

PREGUNTA 1.- La función $f(x) = \frac{60x}{x^2 + 9}$ indica los beneficios obtenidos por una empresa desde que comenzó a funcionar ($f(x)$: en miles de euros, x : en años).
¿Al cabo de cuánto tiempo obtiene la empresa el beneficio máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

PREGUNTA 2.- Halla la función derivada de las siguientes funciones:

- a) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$ b) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$
c) $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ d) $f(x) = x \cdot e^{2x+1}$

PREGUNTA 3.- De un muelle se cuelgan pesas y se obtienen los siguientes alargamientos:

x: MASA DE LA PESA (g)	0	10	30	60	90	120	150	200	250	350
y: ALARGAMIENTO (cm)	0	0,5	1	3	5	6,5	8	10,2	12,5	18

Halla la recta de regresión de Y sobre X y estima el alargamiento que se conseguirá con pesos de 100 g y de 500 g. ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable? ¿Por qué?

PREGUNTA 4.- En una caja hay seis bolas numeradas, tres de ellas con números positivos y las otras tres con números negativos. Se extrae una bola y después otra, sin reemplazamiento.

- a) Calcula la probabilidad de que el producto de los números obtenidos sea positivo.
b) Calcula la probabilidad de que el producto de los números obtenidos sea negativo.

PREGUNTA 5.- Un examen tipo test consta de 10 preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta. Si un alumno contesta al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente 4 preguntas?
b) ¿Y la de que conteste bien más de 2 preguntas?
c) Calcula la probabilidad de que conteste mal a todas las preguntas.

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	2 puntos
2	2 puntos
3	2 puntos
4	2 puntos
5	2 puntos

PREGUNTA 1 : $\phi(x) = \frac{60x}{x^2+9} \Rightarrow \phi'(x) = \frac{60(x^2+9) - 60x(2x)}{(x^2+9)^2} =$

$$= \frac{60x^2 + 540 - 120x^2}{(x^2+9)^2} = \frac{-60x^2 + 540}{(x^2+9)^2}$$

$$\phi'(x) = 0 \Leftrightarrow -60x^2 + 540 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{540}{60} = 9 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{9} = \pm 3}$$

$\phi'(x)$ presenta extremos relativos en $x = \pm 3$. Como x se mide en años descartamos $x = -3$ (-3 años no tiene sentido)

Veamos si $x = 3$ años es $\begin{matrix} \nearrow \text{máx} \\ \searrow \text{mín} \end{matrix}$

Tomamos otro valor, por ejemplo $x = 1$ año y comparamos:

$$\begin{aligned} \text{Si } x=1 : \phi(1) &= \frac{60}{10} = 6 \Rightarrow 6000 \text{ € de beneficio} \\ \text{Si } x=3 : \phi(3) &= \frac{180}{18} = 10 \Rightarrow \underline{\underline{10000 \text{ € de beneficio}}} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{Si } x=1 : \phi(1) &= \frac{60}{10} = 6 \Rightarrow 6000 \text{ € de beneficio} \\ \text{Si } x=3 : \phi(3) &= \frac{180}{18} = 10 \Rightarrow \underline{\underline{10000 \text{ € de beneficio}}} \end{aligned}} \right\} x=3 \text{ es } \underline{\underline{\text{MÁXIMO}}}$$

PREGUNTA 2 : Está resuelto en el examen de derivadas.

PREGUNTA 3 :

x_i	y_i	x_i^2	y_i^2
0	0	0	0
10	0,5	100	5
30	1	900	30
60	3	3600	180
90	5	8100	450
120	6,5	14400	780
150	8	22500	1200
200	10,2	40000	2040
250	12,5	62500	3125
350	18	122500	6300
1260	64,7	274600	14110

$$\bullet \bar{x} = \frac{1260}{10} = 126 \quad \bullet \bar{y} = \frac{64,7}{10} = 6,47$$

$$\bullet S_{xy} = \frac{14110}{10} - 126 \cdot 6,47 = 595,78$$

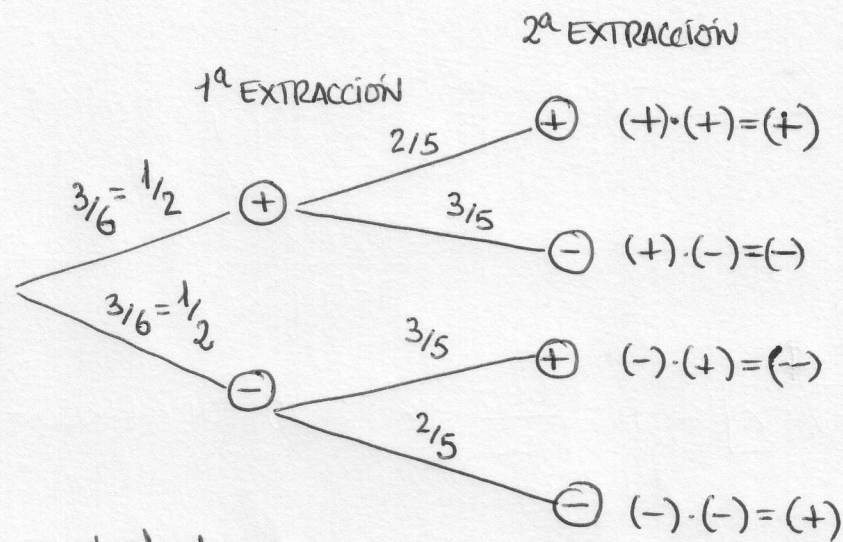
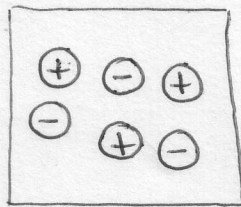
$$\bullet s_x^2 = \frac{274600}{10} - 126^2 = 11584$$

$$\text{Recta } y/x : y - 6,47 = \frac{595,78}{11584} (x - 126)$$

$$y - 6,47 = 0,0514 (x - 126) \Rightarrow y = 0,0514x + 0,2$$

$$\text{Si } \begin{cases} x=100g \Rightarrow y = 0,0514 \cdot 100 + 0,2 = 5,34 \text{ cm} \\ x=500g \Rightarrow y = 0,0514 \cdot 100 + 0,2 = 25,9 \text{ cm (menos fiable, está fuera del rango de datos)} \end{cases}$$

PREGUNTA 4:



Sucesos: P $\equiv$ producto +
N $\equiv$ producto -

$$a) P(P) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$b) P(N) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

PREGUNTA 5:

- Experimento de Bernoulli.
- Sucesos independientes
- $p = cte$

BINOMIAL

$n = 10$ pruebas

llamamos A = éxito $\equiv$ respuesta correcta $\Rightarrow P(A) = p = \frac{1}{4} = 0,25$

$B(10; 0,25)$

X $\equiv$ nº de aciertos

$$a) P(X=4) = \binom{10}{4} 0,25^4 \cdot 0,75^6 = 0,146$$

$$b) P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \left[\binom{10}{0} 0,75^{10} + \binom{10}{1} 0,25 \cdot 0,75^9 + \binom{10}{2} 0,25^2 \cdot 0,75^8 \right] =$$

$$= 1 - (0,056 + 0,188 + 0,282) = 0,474$$

$$c) P(X=0) = \binom{10}{0} \cdot 0,75^{10} = 0,056$$