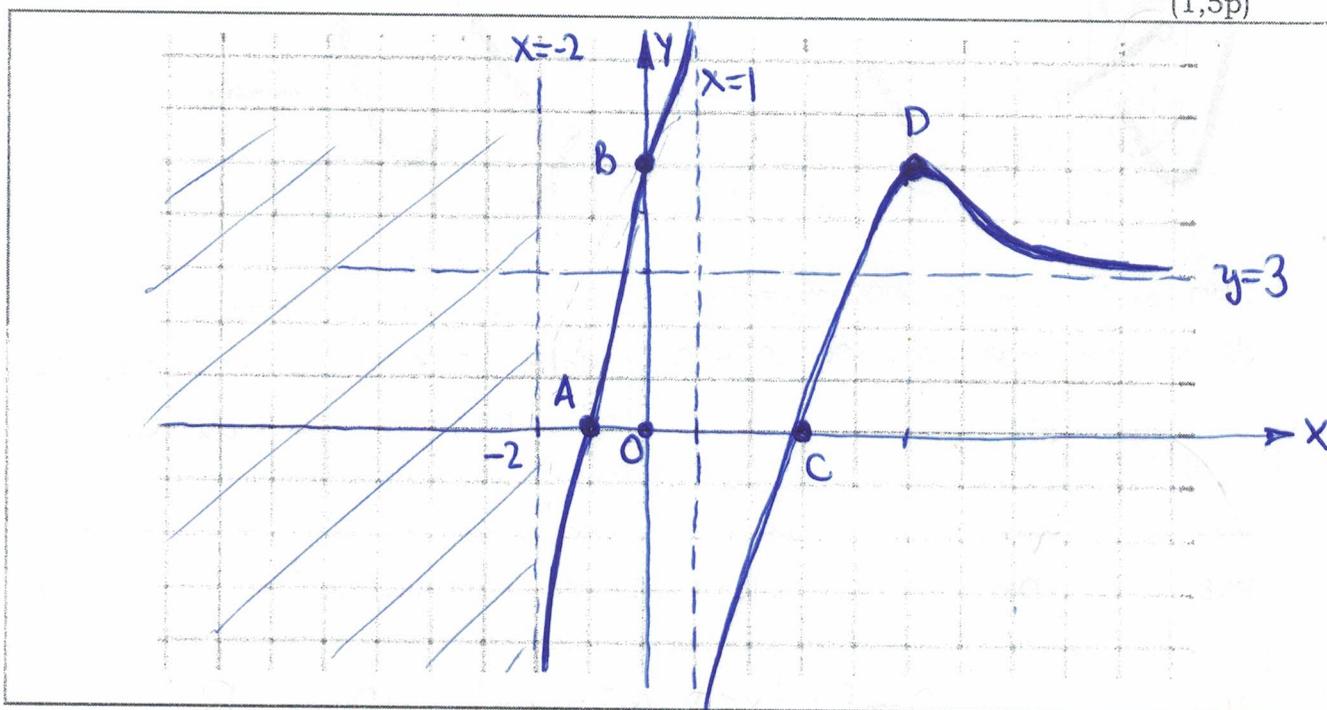
$f(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$	$\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} / x^2+4 \neq 0\} \Rightarrow \boxed{\text{Dom } f = \mathbb{R}}$										
$x^2+4=0 \Rightarrow x^2=-4 \Rightarrow x=\pm\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$											
$f(x) = \sqrt[4]{(x-3)(x+2)}$	$\text{Dom } f = \{x \in \mathbb{R} / (x-3)(x+2) \geq 0\}$										
<table style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">(-)(-)</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 10px;"></td> <td style="padding: 0 10px;">(-)(+)</td> <td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 10px;"></td> <td style="padding: 0 10px;">(+)(+)</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">⊕</td> <td style="text-align: center;">-2</td> <td style="text-align: center;">⊖</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">⊕</td> </tr> </table>	(-)(-)		(-)(+)		(+)(+)	⊕	-2	⊖	3	⊕	$\boxed{\text{Dom } f = (-\infty, -2] \cup [3, +\infty)}$
(-)(-)		(-)(+)		(+)(+)							
⊕	-2	⊖	3	⊕							

Sólo se valorarán las respuestas debidamente justificadas

PREGUNTA 3: Representa una función continua que cumpla las siguientes condiciones:

1. Su dominio es $(-2,1) \cup (1,\infty)$.
2. Es continua en todo su dominio.
3. Tiene como asíntotas las rectas $x = -2$; $x = 1$; $y = 3$.
4. Corta a los ejes en $A(-1,0)$; $B(0,5)$; $C(3,0)$.
5. Es creciente en $(-2,1) \cup (1,5)$ y decreciente en $(5,\infty)$.
6. Su único extremo relativo está en $(5,5)$

(1,5p)



PREGUNTA 4: Estudia si las siguientes funciones son simétricas, y en caso afirmativo, de qué tipo:

a) $f(x) = \frac{x^7 - x}{x^5 + 4}$

b) $g(x) = \sqrt[3]{-2x^2 + 100}$

(1p)

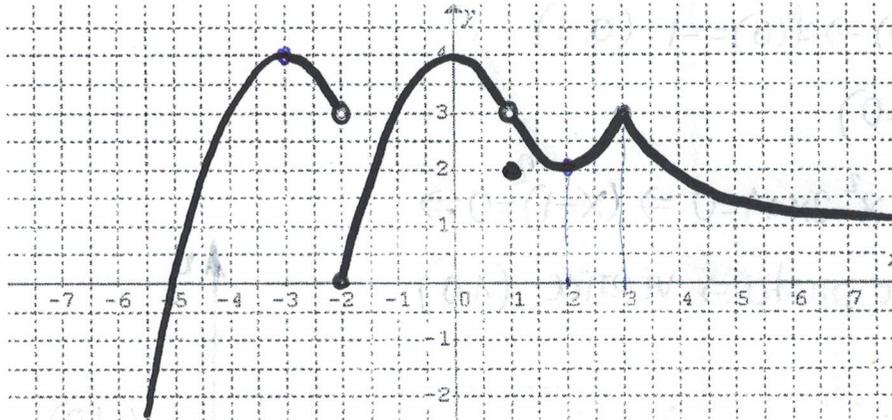
$$a) \left. \begin{aligned} f(-x) &= \frac{(-x)^7 - (-x)}{(-x)^5 + 4} = \frac{-x^7 + x}{-x^5 + 4} \neq \frac{-f(x)}{f(x)} \end{aligned} \right\} \text{NO ES SIMÉTRICA}$$

$$b) g(-x) = \sqrt[3]{-2(-x)^2 + 100} = \sqrt[3]{-2x^2 + 100} = g(x) \Rightarrow \text{SIMETRÍA PAR.}$$

Sólo se valorarán las respuestas debidamente justificadas

PREGUNTA 5: A partir de la siguiente gráfica, determinar:

- Domínio y continuidad.
- Crecimiento y decrecimiento.
- Extremos relativos.
- Tasa de Variación Media en $[2,3]$
- ¿Está acotada la función? En caso afirmativo especifica la/s cota/s.



(2,5 p)

a) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$

Continua si $x \in \mathbb{R} - \{-2, 1\}$

b) $f(x)$: $\begin{cases} \text{Creciente si } x \in (-\infty, -3) \cup (-2, 0) \cup (2, 3) \\ \text{Decreciente si } x \in (-3, -2) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup (3, \infty) \end{cases}$

c) Extremos relativos: $\begin{cases} \text{Máximos en } (-3, 4); (0, 4); (3, 3) \\ \text{Mínimo en } (2, 2) \end{cases}$

d) $\text{TVM } f[2,3] = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{3 - 2}{3 - 2} = 1$

e) Sí, está acotada superiormente por la cota $y = 4$

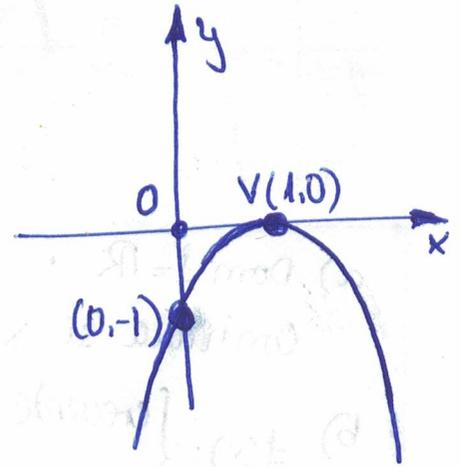
PREGUNTA 6: Representa las siguientes funciones (no se tendrán en cuenta representaciones hechas a base exclusivamente de puntos):

a) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$ (1 p)

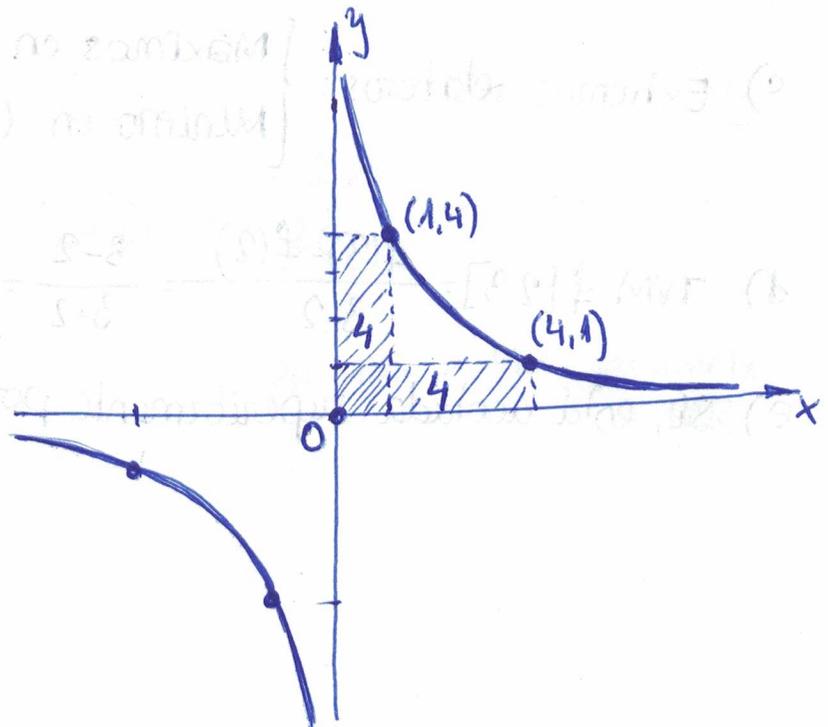
Orientación de las ramas  vértice máximo.

P.C $\begin{cases} \rightarrow \text{eje } y (x=0) \Rightarrow f(0) = -1 \quad (0, -1) \\ \rightarrow \text{eje } x (y=0) \end{cases}$

$$-x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x=1 \rightarrow \text{Único punto} \Rightarrow \text{VÉRTICE } (1, 0)$$

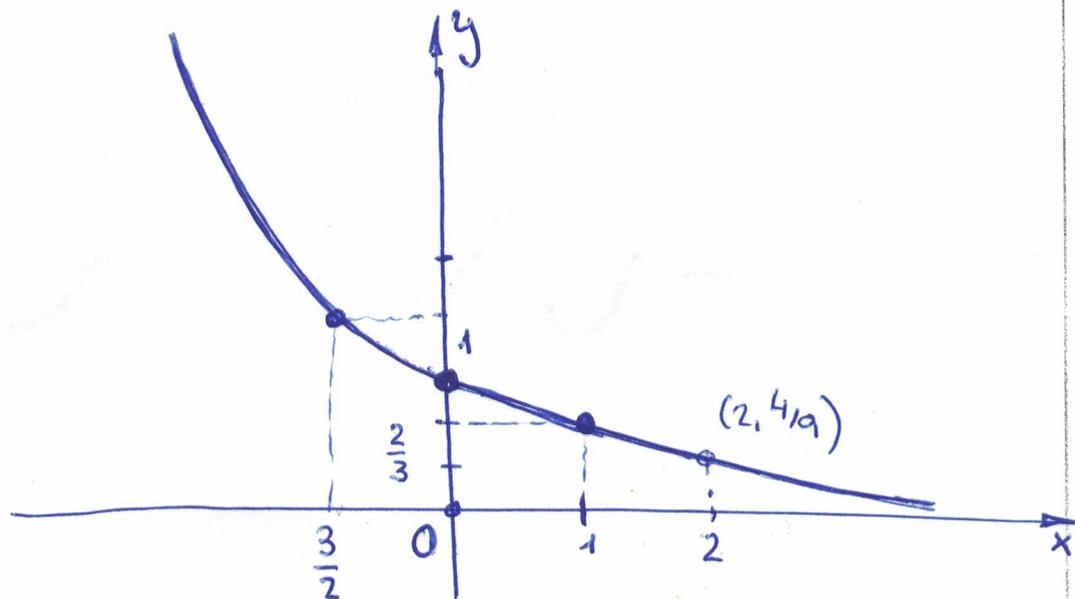


b) $f(x) = \frac{4}{x}$ (0,75 p)



Sólo se valorarán las respuestas debidamente justificadas

c) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ (0,75 p)



x	y
0	1
1	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{4}{9}$
-1	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$
-2	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4}$