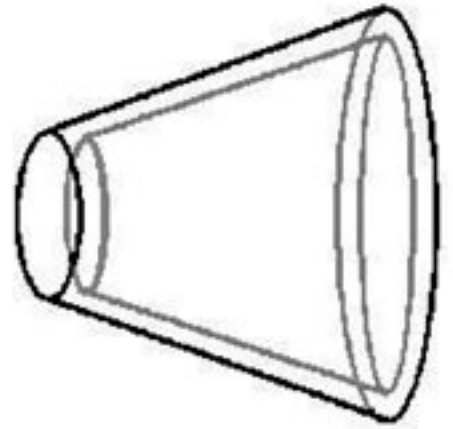


VOLUMENES DE REVOLUCION

1. Calcular el volumen de revolución engendrado por la superficie limitada entre la hipérbola $x \cdot y = 3$ con la circunferencia $x^2 + y^2 = 10$, en el primer cuadrante. Dibujarlo.
2. La superficie del primer cuadrante comprendida entre $f(x) = \frac{1}{x+1}$, su recta tangente en $x = 0$ y la recta $x = 2$, gira alrededor del eje OX . Hallar el volumen del sólido generado. Dibujarlo 1 un. = 1cm.
3. Encontrar el volumen del cuerpo engendrado al girar alrededor de OX la superficie comprendida entre la hipérbola $x^2 - y^2 = a^2$ y las rectas $x = a$ y $x = 2a$
4. Hallar el volumen de la figura engendada por $f(x) = x^2 - 4x$ al girar alrededor del eje OX
7. Calcula los cm^3 necesarios para construir el vaso de la figura.
Radios Interiores: 2 cm. y 5 cm.
Radios Exteriores: 3 cm. y 6 cm.
Altura Interior: 10 cm
Altura Exterior: 12 cm
6. Calcula el volumen engendrado por la rotación alrededor del eje X de la región encerrado por la gráfica de: $y = \frac{1}{2} + \cos x$ el eje de abscisas y las rectas: $x = 0$ $x = \pi$



①

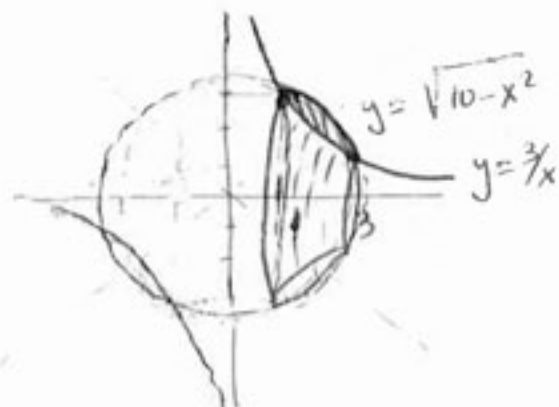
$$\begin{cases} y = \frac{3}{x} \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$x^2 + \frac{9}{x^2} = 10 \quad ; \quad x^4 + 9 = 10x^2$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$\begin{aligned} 9 &\Rightarrow x = -3 \Rightarrow y = -1 \\ &\Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 1 \\ 1 &\Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -3 \\ &\Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 3 \end{aligned}$$



$$V = \pi \int_1^3 \left((\sqrt{10 - x^2})^2 - \left(\frac{3}{x} \right)^2 \right) dx =$$

$$= \pi \int_1^3 \left(10 - x^2 - \frac{9}{x^2} \right) dx = \pi \left(10x - \frac{x^3}{3} + \frac{9}{x} \right) \Big|_1^3 =$$

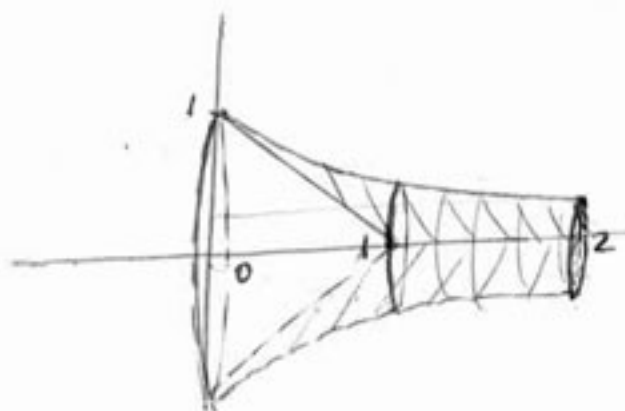
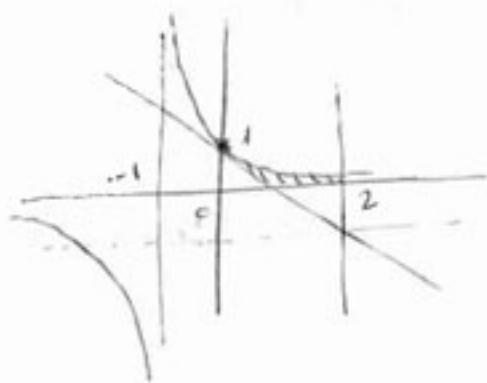
$$= \pi \left(30 - 9 + 3 - 10 + \frac{1}{3} - 9 \right) = \boxed{\frac{4\pi}{3} \text{ u.v.}}$$

②

$$y = \frac{1}{x+1} \quad y' = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

$$\begin{aligned} x=0 &\Rightarrow y=1 \\ &\Rightarrow y'=-1 \end{aligned}$$

$$y-1 = -1(x-0) \Rightarrow \boxed{y=1-x}$$

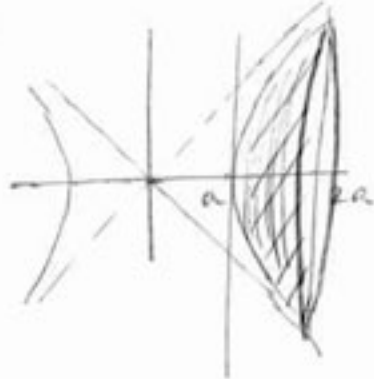


$$V = \pi \int_0^1 \left[\left(\frac{1}{x+1} \right)^2 - (1-x)^2 \right] dx + \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{x+1} \right)^2 dx =$$

$$= \pi \int_0^1 \left[\frac{1}{(x+1)^2} - (1-2x+x^2) \right] dx + \pi \int_1^2 \frac{1}{(x+1)^2} dx =$$

$$= \pi \left(\frac{-1}{x+1} - x + x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 + \pi \frac{-1}{x+1} \Big|_1^2 = \pi \left(-\frac{1}{2} - 1 + 1 - \frac{1}{3} + 1 \right) + \pi \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \boxed{\frac{\pi}{3} \text{ u.v.}}$$

③

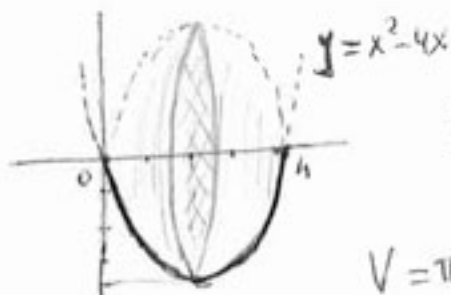


$$V = \pi \int_a^{2a} (x^2 - a^2) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} - a^2 x \right) \Big|_a^{2a} =$$

$$= \pi \left(\frac{8a^3}{3} - 2a^3 - \frac{a^3}{3} + a^3 \right) = \pi \left(\frac{7a^3}{3} - a^3 \right) =$$

$$= \boxed{\frac{4}{3} \pi a^3 \text{ u.v.}}$$

④

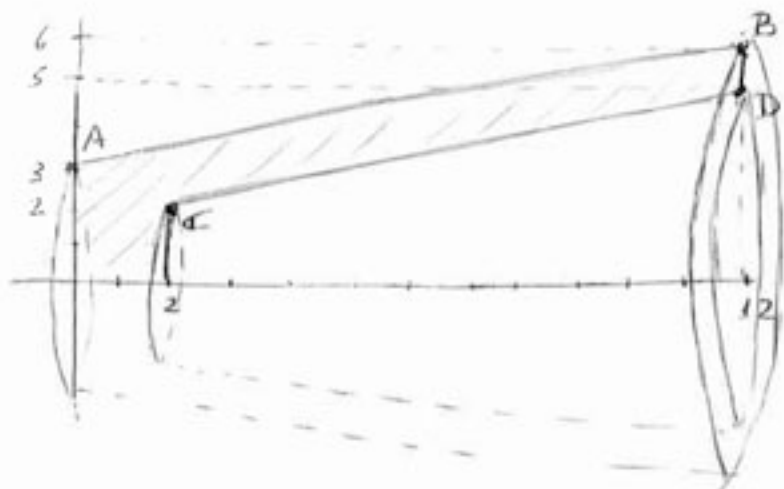


$y = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x=0 \text{ or } x=4$

$$V = \pi \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx = \pi \int_0^4 (x^4 - 8x^3 + 16x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - 2x^4 + \frac{16x^3}{3} \right) \Big|_0^4 =$$

$$= \boxed{\frac{512\pi}{15} \text{ u.v.}}$$

⑤



$A(0,3) \rightarrow \vec{AB} = (12,3) \rightarrow \text{p.l.m.d} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

$y - 3 = \frac{1}{4}(x - 0) \rightarrow \boxed{y = \frac{x}{4} + 3}$

$C(2,2) \rightarrow \vec{CD} = (10,3) \rightarrow \text{p.l.m.d} = \frac{3}{10}$

$y - 2 = \frac{3}{10}(x - 2) \rightarrow y = \frac{3x}{10} - \frac{6}{10} + 2$

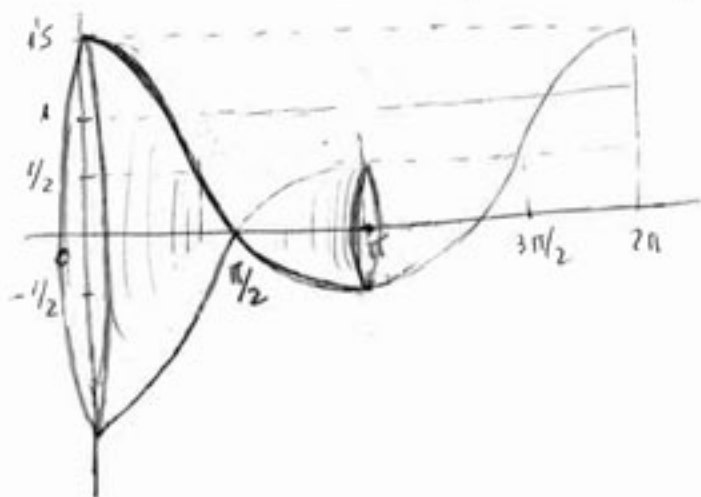
$\boxed{y = \frac{3x + 14}{10}}$

$$V = \pi \int_0^2 \left(\frac{x}{4} + 3 \right)^2 dx + \pi \int_2^{12} \left[\left(\frac{x}{4} + 3 \right)^2 - \left(\frac{3x + 14}{10} \right)^2 \right] dx =$$

$$= \pi \int_0^{12} \left(\frac{x}{4} + 3 \right)^2 dx - \pi \int_2^{12} \left(\frac{3x + 14}{10} \right)^2 dx = \pi \cdot 4 \cdot \frac{\left(\frac{x}{4} + 3 \right)^3}{3} \Big|_0^{12} - \pi \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{\left(\frac{3x + 14}{10} \right)^3}{3} \Big|_2^{12} =$$

$$= 288\pi - \frac{1250\pi}{9} + \frac{80\pi}{9} = \frac{1422\pi}{9} = \boxed{158\pi \text{ u.v.}}$$

⑥



$$V = \pi \int_0^{\pi} \left(\frac{1}{2} + \cos x \right)^2 dx = \pi \int_0^{\pi} \left(\frac{1}{4} + \cos x + \cos^2 x \right) dx =$$

$$= \pi \left(\frac{x}{4} + \sin x + \frac{x + \sin x \cos x}{2} \right) \Big|_0^{\pi} =$$

$$= \pi \left(\frac{\pi}{4} + 0 + \frac{\pi + 0}{2} \right) - \pi \left(0 + 0 + \frac{0 + 0}{2} \right) = \boxed{\frac{3\pi^2}{4} \text{ u.v.}}$$