

EXAMEN DE MATEMÁTICAS. GRUPO: L1B.
ALUMNO/A:

18/1/2010
Nº:

PREGUNTA 1.- Resuelve:

$$x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x = -30$$

PREGUNTA 2.- Resuelve por el *Método de Gauss*:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - z = 0 \\ \text{a) } x - y + 2z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 5 \\ \text{b) } 2x - 3y + z = 3 \\ 4x + y - 5z = 13 \end{array} \right\}$$

PREGUNTA 3.- Resuelve:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2x-2}{5} + \frac{5-2x}{3} < 1 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{3}{4} \end{array} \right\}$$

PREGUNTA 4.- Resuelve:

$$\frac{(x-1)(x+1)}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6}$$

PREGUNTA 5.- Resuelve:

$$\frac{2-x}{x+4} < 1$$

PREGUNTA 6.- Resuelve:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 5y < 30 \\ x + 2y < 8 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } 2x - 3y \geq -3 \\ x + y \geq 11 \\ x \leq 2 \end{array} \right\}$$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	1 punto
2	a) 1 punto; b) 1 punto
3	1,5 puntos
4	1,5 puntos
5	1,5 puntos
6	a) 1,25 puntos; b) 1,25 puntos

① Resuelve: $x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x = -30$

Ecuación polinómica de grado 4, resolvemos factorizando por Ruffini:

$$x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x = -30 \Rightarrow x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x + 30 = 0$$

1	1	-3	-13	9	30	
-2	1	-5	-3	15	0	$\leadsto x = -2$ es raíz
5	1	0	-3	0		

$x^2 - 3$

Por lo tanto: $x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x + 30 = (x+2)(x-5)(x^2-3) = 0$

Si: $(x+2)=0 \Rightarrow x=-2$

Si: $(x-5)=0 \Rightarrow x=5$

Si: $(x^2-3)=0 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

SOLUCIONES:

$$\begin{aligned} x &= -2 \\ x &= 5 \\ x &= \sqrt{3} \\ x &= -\sqrt{3} \end{aligned}$$

② Resuelve por el método de Gauss:

a)
$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 0 \\ x - y + 2z &= 5 \\ x + y + z &= 3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \xrightarrow{(E_1 \leftrightarrow E_3)} \\ & \xrightarrow{(E_1 - E_2)} \\ & \xrightarrow{(E_3 - 2E_1)} \end{aligned} \quad \begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ x - y + 2z &= -2 \\ 2x + y - z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow x + y + z &= 3 \\ \rightarrow 2y - z &= -2 \\ \rightarrow -7z &= -14 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \Rightarrow z = 2 \\ & \Rightarrow y = 0 \\ & \Rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 5 \\ 2x - 3y + z &= 3 \\ 4x + y - 5z &= 13 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \xrightarrow{(E_1 - 2E_2)} \\ & \xrightarrow{(E_3 - 4E_1)} \end{aligned} \quad \begin{aligned} x + 2y - 3z &= 5 \\ -7y + 7z &= -7 \\ -7y + 7z &= -7 \end{aligned}$$

2 ecuaciones iguales $\leadsto$ sobra una

PARAMETRIZAMOS: $z = t$

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z &= 5 \\ -7y + 7z &= -7 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \Rightarrow y = t + 1 \\ & \Rightarrow x = 5 - 2(t+1) + 3t = t + 3 \end{aligned}$$

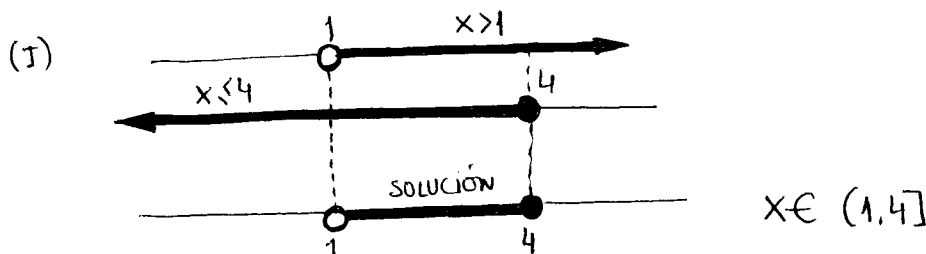
$E_2 : 7$

(SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO)

$$\textcircled{3} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{2x-2}{5} + \frac{5-2x}{3} < 1 \quad (\text{I}) \\ \frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{3}{4} \quad (\text{II}) \end{array} \right\}$$

$$\text{(I)} \quad \frac{2x-2}{5} + \frac{5-2x}{3} < 1 ; 6x-6+25-10x < 15 ; -4x < -4 \Rightarrow \boxed{x > 1}$$

$$\text{(II)} \quad \frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{3}{4} ; 4x+8-6x+9 \geq 9 ; -2x \geq -8 \Rightarrow \boxed{x \leq 4}$$



$$\textcircled{4} \quad \frac{(x-1)(x+1)}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6} ; \quad \frac{x^2-1}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6} ; \quad \text{Inecuación de 2º grado}$$

$$3x^2-3+2x < 5 ; \quad 3x^2+2x-8 < 0 \quad \text{FACTORIZAMOS}$$

$$\left. \begin{array}{l} a=3 \\ b=2 \\ c=-8 \end{array} \right\} \quad x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4(3)(-8)}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6} \begin{cases} -2 \\ \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$3x^2+2x-8 = 3(x+2)(x-\frac{4}{3}) < 0$$

ESTUDIO DE SIGNOS

	$-\infty$	-2	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$(x+2)$	-	-	+	+
$(x-\frac{4}{3})$	-	-	-	+
$3(x+2)(x-\frac{4}{3})$	+	+	-	+

SOLUCIÓN

$$\boxed{x \in (-2, \frac{4}{3})}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{2-x}{x+4} < 1 ; \text{Inecuación Racional} ; \quad \frac{2-x}{x+4} - 1 < 0 ; \quad \frac{2-x-x-4}{x+4} < 0 ;$$

$$\frac{-2x-2}{x+4} < 0 \quad \left(\text{Multiplico a toda la inecuación por } (-1) \text{ para que el numerador quede con coeficientes positivos (prescindible)} \right) \quad \frac{2x+2}{x+4} > 0$$

ESTUDIO DE SIGNOS

	$-\infty$	-4	-1	$+\infty$
$2x+2$	-	-	+	+
$x+4$	-	-	+	+
$\frac{2x+2}{x+4}$	+	+	-	+

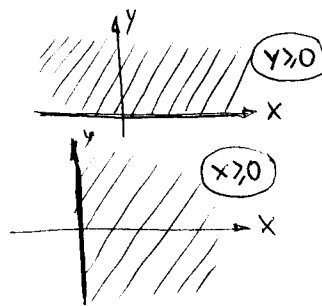
* *

* SOLUCIÓN:

$$\boxed{x \in (-\infty, -4) \cup (-1, +\infty)}$$

6

a) $\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ \text{(I)} \quad 6x + 5y < 30 \\ \text{(II)} \quad x + 2y < 8 \end{array} \right\}$

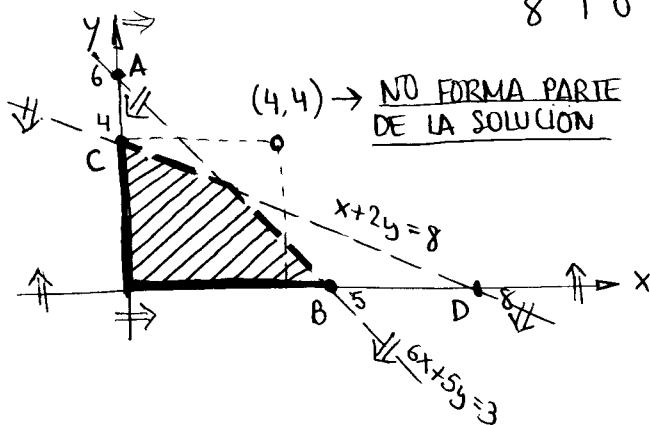


(I) $6x + 5y < 30 \rightarrow \text{Recta } 6x + 5y = 30$

x	y	
0	6	$\rightarrow A(0,6)$
5	0	$\rightarrow B(5,0)$

(II) $x + 2y < 8 \rightarrow \text{Recta } x + 2y = 8$

x	y	
0	4	$\rightarrow C(0,4)$
8	0	$\rightarrow D(8,0)$



Comprobaciones:

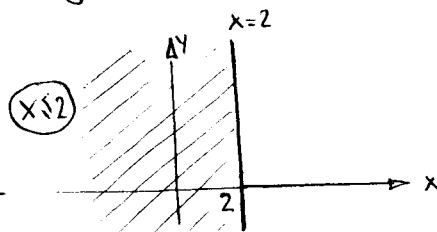
$\checkmark (0,0) \in 6x + 5y < 30?$

$0 + 0 < 30 \checkmark \text{ si}$

$\checkmark (0,0) \in x + 2y < 8?$

$0 + 0 < 8 \checkmark \text{ si}$

b) $\left. \begin{array}{l} \text{(I)} \quad 2x - 3y \geq -3 \\ \text{(II)} \quad x + y \geq 11 \\ x \leq 2 \end{array} \right\}$

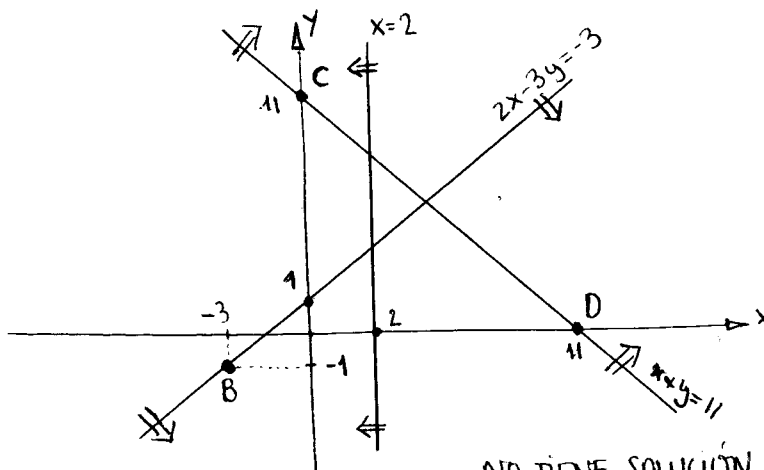


(I) $2x - 3y \geq -3 \rightarrow \text{Recta } 2x - 3y = -3$

x	y	
0	1	$\rightarrow A(0,1)$
-3	-1	$\rightarrow B(-3,-1)$

(II) $x + y \geq 11 \rightarrow \text{Recta } x + y = 11$

x	y	
0	11	$\rightarrow C(0,11)$
11	0	$\rightarrow D(11,0)$



Comprobaciones:

$\checkmark (0,0) \in 2x - 3y \geq -3?$

$0 - 0 \geq -3 \checkmark \text{ si}$

$\checkmark (0,0) \in x + y \geq 11$

$0 + 0 \geq 11 \times \text{ NO}$

NO TIENE SOLUCIÓN, ninguna zona del plano pertenece a las 3 inecuaciones.