PREGUNTA 1.- Sean las funciones: $f(x) = 2x - 1$; $g(x) = \dfrac{2}{x+1}$; $h(x) = \sqrt{x^2 - 9}$. Se pide:

a) Calcular los dominios de las funciones *f(x), g(x)* y *h(x)*
b) Calcular la expresión y el dominio de definición de $(g \circ f)(x)$
c) Calcular la expresión y el dominio de definición de $h^{-1}(x)$

PREGUNTA 2.- Del precio de un viaje en tren en función de los km recorridos sabemos que recorrer 57km cuesta 2,85€ y 68km 3,40€.

a) Hallar por interpolación la función más apropiada que exprese el coste del billete en función de los km recorridos.
b) Calcular por extrapolación el precio del billete para un viaje de 500km.
c) Si un billete cuesta 4€ ¿cuántos km tiene el recorrido?

<u>Representar gráficamente los resultados</u>.

PREGUNTA 3.- Calcula:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{7+x} - 3}$ b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left[\frac{10x^2 + 3x}{5x+1} - 2x\right]$

PREGUNTA 4.- Calcula el valor de *k* para que la función:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & si \quad x \neq 1 \\ k & si \quad x = 1 \end{cases}$$

sea continua en todo $\Re$.

PREGUNTA 5.- Dada la función $y = f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 4}$, se pide:

a) Estudiar su continuidad.
b) Hallar sus asíntotas.
c) Esbozar su gráfica.

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	a) 0,75 ; b) 0,75 ; c) 0,75
2	a) 1 ; b) 0,5 ; c) 0,5
3	a) 1 ; b) 1
4	a) 0,75
5	a) 0,5 ; b) 1,5 ; c) 1

PREGUNTA 1

a) $Dom(f) = \mathbb{R}$, por ser un polinomio.

$Dom(g) = \mathbb{R} - \{-1\}$

$Dom(h) = \{x / x^2-9 \geq 0\} = (-\infty, -3] \cup [3, \infty)$

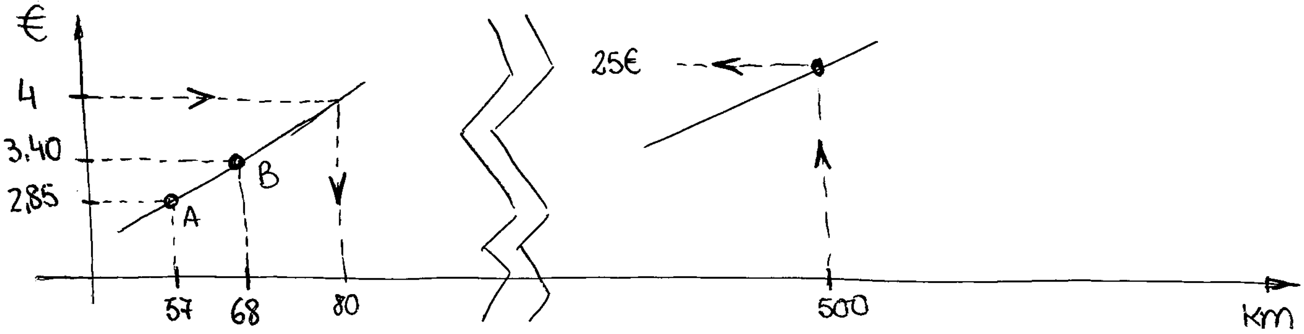
b) $x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g[f(x)] = (g \circ f)(x) = \frac{2}{f(x)+1} = \frac{2}{2x\cancel{-1}\cancel{+1}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$

$D(g \circ f) = \mathbb{R} - \{0\}$

c) $y = \sqrt{x^2-9}$; $y^2 = x^2-9$; $y^2+9 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y^2+9} \Rightarrow y^{-1} = \sqrt{x^2+9}$

$h^{-1}(x) = \sqrt{x^2+9} \Rightarrow Dom(h^{-1}) = \mathbb{R}$

PREGUNTA 2



Interpolación lineal: $y = mx + n$

- PUNTO A: $(57 ; 2,85)$ $\quad 2,85 = 57m + n \quad (I)$
- PUNTO B: $(68 ; 3,40)$ $\quad 3,40 = 68m + n \quad (II)$

Reducción:

(II)−(I)

$0,55 = 11m \Rightarrow \boxed{m = \frac{0,55}{11} = 0,05}$

$2,85 = 57 \cdot 0,05 + n \Rightarrow \boxed{n = 0}$

$\boxed{y = 0,05x}$

b) Si $x = 500$ Km $\Rightarrow y = 0,05 \cdot 500 = \underline{\underline{25 €}}$

c) Si $y = 4 € \Rightarrow 4 = 0,05 \cdot x \Rightarrow x = \frac{4}{0,05} = \underline{\underline{80 \text{ Km}}}$

PREGUNTA 3

a) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{\sqrt{7+x}-3} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x^2-4)(\sqrt{7+x}+3)}{(\sqrt{7+x}-3)(\sqrt{7+x}+3)} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x^2-4)(\sqrt{7+x}+3)}{7+x-9} =$

$= \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x+2)\cancel{(x-2)}(\sqrt{7+x}+3)}{\cancel{(x-2)}} = 4\cdot 6 = 24$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\dfrac{10x^2+3x}{5x+1} - 2x\right] = [\infty-\infty] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\cancel{10x^2}+3x-\cancel{10x^2}-2x}{5x+1} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{5x+1} = \dfrac{1}{5}$

PREGUNTA 4

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = 2$

La función es continua en $\mathbb{R}-\{1\}$ por ser un cociente de polinomios donde el denominador no se anula.

Para que la función sea continua en $x=1$ ha de suceder que:

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 2 = f(1) = K \Rightarrow \boxed{K=2}$

PREGUNTA 5

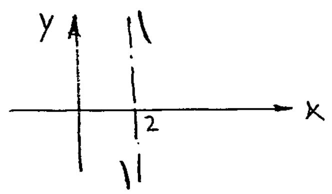
a) Continuidad: Una función racional está definida en todo $\mathbb{R}$, salvo donde se anule el denominador:

$x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$

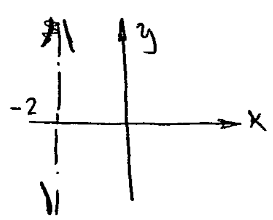
Luego: f es continua en $\mathbb{R}-\{2,-2\}$

b) Asíntotas:

• VERTICALES: En $x=2$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^3}{x^2-4} = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^3}{x^2-4} = +\infty \end{cases}$



• $x=-2$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{x^3}{x^2-4} = \mp\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x^3}{x^2-4} = +\infty \end{cases}$



- HORIZONTALES : $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3}{x^2-4} = \infty$ NO HAY ASÍNTOTA

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^3}{x^2-4} = -\infty$ "

- OBLÍCUA : $y = mx+n$

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3}{x^3-4x} = 1$$

$$n = \lim_{x\to\infty} [f(x)-mx] = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^3}{x^2-4} - x\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^3}-\cancel{x^3}+4x}{x^2-4} = 0$$

$\boxed{y=x}$

c) Puntos de corte:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{eje X } (y=0) & 0 = \frac{x^3}{x^2-4} \Rightarrow x=0 \\ \text{eje Y } (x=0) & y = \frac{0^3}{0^2-4} = 0 \end{array}\right\} (0,0)$$