PREGUNTA 1.- Halla la Tasa de Variación Media de la función $y=x^2-8x+12$ en los siguientes intervalos:

a) [1,7]   b) [-4,-2]

PREGUNTA 2.- Aplicando la definición de derivada de una función en un punto, calcula f'(-2) siendo $f(x) = \dfrac{2x-3}{5}$

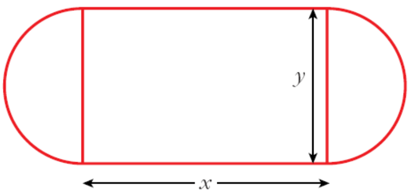
PREGUNTA 3.- Sea la función $f(x) = x^3 - 4x$:

a) Calcula f'(x), aplicando la definición de función derivada.

b) ¿En qué puntos la tangente a dicha función tiene de pendiente 8?

c) Representa la función.

PREGUNTA 4.- Se quiere construir una pista de entrenamiento que consta de un rectángulo y de dos semicírculos adosados a dos lados opuestos del rectángulo. Si se desea que el perímetro de dicha pista sea de 200 m, halla las dimensiones que hacen máxima el área de la región rectangular.



PREGUNTA 5.- Halla la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$ b) $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$ c) $f(x) = \operatorname{tg}(x^3 + 2x^2 - \dfrac{\pi}{3})$

d) $f(x) = \dfrac{\operatorname{Ln} x^2}{x}$ e) $f(x) = x \cdot e^{2x+1}$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	1 punto (a) 0,5 ; b)0,5)
2	1 punto
3	3 puntos (a) 1 ; b) 0,5 ; c) 1,5)
4	2 puntos
5	3 puntos (a) 0,5 ; b) 0,5 ; c) 0,5 ; d) 0,75 ; e) 0,75)

PREGUNTA 1: $y = x^2 - 8x + 12$

a) $TVM f[1,7] = \dfrac{f(7)-f(1)}{(7-1)} = \dfrac{5-5}{6} = \dfrac{0}{6} = 0$

b) $TVM f[-4,-2] = \dfrac{f(-2)-f(-4)}{-2-(-4)} = \dfrac{32-60}{2} = \dfrac{-28}{2} = -14$

PREGUNTA 2:

$$f'(-2) = \lim_{h\to 0} \frac{f(-2+h)-f(-2)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{2(-2+h)-3}{5} + \frac{7}{5}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-4+2h-3+7}{5h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2\cancel{h}}{5\cancel{h}} = \lim_{h\to 0} \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

PREGUNTA 3:

a) $$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3 - 4(x+h) - x^3 + 4x}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{x^3} + h^3 + 3x^2h + 3xh^2 - \cancel{4x} - 4h - \cancel{x^3} + \cancel{4x}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^3 + 3x^2h + 3h^2x - 4h}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} (h^2 + 3hx + 3x^2 - 4) = 3x^2 - 4$$

b) $f'(x) = 3x^2 - 4 = 8 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

c) PUNTOS DE CORTE:

eje x: $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2-4) = 0 \rightarrow x = 0$; $x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = +2$, $x = -2$

eje y: $f(0) = 0$

SIMETRÍA: $f(-x) = -x^3 + 4x = f(-x) \Rightarrow$ IMPAR

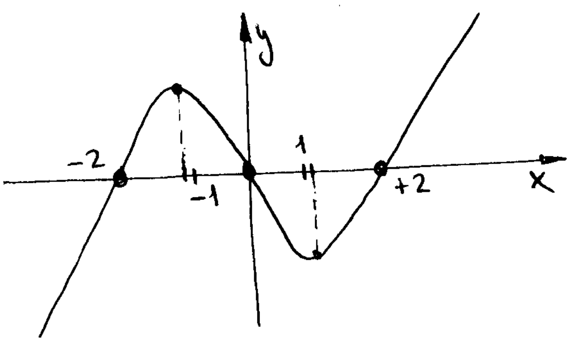
$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$

CREC-DECREC:

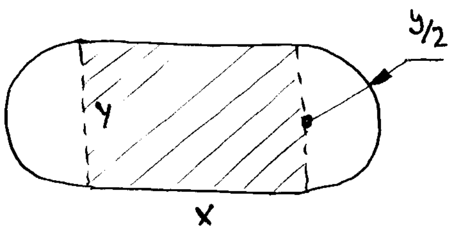
$f'(x) = 3x^2 - 4$; $3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{3}} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \simeq 1{,}15$

	$-\infty$ a $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ a $+\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$+\frac{2\sqrt{3}}{3}$ a $+\infty$
$f'(x)$	+	−	+
	↗	↘	↗

MAX ($-\frac{2\sqrt{3}}{3}$) MÍN ($+\frac{2\sqrt{3}}{3}$)



PREGUNTA 4:



$$\left.\begin{array}{l} A(x,y) = x\cdot y \\ P = 2x + 2\cdot\pi\cdot\frac{y}{2} = 2x+\pi y = 200 \Rightarrow \\ \Rightarrow y = \frac{200-2x}{\pi}\end{array}\right\} *$$

$$* \quad A(x) = x\left(\frac{200-2x}{\pi}\right) = \frac{200x-2x^2}{\pi}$$

$$A'(x) = \frac{1}{\pi}(200-4x) \;;\quad A'(x)=0 \Rightarrow \quad 200-4x=0 \Leftrightarrow x = 50\,m \Rightarrow y = \frac{100}{\pi}\,m$$

En ese caso resulta $A = 50\cdot\frac{100}{\pi} = \frac{5000}{\pi}\,m^2 \quad (\approx 1591{,}5\,m^2)$

Tomemos otros valores al azar: $x = 40\,m \Rightarrow y = \frac{120}{\pi}\,m$

$A = 40\cdot\frac{120}{\pi} = \frac{4800}{\pi} < \frac{5000}{\pi}\,m^2$ Por lo tanto nuestros valores son un <u>MÁXIMO</u>

PREGUNTA 5:

a) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

b) $f(x) = \operatorname{sen}x\cdot\cos x \Rightarrow f'(x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$

c) $f(x) = \operatorname{tg}\left(x^3+2x^2-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2\left(x^3+2x^2-\frac{\pi}{3}\right)}\cdot(3x^2+4x)$

d) $f(x) = \frac{\ln x^2}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{\cancel{x^2}}\cdot 2x\cdot x - \ln x^2}{x^2} = \frac{2-2\ln x}{x^2} = \frac{2(1-\ln x)}{x^2}$

$(\ln x^2 = 2\ln x)$

e) $f(x) = x\cdot e^{2x+1} \Rightarrow f'(x) = e^{2x+1} + x\cdot e^{2x+1}\cdot 2 = e^{2x+1}(1+2x)$