

**PREGUNTA 1:** Una cadena local de TV ha determinado, por medio de encuestas, que el porcentaje de ciudadanos que la ven entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche viene dado por la función:  $S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$  donde  $t$  indica las horas transcurridas desde las 12 en punto de la mañana.

a) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia la cadena entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche? ¿Qué porcentaje de ciudadanos ven la cadena de TV a esas horas de máxima y mínima audiencia?

b) Dibuja la gráfica de la función  $S(t)$  para  $t$  comprendido entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche.

(3 puntos)

**PREGUNTA 2:** Consideremos la función  $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{2x+71}{4x+7} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad de  $f(x)$ .

b) Calcula el área limitada por la función  $f(x)$  y el eje de abscisas en el intervalo  $[0,2]$  dibujando el recinto correspondiente.

(3 puntos)

**PREGUNTA 3:** Dada la función:  $f(x) = \frac{x^2-5}{x}$

a) Halla sus asíntotas

b) Estudia sus intervalos de crecimiento / decrecimiento

c) Estudia su curvatura.

d) Esboza su gráfica.

(3 puntos)

**PREGUNTA 4:** Halla las dimensiones de una ventana de 6 m de perímetro para que tenga la mayor área posible, y así deje pasar la mayor cantidad de luz posible.

(1 puntos)

PREGUNTA 1:  $S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$

a)  $S'(t) = -231 + 54t - 3t^2$

$S'(t) = 0 \Leftrightarrow -231 + 54t - 3t^2 = 0 \Rightarrow t^2 - 18t + 77 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 308}}{2} = \frac{18 \pm 4}{2} = \begin{cases} 11 \\ 7 \end{cases} \quad (0,5)$

$S''(t) = 54 - 6t$

$S''(11) = 54 - 66 = -12 < 0 \Rightarrow t = 11$  es un máximo.

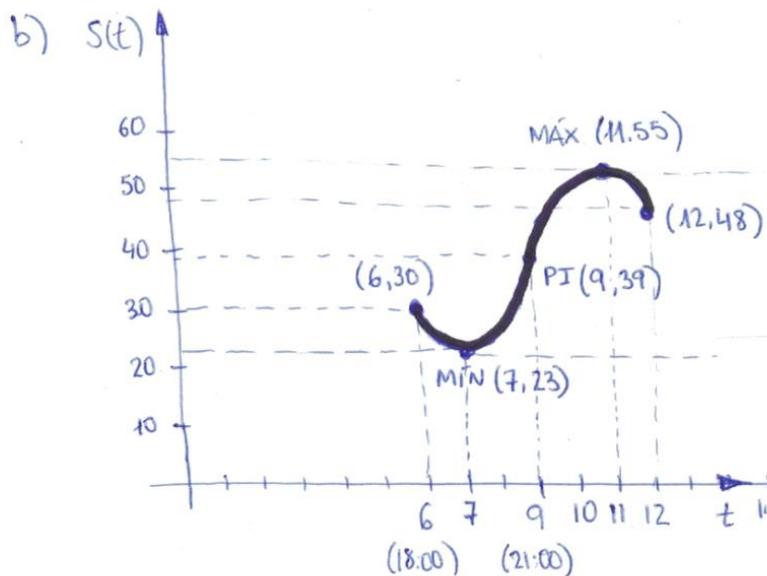
$S''(7) = 54 - 42 = 12 > 0 \Rightarrow t = 7$  es un mínimo.

$t$ : horas transcurridas desde las 12 de la mañana, luego:

- A las 7 de la tarde la audiencia es mínima. (0,5)
- A las 11 de la noche (23:00) la audiencia es máxima.

Como  $S(t)$  está definida entre las 18:00 y las 0:00, ambos resultados están en el dominio de definición.

- Si  $t = 7 \Rightarrow S(7) = 660 - 231 \cdot 7 + 27 \cdot 7^2 - 7^3 = 23\%$  de audiencia.
- Si  $t = 11 \Rightarrow S(11) = 660 - 231 \cdot 11 + 27 \cdot 11^2 - 11^3 = 55\%$  de audiencia. (0,5)



$S''(t) = 0 \Leftrightarrow 6t = 54 \Rightarrow t = 9$  (P. INFLEXIÓN)

$S(6) = 30$   
 $S(9) = 39$

$S(12) = 48$

PREGUNTA 2:  $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{2x+7}{4x+7} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) • en  $(-\infty, 2)$  la continuidad está garantizada por ser un polinomio.  
 • en  $(2, \infty)$  la continuidad está garantizada porque se trata de una función racional  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  cuyo denominador se anula en  $x = -\frac{7}{4}$ , valor que no pertenece a su zona de definición  $(2, \infty)$

• en  $x=2$ :

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x-1) = 6-1 = 5$$

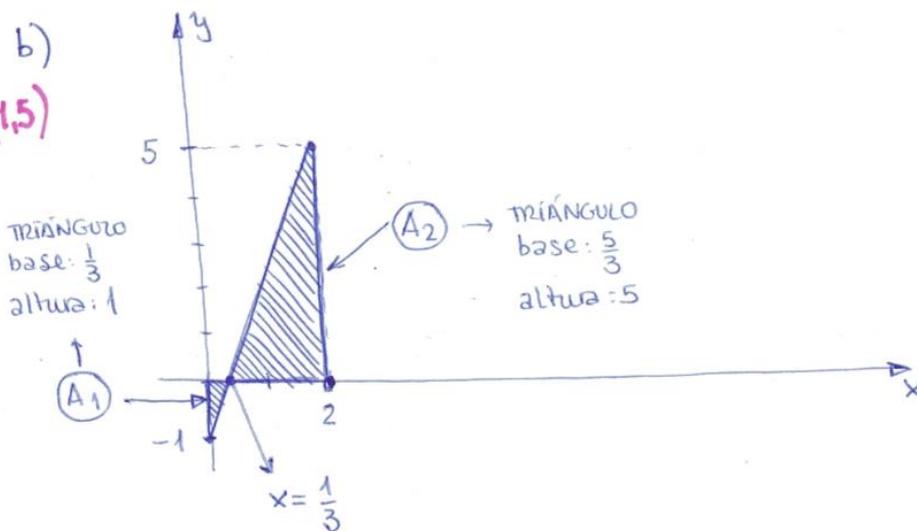
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+7}{4x+7} = \frac{75}{15} = 5$$

$$\exists \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$$

$$f(2) = 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

Por lo tanto:  $f(x)$  es continua en  $\mathbb{R}$ .

b) (1,5)



En  $[0, 2]$   $f(x)$  es una recta:

$$f(0) = -1$$

$$f(2) = 5$$

$$3x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Sin cálculo integral:  $A = A_1 + A_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot 5 = \frac{1}{6} + \frac{25}{6} = \frac{26}{6} = \frac{13}{3} u^2$

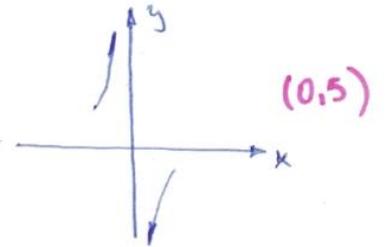
Con cálculo integral:  $A = \left| \int_0^{\frac{1}{3}} (3x-1) dx \right| + \int_{\frac{1}{3}}^2 (3x-1) dx =$

$$= \left| \left[ \frac{3x^2}{2} - x \right]_0^{\frac{1}{3}} \right| + \left[ \frac{3x^2}{2} - x \right]_{\frac{1}{3}}^2 = \left| \frac{3 \cdot \frac{1}{9}}{2} - \frac{1}{3} \right| + \left( \frac{3 \cdot 4}{2} - 2 - \frac{3 \cdot \frac{1}{9}}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6} + \frac{25}{6} = \frac{13}{3} u^2$$

PREGUNTA 3:  $f(x) = \frac{x^2-5}{x}$

a) ASÍNTOTAS: HORIZONTALES NO TIENE:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

VERTICALES:  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2-5}{x} = \frac{-5}{0^-} = +\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2-5}{x} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$  }  $x=0$  es  
 asíntota  
 vertical



OBICUA: Forma general:  $y=mx+n$  siendo:

$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5}{x^2} = 1$

$n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-5}{x} - x \right) =$   
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5-x^2}{x} = 0$

Asíntota:  $y=x$  (0,5)

División de polinomios:

$$\begin{array}{r} x^2 \leftarrow -5 \\ -x^2 \\ \hline -5 \end{array} \Bigg| x \Rightarrow \text{Asíntota: } y=x$$

b)  $f'(x) = \frac{2x^2 - (x^2-5)}{x^2} = \frac{x^2+5}{x^2}$  (0,5)

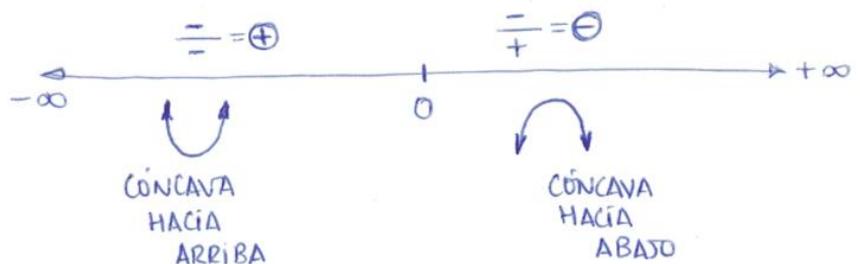
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2+5=0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-5} \notin \mathbb{R}$

Estudio de signos en  $\text{dom} f = \mathbb{R} - \{0\}$ : El numerador y el denominador serán siempre positivos en  $\mathbb{R} - \{0\}$ , por lo tanto  $f(x)$  es CRECIENTE en todo su dominio.

c)  $f''(x) = \frac{2x^3 - 2x(x^2+5)}{x^4} = \frac{2x^3 - 2x^3 - 10x}{x^4} = \frac{-10}{x^3}$

Estudio de signos:

(0,75)



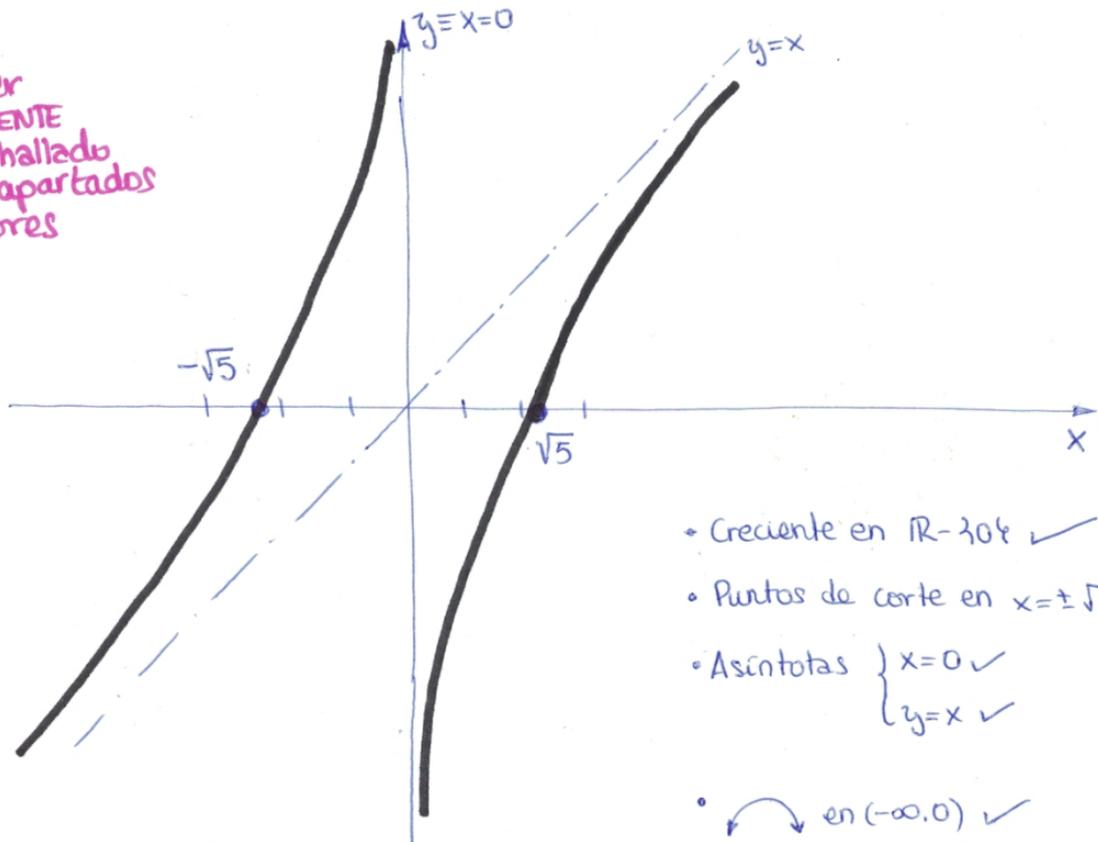
d) PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES:

x	y
0	Adom
	0

$$\psi(x) = \frac{x^2-5}{x} = 0 \Leftrightarrow x^2-5=0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

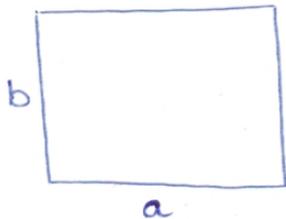
(0,75)

↓  
debe ser  
COHERENTE  
con lo hallado  
en los apartados  
anteriores



- Creciente en  $\mathbb{R} - \{0\}$  ✓
- Puntos de corte en  $x = \pm\sqrt{5}$  ✓
- Asintotas  $\begin{cases} x=0 \checkmark \\ y=x \checkmark \end{cases}$
- ↻ en  $(-\infty, 0)$  ✓
- ↻ en  $(0, \infty)$  ✓

PREGUNTA 4:



$$p = 2(a+b) = 6 \Rightarrow a+b=3 \Rightarrow b=3-a$$

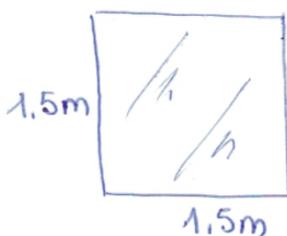
$$A(a,b) = a \cdot b \Rightarrow A(a) = a(3-a) = 3a - a^2$$

$$A'(a) = 0 \Rightarrow 3 - 2a = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ m}$$

$$A''(a) = -2 \Rightarrow A''\left(\frac{3}{2}\right) < 0 \text{ (es un máximo)}$$

$$\text{Si } a = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \text{ m}$$

La ventana de área máxima es un cuadrado de lado 1,5 m



$$A_{\text{máx}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \text{ m}^2 = 2,25 \text{ m}^2$$