# EJERCICIOS RESUELTOS DE DINÁMICA DE TRASLACIÓN

**Antes de que entréis en materia quiero daros unos consejos con el fin de que sepáis trabajar con ejercicios resuelto.**

**1.- Leer el problema y *NO IROS A VER LA SOLUCIÓN*. De esta forma solamente conseguiréis aprender a resolver *ejercicios de memoria*.**
**2.- Vuelvo a leer el problema e *intento meterme en el entramado del ejercicio*, analizo la *situación*, planteo mi *hipótesis de resolución*, aplico *fórmulas*, *realizo operaciones* y obtengo un *resultado*. Entonces compruebo si coincido con el pensamiento del profesor. Si lo habéis resuelto bien, *fabuloso*, y si *no es así* planteo una *segunda hipótesis*, repito los pasos anteriores y compruebo el resultado. A lo mejor en la segunda hipótesis hemos acertado. Pero puedo volver a fallar.**
**3.- Ahora es cuando voy a *intentar comprender como resolvió el profesor el ejercicio*. Es posible que lo entendáis y podamos pasar a otro ejercicio o no lo entendáis.**
**4.- *Apunto el número del problema* y en la próxima clase de la asignatura y, antes de que el profesor entre en materia, *le pido que intente resolver el dichoso ejercicio*. Seguro que entonces lo entenderéis.**

**Ubicación de ejercicios por página:**

| Nº Ejerc. | Nº Pág. | Nº Ejerc. | Nº Pág. | Nº Ejerc. | Nº Pág. | Nº Ejer/ Nº Pág |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 20 | 28 | 39 | 49 | 58 /82 |
| 2 | 4 | 21 | 30 | 40 | 50 | 59/ 84 |
| 3 | 5 | 22 | 32 | 41 | 51 | |
| 4 | 7 | 23 | 33 | 42 | 51 | |
| 5 | 9 | 24 | 33 | 43 | 53 | |
| 6 | 10 | 25 | 33 | 44 | 54 | |
| 7 | 10 | 26 | 38 | 45 | 56 | |
| 8 | 12 | 27 | 38 | 46 | 58 | |
| 9 | 13 | 28 | 39 | 47 | 59 | |
| 10 | 15 | 29 | 40 | 48 | 65 | |
| 11 | 16 | 30 | 41 | 49 | 67 | |
| 12 | 18 | 31 | 42 | 50 | 69 | |
| 13 | 18 | 32 | 43 | 51 | 70 | |
| 14 | 14 | 33 | 44 | 52 | 73 | |
| 15 | 19 | 34 | 44 | 53 | 75 | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 20 | 35 | 46 | 54 | 78 | |
| 17 | 21 | 36 | 47 | 55 | 80 | |
| 18 | 22 | 37 | 48 | 56 | 80 | |
| 19 | 24 | 38 | 48 | 57 | 81 | |

## Problema Resuelto Nº 1

**Al colgar diversas masas de un muelle se han obtenido los siguientes resultados:**

| Masas | 50 g | 100 g | 150 g | 200 g | 250 g |
|---|---|---|---|---|---|
| Alargamiento del muelle | 2 cm | 4 cm | 6 cm | 8 cm | 10 cm |
| Fuerza (m . g ) en N | 0,49 | 0,98 | 1,47 | 1,96 | 2,45 |

**a) Complete la tabla con el valor de las fuerzas correspondientes.**
**b) Represente la gráfica Fuerza- alargamiento.**
**c) A partir de la gráfica, calcule los centímetros alargados cuando se cuelga una masa de 75 g. (Autor del problema IES MORATO)**

***Resolución:***

a)

**Lo primero que haremos es obtener la constante elástica del muelle. Para ello tomaré los dos primeros datos de la tabla:**

$m_1 = 50\ \cancel{g}\ .\ \ 1\ Kg / 1000\ \cancel{g} = 0{,}050\ Kg$

$\Delta\ x = 2\ cm\ .\ \ 1\ m / 100\ cm = 0{,}02\ m$

**El peso que cuelga vale:**

$$P = m\ .\ g$$

$$P = 0{,}050\ Kg\ .\ 9{,}8\ m\ .\ s^{-2} = 0{,}49\ N$$

**Según Hooke:**

$$F = K\ .\ \Delta x\ \ ;\ \ 0{,}49\ N = K\ .\ 0{,}02\ \ ;\ \ K = 0{,}49\ N / 0{,}02\ m = 24{,}5\ N/m$$

**Para los segundos datos de la tabla:**

**$m_2$ = 100 g . 1 Kg / 1000 g = 0,1 Kg**

**Fuerza que cuelga = peso del cuerpo = m . g = 0,1 Kg . 9,8 m.s-2 = 0,98 Kg . m.s$^{-2}$ = *0,98 N.***

**$\Delta$x = 4 cm . 1 m / 100 cm = *0,04 m***

**Aplicamos Hooke:**

**0,98 N = K . 0,04 m ; *K* = 0,98 N / 0,04 m = *24,5 N/m***

**Comprobamos que se cumple la ley de Hooke.**

**b)Seguimos trabajando para obtener el resto de los datos de la tabla:**

**$m_3$ = 150 g . 1 kg/ 1000 g = *0,150 kg***

**$m_4$ = 200 g . 1 kg / 1000 g = *0,200 kg***

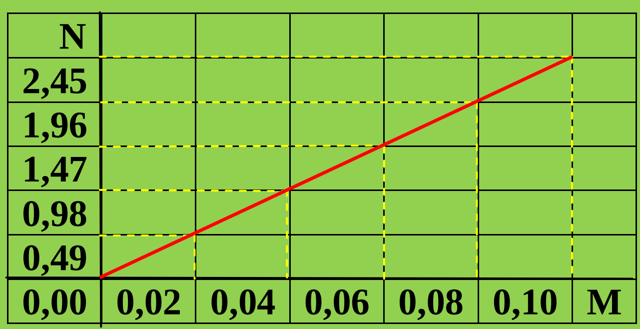
**$m_5$ = 250 g . 1 kg / 1000 g = *0,250 kg***

**$F_3$ = $P_3$ = m . g = 0,150 Kg . 9,8 m.s$^{-2}$ = *1,47 N***

**$F_4$ = $P_4$ = $m_4$ . g = 0,200 Kg . 9,8 m.s$^{-2}$ = *1,96 N***

**$F_5$ = $P_5$ = $m_5$ . g = 0,250 Kg . 9,8 m.s$^{-2}$ = *2,45 N***

**b)Representación gráfica:**




**c)Gráficamente no podemos determinar el alargamiento puesto que necesitamos una tabla muchísimo mayor.**

**Pero podemos analizar la tabla obtenida y observar que se trata de una línea recta y por lo tanto debe cumplir la ecuación:**

$$y = f(x) \rightarrow \quad F = K \cdot \Delta x \ (1)$$

**Realizamos los cálculos necesarios:**

**m = 75 g . 1 kg / 1000 g = *0,075 kg***

**F = P = m . g = 0,075 kg . 9,8 m.s-2 = *0,735 N***

**y llevamos los valores obtenidos a la ecuación (1)**

$$F = K \cdot \Delta x \quad ; \quad \Delta x = F / K = 0{,}735\ N / 24{,}5\ (N/m) = 0{,}03\ m$$

**Problema resuelto Nº 2**

**Un muelle mide 21 cm cuando se aplica a su extremo libre una fuerza de 12 N y mide 26 cm cuando la fuerza aplicada vale 24 N. Calcula la longitud del muelle cuando no actúa ninguna fuerza sobre él y el valor de su constante elástica.(Autor del problema IES MORATO)**

***Resolución:***

**Lo que nos pide el problema en este primer apartado es la longitud inicial del muelle ($l_o$), es decir, cuando no tenía ningún cuerpo colgado. Para ello procedemos de la siguiente forma:**

**$L_1$ = 21 cm . 1 m / 100 cm = *0,21 m***
**$F_1$ = 12 N**
**Para $F_1$, $\Delta x = 0{,}21\ m$**

**Todo $\Delta$ significa una diferencia, en nuestro caso:**

$$\Delta x = l_f - l_o \rightarrow \quad 0{,}21 - lo = \Delta x$$

**$L_2$ = 26 cm . 1 m/ 100 cm = *0,26 m***
**Para $L_2$, $\Delta x = 0{,}26 \rightarrow 0{,}26 - lo = \Delta x$**

**Si aplicamos Hooke para las dos longitudes: $F = K \cdot \Delta x$**

$$12 = K\,(0{,}21 - lo)\ (1) \quad ; \quad 24 = K\,(0{,}26 - lo)\ (2)$$

**Si dividimos (2) entre (1):**

**24 / 12 = K (0,26 – lo) / K (0,21 – lo)**

**2 = (0,26 – lo ) / (0,21 – lo )**

**2 (0,21 – lo ) = 0,26 – lo**

**0,42 – 2 lo = 0,26 – lo ; - 2 lo + lo = 0,26 – 0,42 ; - lo = - 0,16**

***lo = 0,16 m***

**Para conocer la constante elástica, *K*, podemos tomar los datos de la primera experiencia y aplicar Hooke:**

***F = K . ∆x* ; 12 N = K . (0,21 – 0,16 ) m ; 12 N = K . 0,05 m**

***K* = 12 N / 0,05 m = *240 N/m***

**Como se trata del mismo muelle, el valor de K debe ser igual para las dos experiencias. Si queremos saber si hemos trabajado bien en el**

**cálculo de K, aplicaremos Hooke a la segunda experiencia y debemos obtener el mismo valor de la primera experiencia:**

***F = K . ∆x* ; 24 N = K . (0,26 – 0,16 ) m ; 24 N = K . 0,1 m**

***K* = 24 N / 0,1 m = *240 N/m***

***El planteamiento del problema lo hicimos bien.***

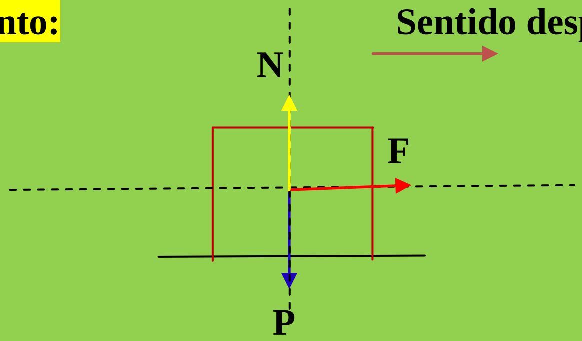
**Problema resuelto Nº 3**
**Un objeto de 100 kg, se encuentra sobre un plano horizontal. Si tiramos de él con una fuerza de 300 N ¿con qué aceleración se moverá en ausencia de rozamiento?¿y si la fuerza de rozamiento vale 10 N?. Haz un dibujo indicando todas las fuerzas que actúan.**

***Resolución:***

**La aceleración que adquiere un cuerpo depende del conjunto de fuerzas que actúen sobre él. Por ello, lo primero que tenemos que establecer es dicho diagrama de fuerzas haciendo pasar por el centro**

**geométrico del cuerpo unos ejes de coordenadas cartesianas sobre los cuales pintaremos las fuerzas actuantes:**

**Sin rozamiento:**




**Estudiaremos las fuerzas en cada uno de los ejes:**

**Eje OY:** $P = N \rightarrow \sum F = P - N = 0$

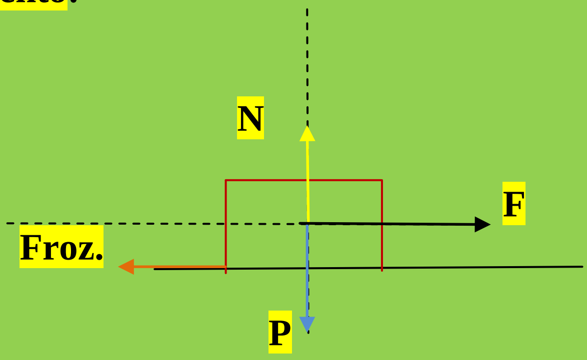
**Siempre, en planos horizontales se cumple la condición anterior, lo que nos viene a decir que el P y la N se anulan mutuamente.**

**Eje OX:** $\sum F = F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$

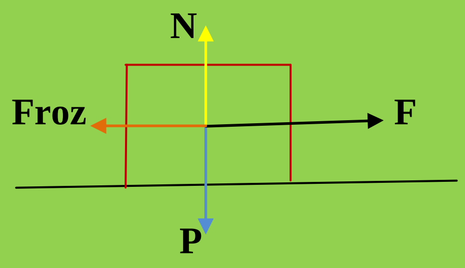
$$F - 0 = m \cdot a \quad ; \quad F = m \cdot a \quad ; \quad a = F / m$$

$$a = 300\ N / 100\ Kg = 3\ m.s^{-2}$$

**Con rozamiento:**




**La fuerza de rozamiento la podemos llevar al punto de aplicación del resto de las fuerzas ( Se puede hacer por lo que se llama EQUIPOLENCIA ENTRE VECTORES) y nos quedaría el diagrama de la forma:**




**Eje OY : P = N → Se anulan mutuamente**

**Eje OX : ∑ F = m .a ;**

$$F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$$

$$300\ N - 10\ N = 100\ Kg \cdot a$$

$$290\ N = 100\ Kg \cdot a \ ; \quad a = 290\ N / 100\ Kg = 2,9\ m.s^{-2}$$

**Problema resuelto Nº 4**

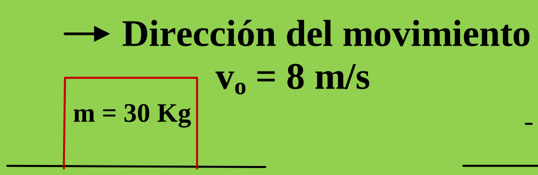
**Sobre un cuerpo de masa 30 kg, que se mueve inicialmente con una velocidad de 8 m/s, actúa una fuerza constante de 24 N en la dirección del movimiento. Supuesto que no hay rozamiento, calcula su velocidad al cabo de 15 segundos, si el sentido de la fuerza es:**

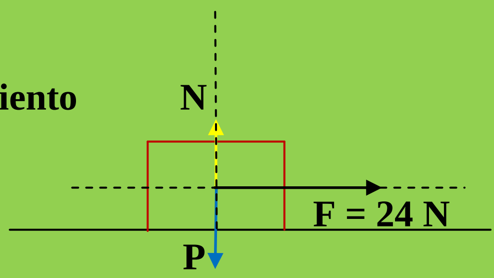
a. **El de la velocidad inicial.**
b. **Contrario al de la velocidad inicial.**

***Resolución :***

**Como sobre el cuerpo actúa una fuerza el movimiento del cuerpo será un M.R.U.A. Las ecuaciones a utilizar serán las de este tipo de movimiento. Hagamos el diagrama de fuerzas:**

**a)**




**Eje OY:** $\sum F = 0$

**Eje OX:** **Fganan – Fpierden = m . a**

**24 N – 0 N = 30 Kg . a ; 24 N = 30 Kg . a**

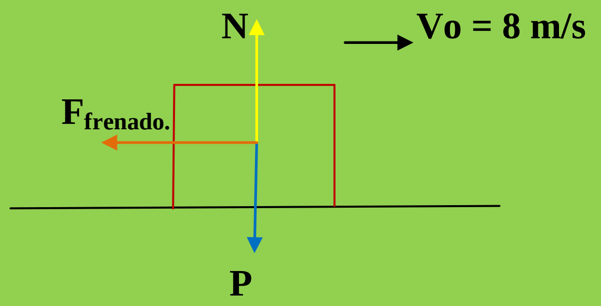
**a = 24 N / 30 Kg = 0,8 m/s²**

**El cuerpo adquiere una aceleración de 0,8 $m/s^2$ que hará que la velocidad al cabo de 15 s, sea distinta a la inicial. Tenemos que recordar ahora las ecuaciones de la Cinemática y entre ellas hay una que dice:**

**Vf = Vo + a . t ; Vf = 8 m/s + 0,8 $m/s^2$ . 15 s**

**Vf = 8 m/s + 12 m/s = 20 m/s**

**b)**




**En este caso la fuerza de 24 N está actuando como si fuera una fuerza de frenado puesto que tiene un sentido inverso al de avance del cuerpo.**

**Eje OY: ∑ F = 0**

**Eje OX: F ganan – Fpierden = m .a**

**0 – 24 N = 30 Kg . a ; a = - 24 N / 30 Kg = - 0,8 $m/s^2$**

**El signo negativo de la aceleración nos indica que la velocidad DISMINUYE.**

**La velocidad final será en este caso:**

**Vf = Vo + a . t ; Vf = 8 m/s + (- 0,8 $m/s^2$) . 15 s = 8 m/s – 12 m /s =**
**= - 4 m/s ( este resultado no tiene sentido físico, el coche no puede dar la vuelta) lo que nos viene a decir que el cuerpo se paró antes de cumplirse los 15 s.**

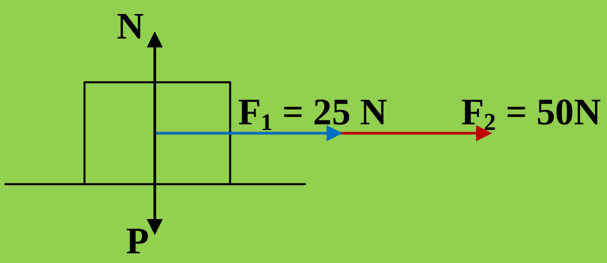
## Problema resuelto Nº 5

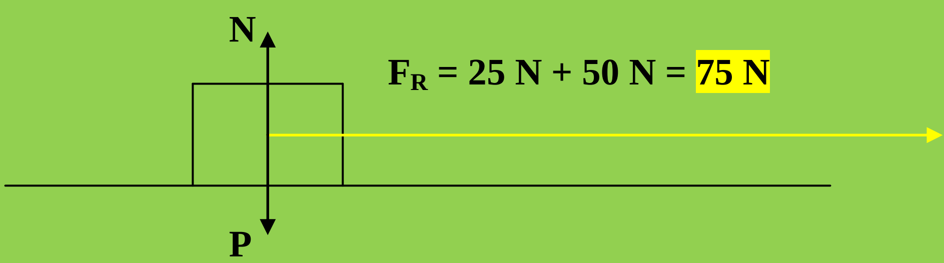
**Se ejercen dos fuerzas de 25 y 50 N, sobre un cuerpo de 5 kg de masa, que descansa sobre un plano horizontal.. Calcula la aceleración que adquiere cuando:**

a. **Las dos fuerzas actúan en el mismo sentido.**
b. **Las dos fuerzas actúan en sentidos opuestos.**

***Resolución***

**a)**

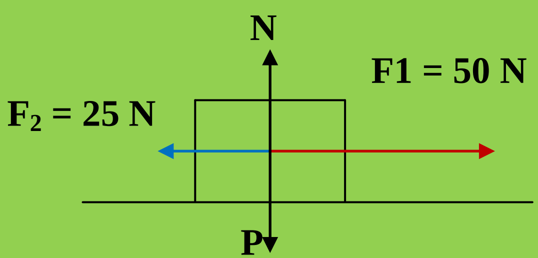


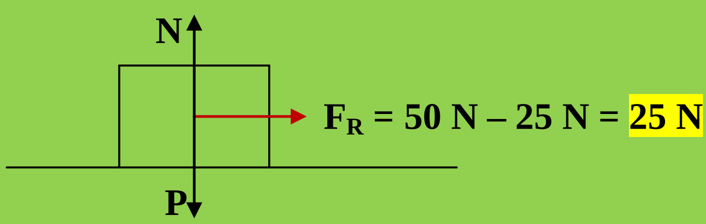




**Recordar que el P y la N se anulan mutuamente.**

$\sum F = m\,.a$ ; $75\ N = 5\ Kg\ .\ a$ ; $a = 75\ N / 5\ Kg = 15\ m.s^{-2}$

**b)**




$\sum F = m\ .\ a$ ; $25\ N = 5\ Kg\ .\ a$ ; $a = 25\ N / 5\ Kg = 5\ m.s^{-2}$

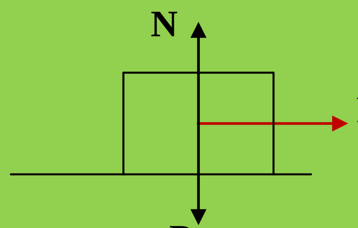
## Problema resuelto Nº 6

**Sobre un cuerpo de 2500 g, inicialmente en reposo, actúa una fuerza de 20 N, durante 4 s, dejando de actuar en ese momento. Supuesto que no hay rozamiento,**

a. **¿Qué velocidad tiene a los 4 s?.**
b. **¿Qué velocidad tiene a los 10 s?. Explícalo.**

*Resolución*

**a)** 2500 g . 1 Kg / 1000 g = **2,5 Kg**




$V_o = 0$ — Necesitamos conocer la aceleración para obtener $V_f$

$V_f = V_o + a \cdot t$ — $\sum F = m \cdot a$ ; 20 N = 2,5 Kg . a ; a = 20 N / 2,5 Kg

$$a = 2,8\ m.s^{-2}$$

$$V_f = V_o + a \cdot t \ ;\ V_f = 0 + 2,8\ m.s^{-2} \cdot 4\ s = 11,2\ m.s^{-1}$$

**b)** A los 10 s, no existiendo rozamiento, la velocidad será constante. De los 10 s, 4 s. son consumidos para alcanzar la velocidad de 11,2 $m.s^{-1}$. En los 6 s. restantes el cuerpo mantendrá su velocidad (11,2 $m.s^{-1}$) puesto que no existe rozamiento. Las únicas fuerzas que actúan son el P y la N pero como ya sabemos se anulan mutuamente.

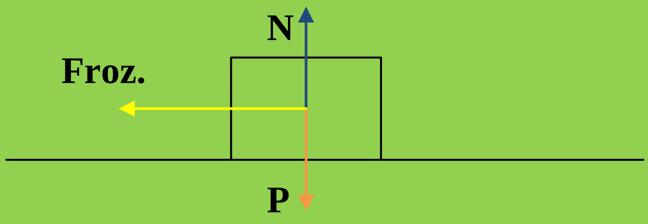
## Problema resuelto Nº 7

**Un objeto de 20 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal. La fuerza de rozamiento es 15 N.**

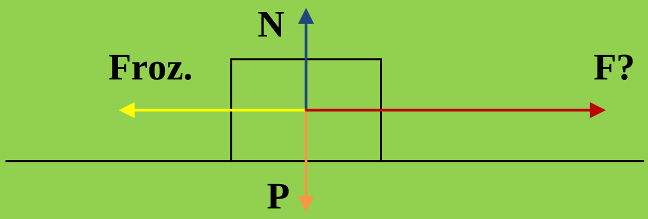
a. **Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.**
b. **¿Qué fuerza hay que aplicar para que adquiera una velocidad de 36 km/h en 5 s?.**
c. **¿Qué fuerza hay que aplicar, una vez que ha alcanzado la velocidad de 36 km/h, para que esa velocidad se mantenga constante?.**

***Resolución:***

**a)**




**b)**




**m = 20 Kg**
**Froz. = 15 N**
**Vo = 0**
**Vf = 36 Km / h . 1000 m / 1 h . 1 h / 3600 s = 10 m.s$^{-1}$**
**t = 5 s**

**Cinemáticamente sabemos que:**

**Vf = Vo + a . t ; 10 m.s-1 = 0 +a . 5 s ; 10 m.s-1 = a .5 s**

**a = 10 m.s-1 / 5 s ; a = 2 m.s$^{-2}$**

**El móvil debe conseguir una aceleración de 2 m.s$^{-2}$, que podremos obtener si trabajamos con la Dinámica.**

**Eje OY: ∑ F = 0**

**Eje OX: ∑ F = Fganan – Fpierden = m . a**

**F – 15 N = 20 Kg . 2 m.s$^{-2}$**

**F – 15 N = 40 N ; F = 40 N + 15 N = 55 N**

**c)Con la fuerza de 55 N, el móvil llevará una velocidad de 10 m.s$^{-1}$. Si quiere mantener esta velocidad NO DEBE APLICAR FUERZA ALGUNA. En estas condiciones F y Froz se encuentran equilibradas y el móvil consigue el equilibrio DINÁMICO que implica la velocidad**

**constante. En el momento que apliquemos una nueva fuerza, el equilibrio se rompe y la velocidad ya no permanece constante.**

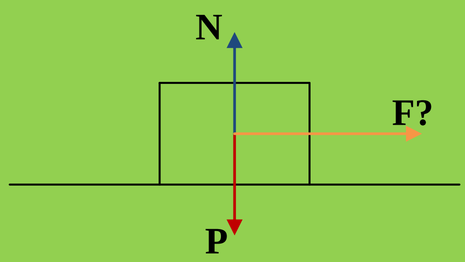
## Problema resuelto Nº 8

**Un carrito de 40 kg se encuentra sobre una superficie plana horizontal.**

a. **¿Con qué fuerza se le debe empujar para que adquiera una aceleración de 0,8 $m/s^2$?.**
b. **¿Qué fuerza se le ha de aplicar para que siga con movimiento rectilíneo y uniforme, una vez que ha alcanzado una velocidad de 2 m/s?.**
c. **¿Cuál será la aceleración si, cuando está moviéndose con una velocidad de 2 m/s, se le empuja con una fuerza de 17 N?.**

***Resolución:***

**a)**




**Debemos de suponer que no hay rozamiento.**

**Ya sabéis que en el eje OY → $\sum F = 0$**

**En el eje OX:** **Fganan – Fpierden = m . a**

$$F - 0 = 40\ Kg \cdot 0{,}8\ m.s^{-2}$$

$$F = 32\ N$$

**b)**

**Cuando ha alcanzado la velocidad de 2 $m.s^{-1}$, y queremos que se mantenga esta velocidad para llevar un M.R.U NO DEBEMOS EJERCER FUERZA ALGUNA, se rompería el equilibrio dinámico que tiene el cuerpo.**

**c)**

**Sabemos que $\sum F = m \cdot a$ (1)**

**El móvil lleva una velocidad constante de 2 $m.s^{-1}$ = Vo**

**Cuando se le aplique una fuerza de 17 N, el móvil adquirirá una aceleración que hará que la velocidad final sea superior a los 2 $m.s^{-1}$. Pero a nosotros no nos interesa la velocidad final. Lo que debemos de buscar es la aceleración que consigue el móvil, aceleración que podremos conocer por la ecuación (1):**

**17 N = 40 Kg . a ; a = 17 N / 40 Kg = 0,42 $m.s^{-}$**

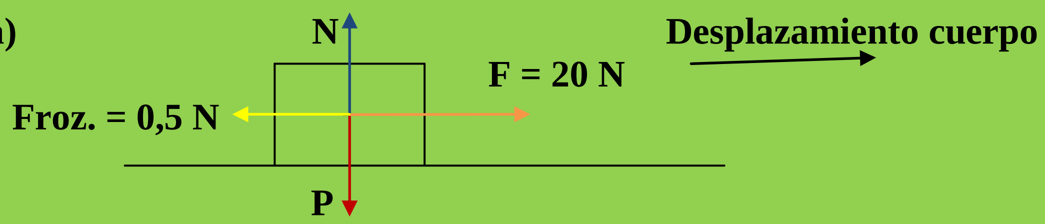
**Problema resuelto Nº 9**

**Un cuerpo de masa 10 Kg alcanza una velocidad de 20 m/s cuando actúa sobre él una fuerza de 20 N durante 10 segundos por un plano horizontal. La fuerza de rozamiento es de 0,5 N.**

a. **Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo durante los 10 primeros segundos.**
b. **Pasados los 10 segundos la fuerza de 20 N es anulada ¿Cuánto tiempo tardará en pararse?**
c. **¿Qué distancia habrá recorrido en total?**

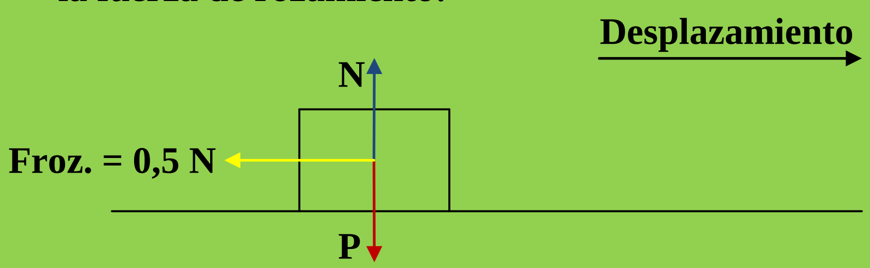
***Resolución:***

**a)**




**Si lleva una velocidad constante el ∑ F = 0**

**b) Pasados los 10 s, las únicas fuerzas que actúan son el P y la N y la fuerza de rozamiento:**




**En el Eje OY: ∑ F = 0 → P = N**

**En el eje OX: Fganan – Fpierden = m . a**

**0 – Froz. = m . a**

**$0 - 0{,}5\ N = 10\ Kg\ .\ a$ ; $a = -\ 0{,}5\ N / 10\ Kg = -\ 0{,}05\ m.s^{-2}$.**

**Esta aceleración será la que hará posible que el cuerpo se pare:**

**$Vf = Vo + a.\ t$ ; $0 = 20\ m.s^{-1} + (-0{,}05\ m.s^{-2})\ .\ t$**

**$0 = 20\ m.s^{-1} - 0{,}05\ m.s^{-2}\ .\ t$ ; $t = 20\ m.s^{-1} / 0{,}05\ m.s^{-2}$**

**$t = 400\ s$**

**c) Para conocer el espacio total recorrido por el cuerpo, dividiremos el movimiento en dos etapas:**
**1.- Etapa: los 10 s iniciales.**
**2.- Etapa: los 400 s que tarda en pararse.**

**1.- Etapa:**

$$\left.\begin{array}{l} e = Vo\ .\ t + ½\ .\ a\ .t^2 \\ Vo = 0 \end{array}\right\} \quad e = ½\ .\ a\ .\ t^2 \quad (1)$$

**La aceleración en los 10 s. iniciales la calcularemos:**

**$Fganan - Fpierden = m\ .\ a$ ; $20\ N - 0{,}5\ N = 10\ Kg\ .\ a$**

**$a = 1{,}95\ m.s^{-2}$**

**Volviendo a (1):**

$$e = ½\ .\ a\ .\ t^2 = ½\ .\ 1{,}95\ m.s^{-2}\ .\ (10\ s)^2 =$$

**$e = 97{,}5\ m$**

**2ª Etapa:**

**$Vf^2 = Vo^2 + 2\ .\ a\ .\ e$ ; $0 = (20\ m.s^{-1})^2 + 2\ .\ (-1{,}95\ m.s^{-2})\ .\ e$**

**$0 = 400\ m^2.s^{-2} - 3{,}9\ m.s^{-2}\ .\ e$ ; $e = 400\ m^2.s^{-2} / 3{,}9\ m.s^{-2} = 102{,}56\ m$**

**El espacio total recorrido será:**

**$e_{1^a etapa} + e_{2^a etapa} = 97{,}5\ m + 102{,}56\ m = 200{,}06\ m$**

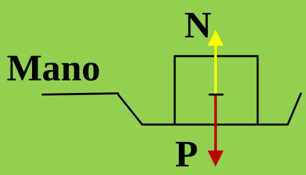
## Problema resuelto Nº 10

**¿Qué fuerza hemos de hacer para mantener en reposo, en la mano, un cuerpo de 10 N?.**

a. **¿Y para subirlo con una aceleración de 1 m/s$^2$?.**
b. **¿Y para bajarlo con una aceleración de 1 m/s$^2$?.**

***Resolución:***

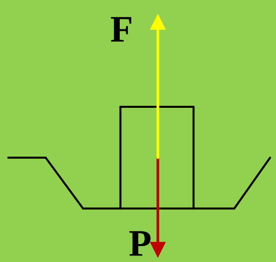
**Queremos establecer el equilibrio estático:**




**Como se cumple que P es igual a la N, nuestra mano debe realizar una fuerza de 10 N ( en sentido ascendente, es decir, la N).**

**a)**

**El cuerpo debe ascender con una aceleración de 1 m/s$^2$. Sabemos que el cuerpo está bajo la acción de su peso, si queremos que ascienda con una aceleración determinada, la mano debe realizar una fuerza F ascendente:**




$\sum F = m \cdot a$ ; Fganan – Fpierden = m . a

$F - P = m \cdot a$ (1)

**Debemos conocer la masa del cuerpo:**

$P = m \cdot g$ ; $10\ N = m \cdot 9{,}8\ m.s^{-2}$

$m = 10\ N / 9{,}8\ m.s^{-2} = 1{,}02\ Kg$

**Volviendo a (1):**

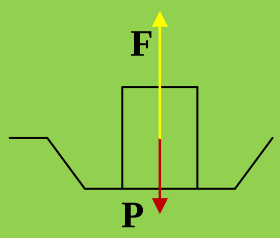
$F - 10\ N = 1{,}02\ Kg \cdot 1\ m.s^{-2}$

$F = 1{,}02\ N + 10\ N = 10{,}02\ N$

**Fuerza ascendente que debe realizar la mano.**

**b)**
**Bajando con una aceleración de 1 m.s$^{-2}$**

**Si no existiera la mano el cuerpo caería en caída libre con una aceleración de 9,8 m.s$^{-2}$. Pero queremos que el cuerpo descienda con una aceleración de 1 m.s$^{-2}$, mucho más pequeña. El peso debe ser controlado por otra fuerza que realizará la mano en sentido ascendente para contrarrestar al peso que tiene el sentido descendente.**




**Fganan – Fpierden = m . a ; P - F = m . a**

**10 N – F = 1,02 Kg . 1 m.s$^{-2}$ ; F = 10 N – 1,02 N = 8,98 N**

**Es decir, la mano irá hacia abajo pero manteniendo al peso con una fuerza de 8,98 N**
**Problema**

**Problema resuelto Nº 11**
**Un cuerpo de masa 3 kg se hace subir por la acción de una fuerza vertical de 50 N. Calcula la aceleración del movimiento.**

***Resolución:***

**El cuerpo estará bajo la acción de dos fuerzas: su peso y la que ejercemos sobre él de 50 N:**

**El peso del cuerpo vale: P = m .g ; P = 3 Kg . 9,8 m.s$^{-2}$ = 29,4 N**

**En el Eje OY:** $\sum F = m \cdot a \rightarrow$ **Fganan – Fpierden = m . a**

$$F - P = m \cdot a \; ; \; 50\ N - 29{,}4\ N = 3\ Kg \cdot a$$

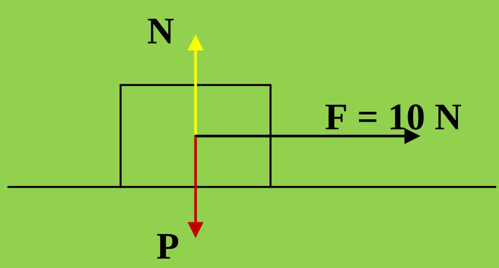
$$20{,}6\ N = 3\ Kg \cdot a \; ; \; a = 20{,}6\ N / 3\ Kg = 6{,}9\ m.s^{-2}$$

## Problema resuelto Nº 12

**Un bloque de 1 Kg de masa se encuentra sobre un plano horizontal, si sobre él actúa una fuerza de 10 N, determina:**
**a) Aceleración que adquiere. b) Espacio y velocidad adquirida a los 5s.**(IES MORATO. Enunciado. Resdolución: A.Zaragoza)

***Resolución:***

**a)**




**Eje OY:** $\sum F = 0 \rightarrow P = N$

**Eje OX:** $\sum F = m \cdot a$ ; **Fganan – Fpierden = m .a**

$$10\ N - 0 = 1\ Kg \cdot a \; ; \quad a = 10\ N / 1\ Kg = 10\ m.s^{-2}$$

**b) Al trabajar en Cinemática nos encontramos com la ecuación:**

$$V_f = V_o + a \cdot t \; ; \quad Vf = 0 + 10\ m.s^{-2} \cdot 5\ s$$

$$V_f = 50\ m.s^{-1}$$

**En lo referente al espacio:**

$e = Vo \cdot t + ½ \cdot a \cdot t$ ; $Vo = 0 \rightarrow$

$$e = ½ \cdot a \cdot t^2 = ½ \cdot 10\ m.s^{-2} \cdot (5\ s)^2 = 125\ m$$

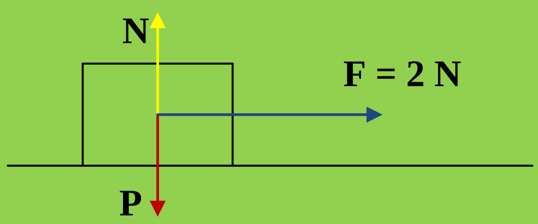
## Problema resuelto Nº 13

**De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.**

a) **Calcular la aceleración con la que se mueve.**
b) **¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?**

*Resolución:*

**a)**




**Eje OY: ∑ F = 0 → P = N (Se anulan mutuamente)**

**Eje OX: ∑ F = m .a**

**Fganan – Fpierden = m . a**

**2 N – 0 = 0,5 Kg . a ; a = 2 N / 0,5 Kg = 4 m.s$^{-2}$**

**b)**

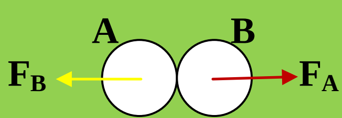
**Vf = Vo + a . t ; Vo = 0 → Vf = a . t ; Vf = 4 m.s$^{-2}$ . 2,3 s**

**Vf = 9,2 m.s$^{-1}$**

## Problema resuelto Nº 14

**Un cuerpo A de 1000 kg ejerce una fuerza F sobre otro B de 1 kg. ¿Cómo es la fuerza (módulo, dirección, sentido y punto de aplicación) que ejerce el cuerpo de 1 kg sobre el de 1000 kg?.**

*Resolución:*




**La fuerza que ejerce el cuerpo B sobre en cuerpo A, por el Principio de Acción y Reacción, tiene las siguientes características:**

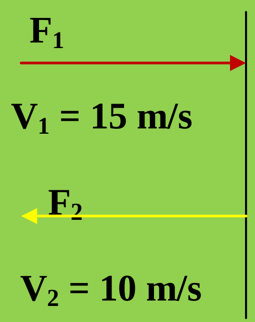
a) **Punto de aplicación en el centro de A.**

b) La misma dirección.
c) Sentido contrario.
d) Módulo $F_B = F_A$

**Problema resuelto Nº 15**

**Una pelota de 300 g llega perpendicularmente a la pared de un frontón con una velocidad de 15 m/s y sale rebotada en la misma dirección a 10 m/s. Si la fuerza ejercida por la pared sobre la pelota es de 150 N, calcula el tiempo de contacto entre la pelota y la pared.**

***Resolución:***




Al llegar la pelota a la pared, ésta repelerá a la pelota con la misma fuerza con la que llega, PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN, pero en sentido contrario. En este caso parte de la fuerza de la pelota se utiliza para la deformación que sufre ésta. Por ello la fuerza del rebote no será misma que la fuerza de llegada. De todas formas la fuerza de rebote es un dato del problema (150 N).
En Cinemática (para el rebote) sabemos que:

300 g . 1 Kg / 1000 g = 0,3 Kg

$V_f = V_0 + a \cdot t$ (1) ; 10 m/s = a . t ; debemos conocer la aceleración que

adquiere la pelota:

$F_2 = m \cdot a$ ; 150 N = 0,3 Kg . a ; $a = 150\ N / 0,3\ Kg = 500\ m/s^2$.

Si volvemos a (1):

$10\ m/s = 0 + 500\ m/s^2 \cdot t$ ; $t = 10\ m/s\ / (500\ m/s^2) = 0,02\ s.$

Cuando la pelota es rebotada en sentido contrario, su velocidad de partida es $V_o = 0$

**Existe en el tema de Dinámica un principio que dice:**

**Impulso mecánico = Cantidad de movimiento**

**Impulso (I) mecánico = F . t ; Cantidad de movimiento (p) = m . v**

**Si aplicamos este principio a nuestro problema nos encontramos con:**

$$F \cdot t = m \cdot v$$

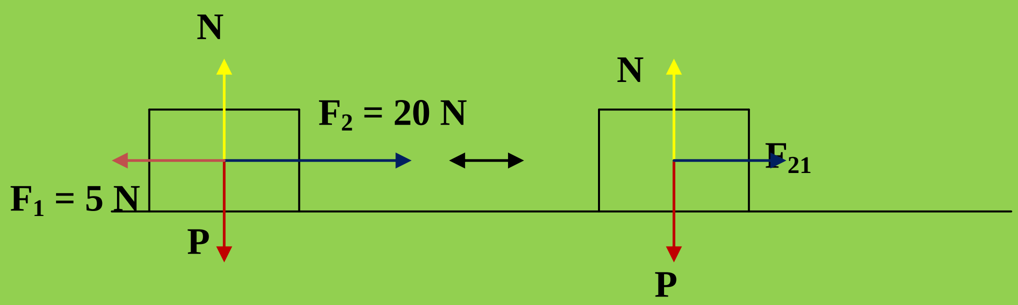
$$150\ N \cdot t = 0{,}3\ Kg \cdot 10\ m/s \ ;\ t = 3\ (Kg \cdot m/s) / 150\ N$$

$$t = 0{,}02\ s$$

## Problema resuelto Nº 16

**Sobre un cuerpo de m = 2Kg se aplica una fuerza de 20N y otra de 5N, en la misma dirección y sentido opuesto, determina: a) Espacio recorrido en 3s.b) Velocidad a los 10 s de comenzar el movimiento.** (Fuente Enunciado:IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza)

***Resolución:***




$$F_{21} = 20\ N - 5\ N = 15\ N$$

**Con este cálculo sabemos que la fuerza que actúa sobre el cuerpo es de 15 N.**

**a)**

**El espacio lo podremos conocer con la ecuación:**

$$\left.\begin{array}{l} e = V_o \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2 \\ V_o = 0 \end{array}\right\} \quad e = ½ \cdot a \cdot t \quad (1)$$

$$t = 3\ s.$$

**Debemos conocer la aceleración que lleva el móvil:**

$$F = m \cdot a \quad ; \quad a = F / m \quad ; \quad a = 15\ N / 2\ Kg = 7{,}5\ m.s^{-2}$$

**Volvemos a la ecuación (1):**

$$e = ½ \cdot 7{,}5\ m.s^{-2} \cdot (3\ s)^2 = 33{,}75\ m$$

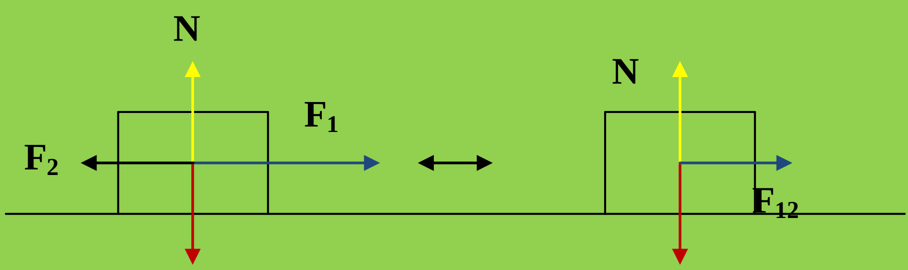
**b)**
**La velocidad se calculará:**

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad ; V_o = 0 \rightarrow \quad V_f = a \cdot t = 7{,}5\ m.s^{-2} \cdot 3\ s = 22{,}5\ m.s^{-1}$$

**Problema resuelto Nº 17**
**Sobre cuerpo de m = 250 g actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular**

a) **La aceleración con que se mueve.**
b) **¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s**

***Resolución:***




$$F_{12} = F_2 – F_1 = 3\ N – 1\ N = 2\ N$$

**En conclusión, sobre el cuerpo actúa solamente una fuerza de 2 N puesto que como sabemos el P y N se anulan mutuamente.**

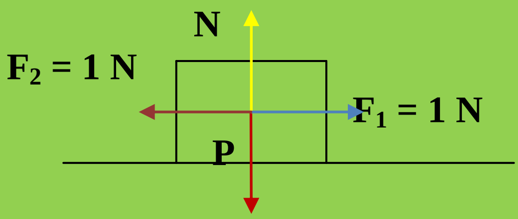
**a)**

$$m = 250\ g \cdot 1\ Kg / 1000\ g = 0{,}250\ Kg$$

$$F = m \cdot a \quad ; \quad a = F / m \quad ; \quad a = 2\ N / 0{,}250\ Kg = 8\ m.s^{-2}$$

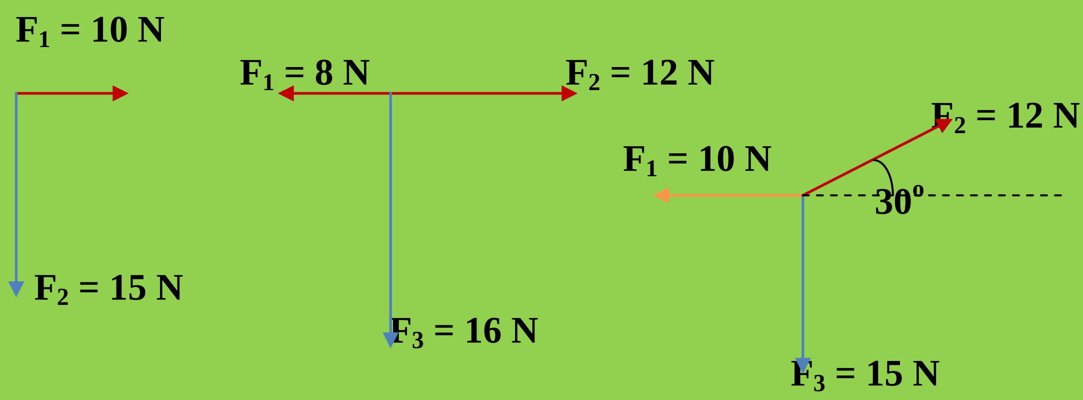
**b)**

**Si queremos que el cuerpo se deslice con velocidad constante se debe cumplir $\sum F = 0$. Por ello, si la fuerza que apunta hacia la izquierda vale 1 N, para que se cumpla la condición anterior la fuerza que apunta hacia la derecha también debe valer 1 N (Equilibrio Estático). El P y la N no tienen juego puesto que sabemos que se anulan siempre.**




**Problema resuelto Nº 18**

**Establecer la resultante de cada uno de los diagramas de fuerzas siguientes:**

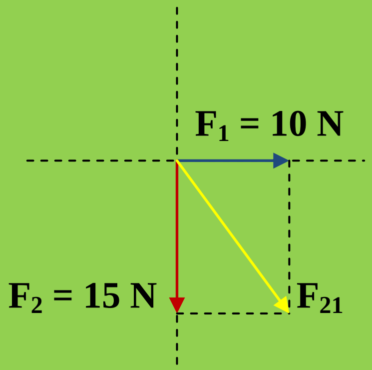



***Resolución:***

**Para realizar este tipo de ejercicios seguiremos los siguientes pasos:**

a) **Llevaremos el diagrama de fuerzas a unos ejes de coordenadas.**
b) **Trabajaremos con pares de fuerzas que sea sencillo hallar su resultante.**
c) **Continuaremos este proceso hasta llegar a tener solamente dos fuerzas cuya resultante sea fácil de calcular (sea uno de los casos estudiados**

**a)**




$F_{21} = ( F_1^2 + F_2^2)^{1/2}$

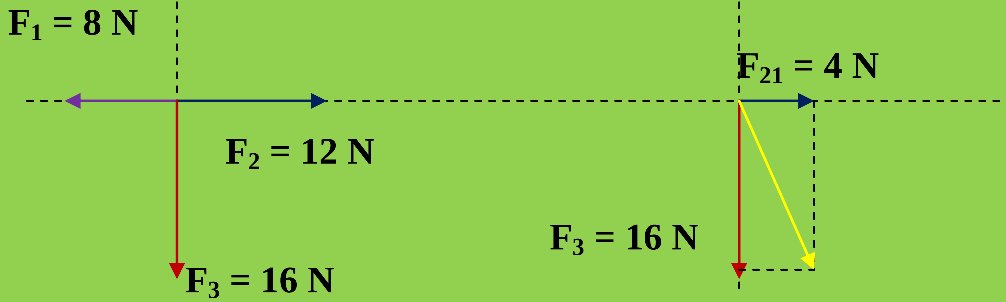
$F_{21} = [(10\ N)^2 + (15\ N)^2]^{1/2}$

$F_{21} = (100\ N^2 + 225\ N^2)^{1/2}$

$F_{21} = (325\ N^2)^{1/2} = \mathbf{18{,}03\ N}$

**b)**

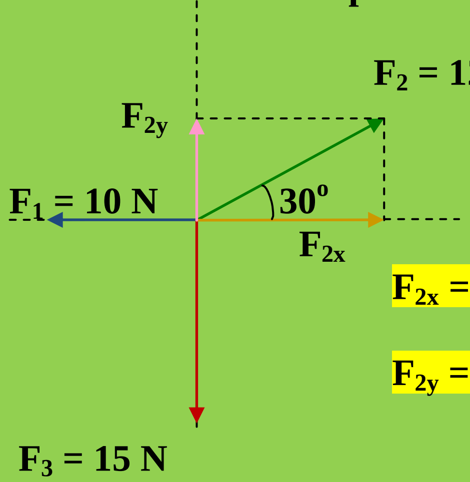
$F_{21} = F_2 – F_1 =$
$= 12\ N – 8\ N = \mathbf{4\ N}$




$F_{321} = ( F_3^2 + F_{21}^2)^{1/2} = ( 16^2 + 4^2)^{1/2} = \mathbf{16{,}5\ N}$

**c)**

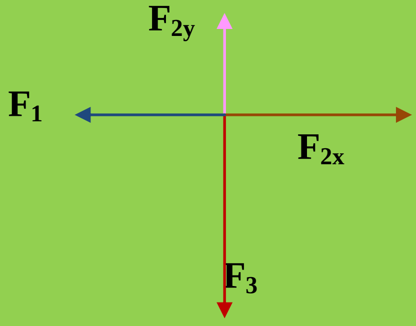
**Descomponemos $F_2$**




$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 30^o = 12 \cdot 0{,}87 = \mathbf{10{,}44\ N}$

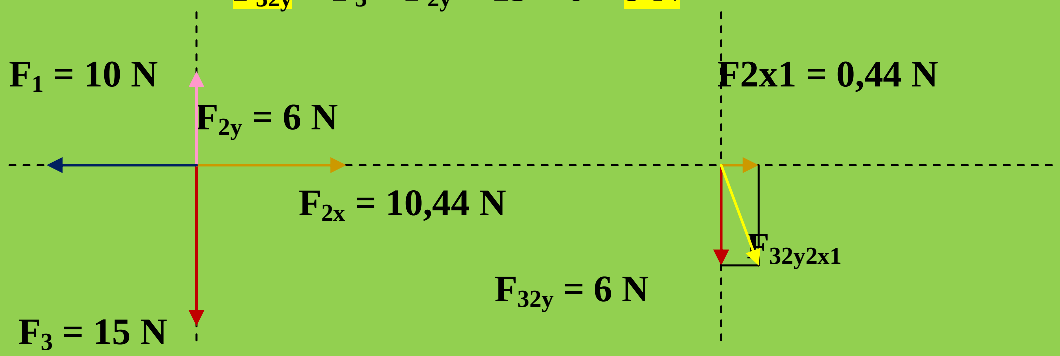
$F_{2y} = F_2 \cdot \text{sen}\ 30^o = 12 \cdot 0{,}5 = \mathbf{6\ N}$

**Ya tenemos todas las fuerzas en los ejes de coordenadas:**




$F_{2x1} = F_{2x} - F_1 = 10{,}44 - 10 = 0{,}44\ N$

$F_{32y} = F_3 - F_{2y} = 15 - 6 = 9\ N$




$F_{32y2x1} = (F_{32y}^2 + F_{2x1}^2)^{1/2} = [(6^2 + (0{,}44)^2)]^{1/2} = 6{,}016\ N$

**Ejemplo resuelto Nº 19**

**Tenemos un cuerpo de masa 5 Kg en lo alto de un plano inclinado 45º sobre la horizontal y de 20 metros de longitud. Determinar, suponiendo que no existe rozamiento:**

a) **La velocidad con la que llega a la parte baja del plano inclinado.**
b) **El tiempo que tarda en recorrer los 20 metros del plano.**

***Resolución***

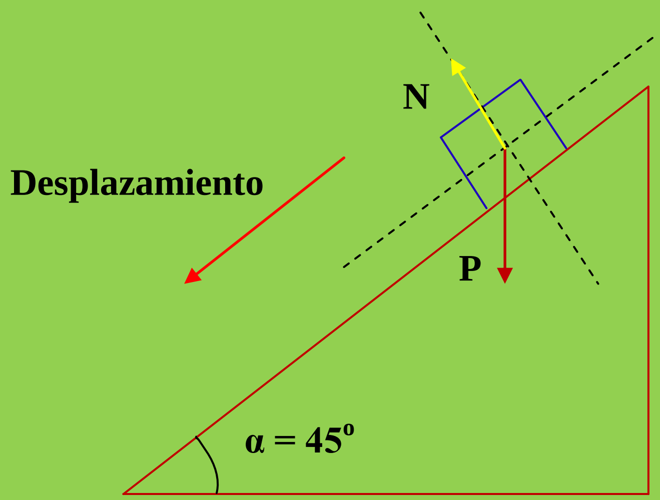
**Es muy normal que se mezclen los problemas de Dinámica y Cinemática.**

**a)**
**Con los datos que nos proporcionan, mediante la ecuación:**

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (1)$$

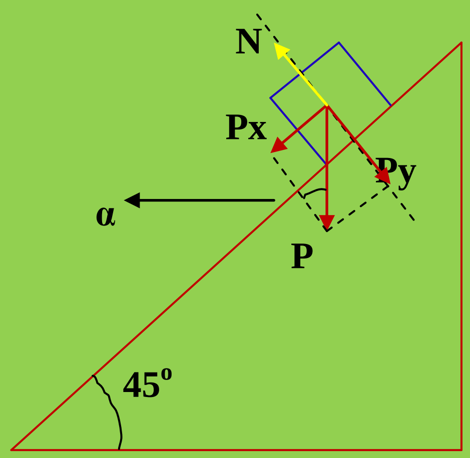
**La $V_o = 0$ luego para conocer la $V_f$ debemos conocer la aceleración. Empezamos con la Dinámica:**

**Situaremos el cuerpo en la parte superior, haremos pasar unos ejes de coordenadas sobre él y estableceremos la fuerzas que actúan.**




**Según estas fuerzas, no existe la que determina el desplazamiento descendente del cuerpo sobre el plano inclinado.**

**Vamos a proyectar el peso sobre los ejes de coordenadas:**



**Con la obtención del diagrama de fuerzas ya hemos hecho algo muy importante. Ahora estudiaremos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cada uno de los ejes de coordenadas:**

**Eje OY:**

**Si hubiéramos trabajado con papel milimetrado podríamos observar que la longitud del vector N y la del vector Py son exactamente iguales. Esto implica, si os acordáis del caso de fuerzas concurrentes en un punto, de igual intensidad, igual dirección y sentido contrario, que la resultante se obtenía mediante la diferencia de las fuerzas luego, en este eje: OY**

$$\sum F = P_y - N = N - P_y = 0$$

**Nos podemos olvidar de Py y de la N.**

**En el eje OY no actúa fuerza alguna.**

**Eje OX:**

**En este eje el ∑ F lo determino de la siguiente forma:**

$$\sum F = F_{ganan} - F_{pierden}$$

**Las $F_{ganan}$ son aquellas que llevan el mismo sentido del desplazamiento del cuerpo. La $F_{pierden}$, las que llevan sentido contrario. En nuestro caso:**

$$\sum F = m \cdot a \quad (2)$$

$$P_x - 0 = m \cdot a$$

**Si en el diagrama de fuerzas observáis el triángulo $\widehat{OP_xP}$ vemos que:**

$$\text{sen}\ \alpha = P_x / P \rightarrow P_x = P \cdot \text{sen}\ \alpha \ ; \ P = m \cdot g \rightarrow P_x = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$$

**Si nos vamos a (2):**

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \cdot \text{sen}\ \alpha$$

**Está ecuación NO QUIERO QUE LA APRENDÁIS DE MEMORIA, quiero que sepáis deducirla.**

**Con esta ecuación conoceremos la aceleración de bajada:**

$$a = 9{,}8\ m \cdot s^{-2} \cdot sen\ 45^o \quad ; \quad a = 6{,}86\ m \cdot s^{-2}$$

**Si nos vamos a la ecuación ( 1 ):**

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad ; \quad V_f^2 = 0 + 2 \cdot 6{,}86\ m \cdot s^{-2} \cdot 20\ m = 274{,}4\ m^2 \cdot s^{-2}$$

$$V_f = (274{,}4\ m^2 \cdot s^{-2})^{1/2} \quad ; \quad V_f = 16{,}56\ m \cdot s^{-1}$$

**b)**
**En lo referente al tiempo:**

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad ; \quad 16{,}56\ m \cdot s^{-1} = 0 + 6{,}86\ m \cdot s^{-2} \cdot t$$

$$16{,}56\ m \cdot s^{-1} = 6{,}86\ m \cdot s^{-2} \cdot t \quad ; \quad t = 16{,}56\ m \cdot s^{-1} / 6{,}86\ m \cdot s^{-2}$$

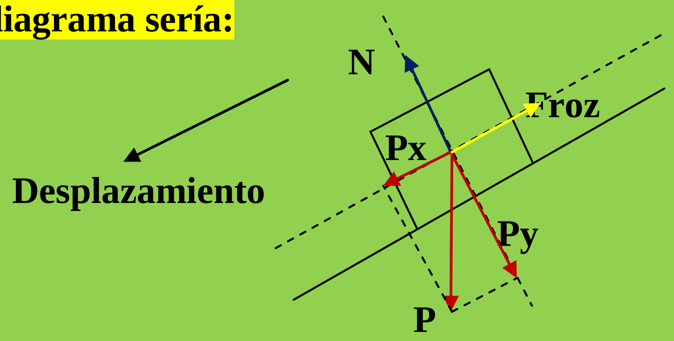
$$t = 2{,}4\ s$$

**Observar que para resolver el ejercicio hemos tenido que recordar ecuaciones de Cinemática pero respecto a la Dinámica, la única ecuación que hemos utilizado ha sido:**

$$\sum F = m \cdot a$$

**Una pequeña variación haría que el diagrama de fuerzas sea distinto y por lo tanto la ecuación final de la aceleración sería distinta a la anterior. Por ejemplo, si existe una fuerza de rozamiento de 2 N**

**El diagrama sería:**




**Eje OY:** $N = Py \rightarrow \sum F = 0$ **( N y Py se anulan mutuamente)**

**Eje OX:** $\sum F = m \cdot a$

**Fganan – Fpierden = m .a**

**Px – Froz = m . a**

**m . g . sen α - Froz. = m . a**

**a = (m . g . sen α – Froz.) / m**

**Observar como la aceleración es distinta a la aceleración de la primera situación.**

**Con el nuevo valor de la aceleración podemos terminar de realizar el problema, con las mismas ecuaciones del primer enunciado.**

**Ejemplo resuelto Nº 20**

**En la base de un plano inclinado, 30º sobre la horizontal, tenemos un cuerpo de 5 Kg de masa. Le aplicamos una fuerza constante de 100 N paralela al plano inclinado y en sentido ascendente, adquiere una velocidad de 20 $m.s^{-1}$.**

a) **¿Qué espacio habrá recorrido, sobre el plano inclinado, a los 20 segundos de iniciado el movimiento.**
b) **¿Qué tiempo ha tardado en recorrer ese espacio?.**

***Resolución***

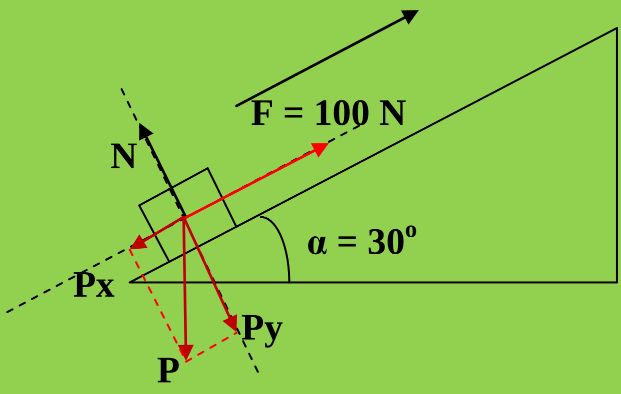
**Leemos el problema y recordamos que el cuerpo está sometido a una fuerza lo que implica una aceleración. Esto me dice que nos encontramos frente a una situación de un M.R.U.A:**

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad (1)$$

$$e = e_o + V_o \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2 \quad (2)$$

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e \quad (3)$$

**En todos los casos nos vemos en la necesidad del cálculo de la aceleración y para ello no tenemos más remedio que plantearnos el diagrama de fuerzas:**




**Eje OY: N = Py → Se anulan mutuamente. No intervienen.**

**Eje OX: $\sum F = m \cdot a$**

$$\sum F = F_{ganan} - F_{pierden}$$

$$F - Px = m \cdot a \quad ; \quad Px = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$$

$$100 - m \cdot g \cdot \text{sen}\ 30^o = m \cdot a$$

$$100 - 5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5 = 5 \cdot a \quad ; \quad a = 75{,}5 / 5 = 15{,}1\ m.s^{-2}$$

**Si trabajamos en el S. I. y nos sabemos las unidades de las diferentes magnitudes con las que hemos trabajado, podemos eliminar unidades de la ecuación y hacer el cálculo más rápido.**

**a)**
**Podemos utilizar la ecuación (3):**

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 \cdot a \cdot e$$

$$(20\ m.s^{-1})^2 = 0 + 2 \cdot 15{,}1\ m.s^{-2} \cdot e$$

$$400\ m^2 \cdot s^{-2} = 30{,}2\ m \cdot s^{-2} \cdot e$$

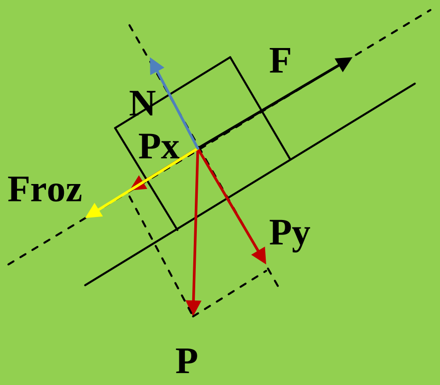
$$e = 400\ m^2 \cdot s\text{-}2 / 30{,}2\ m \cdot s\text{-}2 \quad ; \quad e = 13{,}24\ m$$

**b)**
**En lo referente al tiempo:**

**Vf = Vo + a . t ; 20 m . s-1 = 0 + 15,1 m.s-2 . t**

**$t = 20\ m.s^{-1} / 15,1\ m.s^{-2}$ ; $t = 1,32\ s$**

**Supongamos ahora la existencia de una fuerza de rozamiento de 5 N. El diagrama de fuerzas será:**




**Eje OY: N = Py → ∑ F = 0**

**Eje OX: ∑ F = m . a**

**Fganan – Fpierden = m .a**

**F – ( Px + Froz) = m . a**

**a = [F - (Px + Froz.)] / m**

**a = (F – m . g sen α – Froz.) / m**

**La aceleración es distinta a la aceleración de la situación inicial. El diagrama de fuerzas ya no es el mismo y ∑ F también será distinto. El resto del problema lo podéis resolver con el nuevo valor de la aceleración.**

## Problema resuelto Nº 21

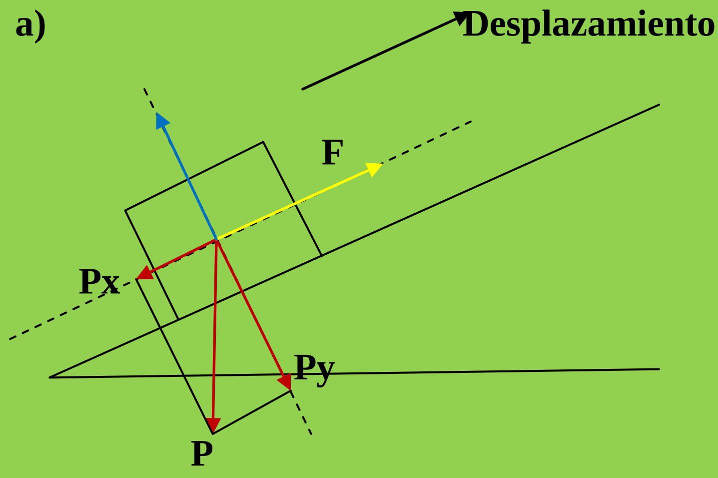
**Para subir un cuerpo de 10 kg por un plano inclinado liso (sin rozamiento) que forma un ángulo de 30º con la horizontal, se le aplica una fuerza de 130 N en la dirección de la máxima pendiente del plano ($p_x$ = 49 N).**

a. **Dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.**

**b. Halla la resultante sobre cada uno de los ejes (perpendicular y paralelo al plano).**
**c. Calcula la aceleración con la que sube por el plano.**
**d. Calcula la velocidad que tiene cuando ha recorrido 20 m.**
**a) Resuelve el ejercicio suponiendo que existe una fuerza de rozamiento 20 N.**

***Resolución***

**a)**




**b)**

**Eje OY:** **N = Py → ∑F = 0**

**Eje OX: ∑F = m . a**

**∑F = Fganan – Fpierden = 130 N – Px = 130 N – 49 N = 81 N**

**c) Trabajamos en el eje OX. En el eje OY hemos visto que ∑F = 0**

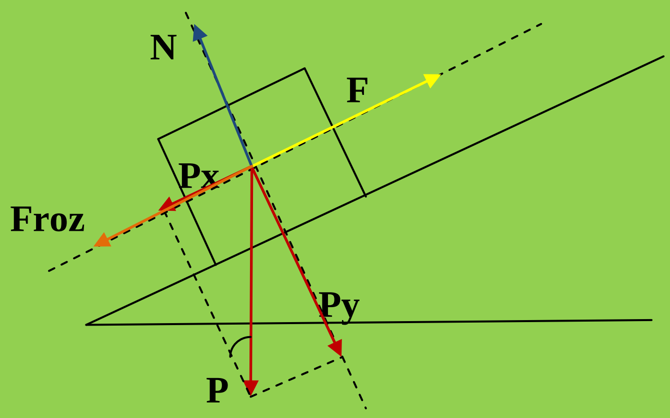
**∑F = m . a ; 81 N = 10 Kg . a ; a = 81 N / 10 Kg = 8,1 m.s$^{-2}$**

**d) En Cinemática:**

**$V_f^2 = V_o^2 + 2 . a . e$ ; $V_o = 0$ → $V_f^2 = 2 . a . e$**

**Vf = ( 2 . a . e )$^{1/2}$ ; $V_f$ = ( 2 . 8,1 m.s-2 . 20 m)1/2 = 18 m.s$^{-}$**

e) **El nuevo diagrama será:**




**Eje OY:** **N = Py → ∑F = 0**

**Eje OX:** **∑F = m . a**

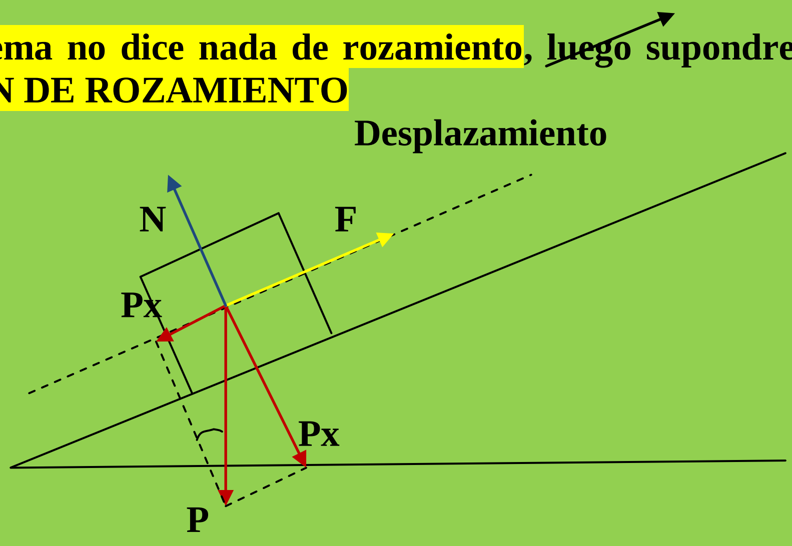
**Fganan – Fpierden = m . a**

**F – ( Px – Froz) = m . a**

**De esta expresión obtenemos el valor de "a" y podemos realizar el resto del problema.**

**Problema resuelto Nº 22**
**Se quiere subir un cuerpo de 200 Kg por un plano inclinado 30 º con la horizontal. Determinar la fuerza que debería aplicarse al cuerpo para que ascendiera por el plano a velocidad constante.**

**El problema no dice nada de rozamiento, luego supondremos que no EXISTEN DE ROZAMIENTO**




**Eje OY:** **N = Py → ∑F = 0**

**El desplazamiento es paralelo al eje OX.**

**Veamos las fuerzas que actúan en este eje.**

**Eje OX:** $\sum F = m \cdot a$

$$F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$$

$$F - P_x = m \cdot a \quad ; \quad F - m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot a$$

**Como queremos que el cuerpo suba a velocidad constante, la aceleración debe valer cero ( a = 0). Luego:**

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot 0$$

$$F - m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = 0$$

$$F = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha \quad ; \quad F = 200\ Kg \cdot 9{,}8\ m.s^{-2} \cdot \text{sen}\ 30^o = 980\ N$$

**Problema Propuesto nº 23**

**Un cuerpo de m = 3Kg se encuentra en la parte más alta de un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal, determina :**

a) **La aceleración con que desciende por el plano si no existe fuerza de rozamiento.**
b) **La aceleración cuando la fuerza de rozamiento vale 0,5 N.**

**(IES MORATO. Enunciado)**

**Problema Propuesto nº 24**

**Un bloque de 2Kg de masa se encuentra sobre un plano horizontal, si sobre él actúa una fuerza de 20N que forma un ángulo de 30º con respecto a la horizontal, calcula la velocidad que lleva después de recorrer 2m.( IES MORATO. Enunciado)**

**Problema Propuesto nº 25**

**Calcula el valor de la fuerza paralela al plano que debemos ejercer sobre un cuerpo m = 2 Kg para que suba por un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal con una aceleración de 2 $m/s^2$ .No existe rozamiento. (IES MORATO)**

## Problema resuelto Nº 26

**Un bloque de m=2 Kg. se encuentra en la parte superior de un plano inclinado 30º y de longitud 4m, después continúa moviéndose por un plano horizontal hasta que se para, por la oposición al avance de una fuerza de 2N, calcula:**

- **Aceleración con que desciende por el plano inclinado.**
- **Tiempo que tarda en recorre los 4m de longitud del plano inclinado.**
- **Velocidad con que llega al final de dicho plano.**
- **Calcula la aceleración que llevará por el plano horizontal.**
- **Tiempo que tarda en detenerse.** **(Fuente Enunciado: IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza)**

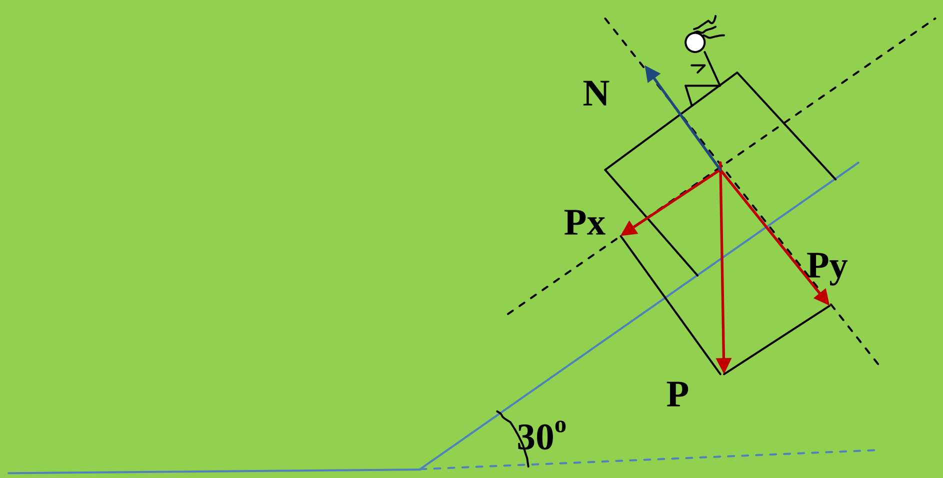
***Resolución***

a) **Mirad, estoy cansado, no, aburrido de hacer tantas fuerzas y descomposiciones de las mismas. Para animarme y seguir realizando el tema voy a subirme arriba del cuerpo que se va a desplazar. Podré de esta forma observar si se dan las condiciones para que se produzca la experiencia propuesta en el problema.**

b) **Veamos:**

   a) **¿Está dibujado el peso? SI**
   b) **¿Están dibujadas las componentes del peso? SI**
   c) **¿Está dibujada la normal? SI**
   d) **¿Hay fuerzas de rozamiento? NO**

**Todo está en condiciones. Pues nos vamos para la parte baja del del plano inclinado**



**Veamos las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en su desplazamiento por el plano inclinado:**

**Eje OY:** $N = Py \rightarrow \sum F = 0$

**Eje OX:** $\sum F = m \cdot a$

$$F_{ganan} - F_{pieden} = m \cdot a$$

$$Px - 0 = m \cdot a \quad ; \quad Px = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha \rightarrow$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot a$$

$$a = g \cdot \text{sen}\ \alpha \quad ; \quad a = 9{,}8\ m.s^{-2} \cdot \text{sen}\ 30^{o} = 4{,}9\ m.s^{-2}$$

c) **Tiempo en descender el plano de 4 metros de largo:**

$$e = V_o \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2 \quad ; \quad V_o = 0 \rightarrow \quad e = ½ \cdot a \cdot t^2$$

$$4\ m = ½ \cdot 4{,}9\ m.s^{-2} \cdot t^2 \quad ; \quad t = (\ 8\ m / 4{,}9\ m.s^{-2})^{1/2}$$

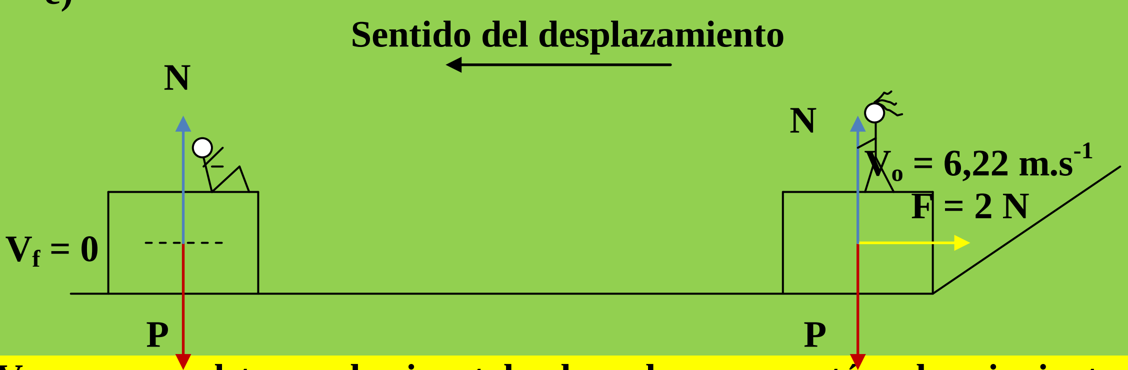
$$t = 1{,}27\ s$$

d) $V_f$?

$$V_f = V_o + a \cdot t \quad ; \quad V_o = 0 \rightarrow \quad V_f = a \cdot t$$

$$V_f = 4{,}9\ m.s^{-2} \cdot 1{,}27\ s = 6{,}22\ m.s^{-1}$$

e)




**Veamos, en el tramo horizontal sobre el cuerpo actúan las siguientes fuerzas:**

**Eje OY: P = N → $\sum F = 0$**

**Eje OX: $\sum F = m \cdot a$**

**Antes de obtener el valor de la aceleración, pensemos. Como la fuerza que actúa lleva el sentido contrario al desplazamiento, la aceleración debe ser negativa. Veamos si es cierto:**

$$F_{ganan} - F_{pierden} = m \cdot a$$

$$0 - F = m \cdot a \;;\; 0 - 2\ N = 2\ Kg \cdot a$$

$$a = -2\ N / 2\ Kg \;;\; a = -1\ m.s^{-2}$$

**En lo referente al tiempo que tarda en pararse, sabemos:**

$V_o = 6{,}22\ m.s^{-1}$

$a = -1\ m.s^{-2}$

$V_f = 0$

$V_f = V_o + a \cdot t$ ; $0 = 6{,}22\ m.s^{-1} + (-1\ m.s^{-2}) \cdot t$

$0 = 6{,}22\ m.s^{-1} - 1\ m.s^{-2} \cdot t$

$1\ m.s^{-2} \cdot t = 6{,}22\ m.s^{-1}$

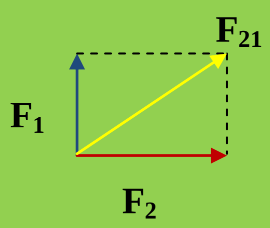
$t = 6{,}22\ m.s^{-1} / 1\ m.s^{-2} = 6{,}22\ s$

## Problema resuelto Nº 24

**Tres fuerzas aplicadas a un mismo punto se equilibran entre sí. Dos de ellas son perpendiculares y sus intensidades valen 10N y 20N. ¿Qué características tendrá la tercera fuerza?. Haga un esquema.** (Fuente Enunciado: IES MORATO. Resolución: A. Zaragoza)

**Resolución:**

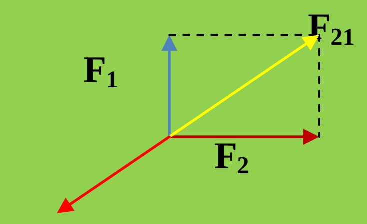
**Trabajaremos con las dos fuerzas que conocemos y que podemos calcular su resultante:**




$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} \;;\; F_{21} = (10^2 + 20^2)^{1/2} \;;\; F_{21} = (100 + 400)^{1/2}$$

$$F_{21} = 22{,}4\ N$$

**La tercera fuerza, $F_3$, tiene que establecer el equilibrio en el sistema, luego numéricamente debe valer 22,4 N, tener la misma dirección de $F_{21}$ y sentido contrario, es decir:**




**$F_3 = - F_{21}$**

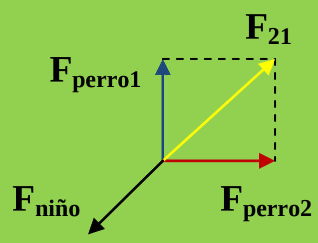
## Problema resuelto Nº 25

**Un niño sujeta en cada una de sus manos un perro atado a una correa. Los dos perros tiran del niño en direcciones perpendiculares y con las fuerzas de 1N y 1,5N. ¿Cómo debe ser la fuerza que haga el niño para no moverse?**

**(IES MORATO. Enunciado. Resolución: A. Zaragoza)**

### *Resolución:*

**Para que el niño no se mueva el sistema ( los dos perros y el niño) debe estar en equilibrio. Para ello el niño tendrá que realizar una fuerza que equilibre a la resultante ($F_{21}$) de las fuerzas que ejercen los perros, es decir, del mismo valor, de la misma dirección y de sentido contrario. Según el esquema:**




$$F_{21} = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} \quad ; \quad F_{21} = [\,1^2 + (1,5)^2]^{1/2}$$

$$F_{21} = (\,1 + 2,25\,)^{1/2} \quad ; \quad F_{21} = 1,8\ N$$

**La fuerza que debe ejercer el niño vale 1,8 N.**

## Problema resuelto Nº 26

**Calcular la velocidad lineal y angular de la luna, en su órbita alrededor de la tierra, expresando la velocidad angular en rad/s y en vueltas/día. (Datos: G= $6,67\cdot10^{-11}$ $N\cdot m^2/Kg^2$; Mt=$5,98\cdot10^{24}$ Kg; R( tierra- luna)= $3,84\cdot10^8$ m).**

***Resolución:***

**$V = \Delta e/t$**

**$\Delta e$ será la longitud de la trayectoria (circular) = $2 \cdot \pi \cdot R$**

**$\Delta e = 2 \cdot 3,14 \cdot 3,84 \cdot 10^8$ m = $24,11 \cdot 10^8$ m**

**La luna tarda aproximadamente 28 días en dar una vuelta a la tierra.**

**t = 28 días . 24 h/ 1 día . 3600 s / 1 h = $2,42 \cdot 10^6$ s**

**luego:**

**$V = 24,11 \cdot 10^8$ m / $2,42 \cdot 10^6$ s = 996,3 $m.s^{-1}$**

**Recordemos que:**

**$V = \omega \cdot R$ ; $\omega = V / R$ ; $\omega$ = 996,3 m.s-1 / $3,84 \cdot 10^8$ m**

**$\omega = 259,45 \cdot 10^{-8}$ rad/s = $2,59 \cdot 10^{-6}$ rad/s**

**En lo referente a vueltas /día partiremos de V:**

**V = 996,3 m.s-1. ( 1 vuelta / $24,11 \cdot 10^8$ m ) . ( 86400 s / 1 día) =**

**= $3,57 \cdot 10^{-2}$ vueltas / día**

## Problema resuelto Nº 27

**Sabiendo que la luna tiene una m = $7,3.10^{22}$Kg y que su radio es de 1740Km, determina:**

- **El valor de la gravedad sobre la superficie de la luna.**
- **El peso de un hombre de M=80Kg situado sobre la superficie lunar.(IES MORATO)**

**El problema debería dar más datos.**

**Resolución:**

a) **Se dedujo en el apartado teórico que:**

$$g = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$$

**1740 Km . 1000 m / 1 Km = 1,74 . $10^6$ m**

$g = (6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/ Kg^2)\ \ 7,3 \cdot 10^{22}\ Kg / (1,74 \cdot 10^7\ m)^2 =$

$= (48,69 \cdot 10^{11}\ N \cdot m^2 / Kg) / 3 \cdot 10^{12}\ m^2 = 16,23 \cdot 10^{-1}\ N/Kg =$

$= 1,62\ N/Kg = 1,62\ m/s^2 = 1,62\ m.s^{-2}$

b) **Sabemos que:**

$P = m \cdot g_L$ ; $P = 80\ Kg \cdot 1,62\ N/Kg = 129,6\ N$

**Problema resuelto Nº 28**

**¿ A qué distancia deben situarse dos cuerpos de masa $10^9$g para que se atrajeran con una fuerza de 1 N.? (IES MORATO. Enunciado)**

***Resolución:***

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \ ; \ d^2 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{F}$$

$m = 10^9\ g \cdot 1\ Kg / 1000\ g = 10^6\ Kg$

$d = ( G \cdot m_1 \cdot m_2/ F )^{1/2}$

$d = (6,67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/ Kg^2 \cdot 10^6\ Kg \cdot 10^6\ Kg / 1\ N)^{1/2} = (6,67 \cdot 10\ m^2)^{1/2} =$

$= 8,16\ m.$

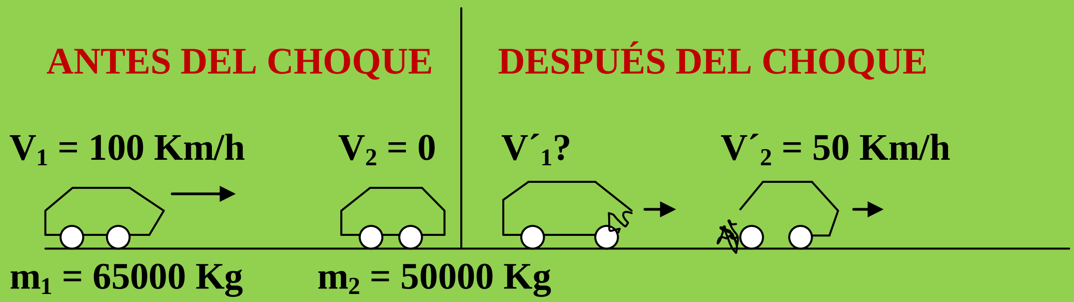
## Ejercicio resuelto Nº 29

**En una autovía existe una retención. El último coche tiene las luces de emergencia encendidas. Por detrás se acerca otro coche con una velocidad de 100 Km/h y choca con el último de la cola que estaba lógicamente parado. Después del choque los dos coches se desplazan en la misma dirección y sentido llevando uno de ellos, el de menor masa, la velocidad de 50 Km/h. Sabiendo que la masa del coche de la cola es de 50000 Kg y la del que viene por detrás de 65000 Kg ¿ Cuál será la velocidad que alcanzará el otro coche?**

***Resolución***

**En este tipo de ejercicios es totalmente necesario establecer un criterio de signos para las velocidades. El criterio a seguir es el siguiente:**

$\longrightarrow$ (+)   (-) $\longleftarrow$




**Determinación de las cantidades de movimiento:**

$p_1 = m_1 \cdot v_1$   $p_2 = m_2 \cdot v_2$   $p'_1 = m_1 \cdot v'_1$   $p'_2 = m_2 \cdot v'_2$

**La ley de conservación de la cantidad de movimiento nos dice:**

$$p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2$$

**Llevando los datos a la ecuación anterior nos queda:**

$v_1 = 100$ Km / h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 27,8 m/s
$v'_2 = 50$ Km / h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 13,9 m/s

$$65000 \,.\, 27{,}8 + 50000 \,.\, 0 = 65000 \,.\, v'_1 + 50000 \,.\, 13{,}9$$

$$1807000 - 695000 = 65000 \,.\, v'_1$$

$$v'_1 = 1112000 / 65000 = 17{,}10\ m \,.\, s^{-1}$$

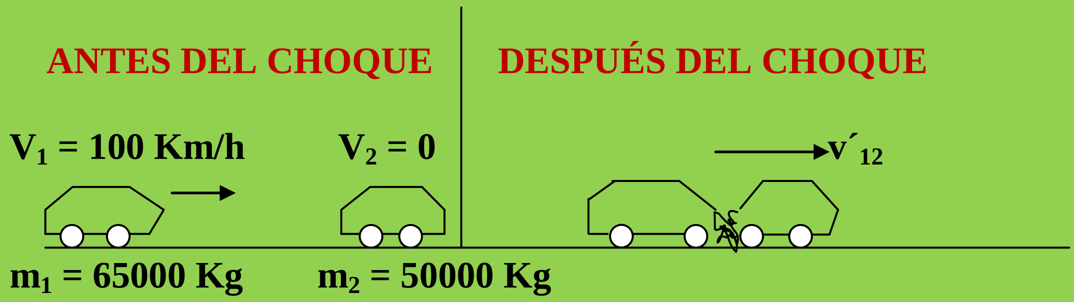
**Ejercicio resuelto Nº 30**

**Si los dos coches del problema anterior quedan incrustados ¿ Con qué velocidad se moverá el conjunto?.**

***Resolución***

**En este tipo de ejercicios es totalmente necesario establecer un criterio de signos para las velocidades. El criterio a seguir es el siguiente:**

$\longrightarrow$ **(+)** **(-)** $\longleftarrow$




**Determinación de las cantidades de movimiento:**

$p_1 = m_1 \,.\, v_1$ $\quad p_2 = m_2 \,.\, v_2$ $\quad p'_{12} = (m_1 + m_2) \,.\, v'_{12}$

**La ley de conservación de la cantidad de movimiento establece que:**

$$p_1 + p_2 = p'_{12}$$

$$m_1 \,.\, v_1 + m_2 \,.\, v_2 = (m_1 + m_2) \,.\, v'_{12}$$

$$65000 \,.\, 27{,}8 + 50000 \,.\, 0 = (65000 + 50000) \,.\, v'_{12}$$

$$1807000 = 115000 \,.\, v'_{12}$$

$$v'_{12} = 1807000 / 115000 = 15{,}7\ m \,.\, s^{-1}$$

## Ejercicio resuelto Nº 31

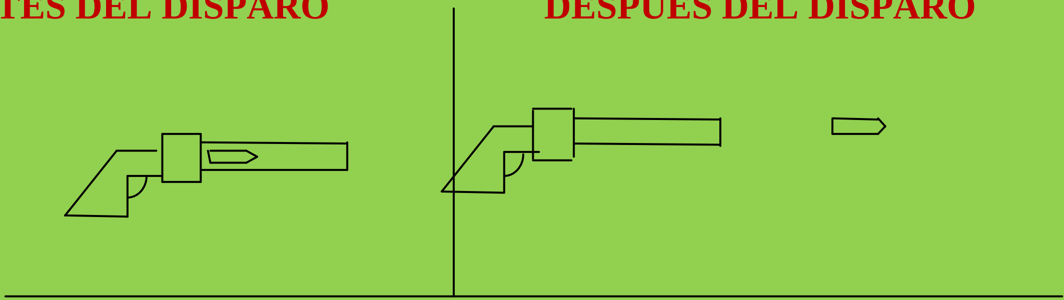
**Un pistolero posee un revolver de masa 200 g y es capaz de disparar proyectiles de 40 g de masa. Al disparar el arma los proyectiles salen con una velocidad de 150 m/s ¿Cuál es la velocidad del revolver? Interpreta el resultado.**

*Resolución*

$m_{pistola}$ = 200 g . 1 Kg / 1000 g = 0,2 Kg

$m_{proyectil}$ = 40 g . 1 Kg / 1000 g = 0,040 Kg

**ANTES DEL DISPARO** **DESPUÉS DEL DISPARO**



$p_{pi} = m \cdot v_{pi}$ $p_{pr} = m \cdot v_{pr}$ $p'_{pi} = m \cdot v'_{pi}$ $p'_{pr} = m \cdot v'_{po}$

**Conservación de la cantidad de movimiento:**

$$m \cdot v_{pi} + m \cdot v_{pr} = m \cdot v'_{pi} + m \cdot v'_{po}$$

$$0,2\ Kg \cdot 0 + 0,04\ Kg \cdot 0 = 0,2\ Kg \cdot v'pi + 0,04\ Kg \cdot 150\ m/s$$

$$0 = 0,2\ v'_{pi} + 6\ ;\ -0,2\ v'_{pi} = 6\ ;\ v'_{pi} = 6 / -0,2 = -30\ m \cdot s^{-1}$$

**La velocidad de la pistola es de 30 m/s *pero en sentido contrario al del proyectil* (velocidad de retroceso de la pistola). Esta conclusión la constata el hecho del valor negativo de la velocidad.**

## Ejercicio resuelto Nº 32

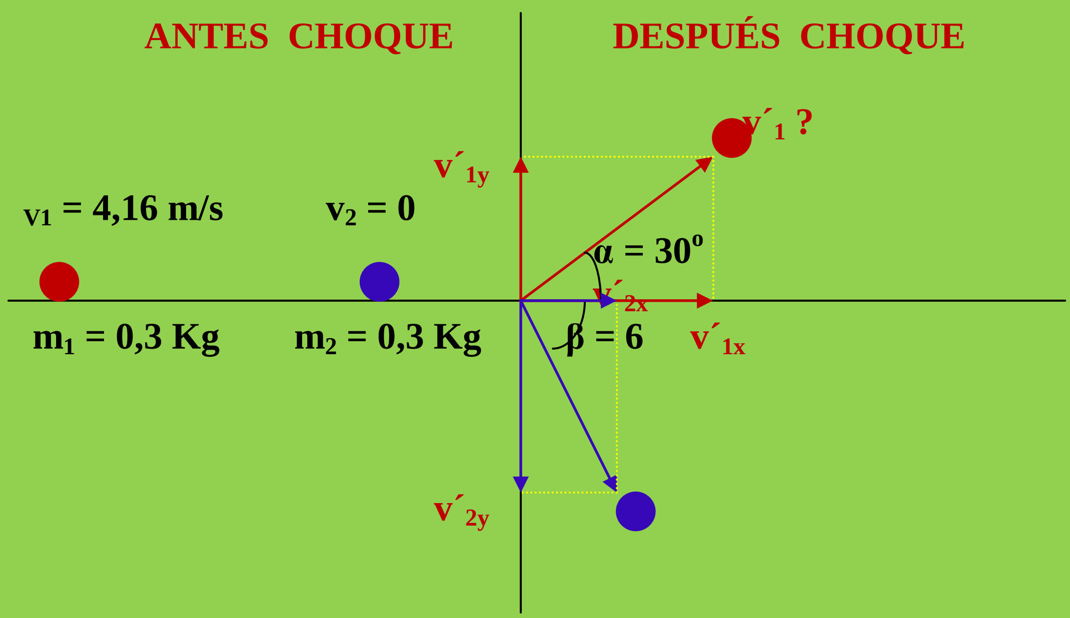
**En el clásico juego del billar nos encontramos con dos bolas de la misma masa, 300 g. A una de ellas se le proporciona una velocidad de 15 Km/h mientras la segunda permanece en reposo. Después del choque una de ellas se desvía formando un ángulo de 30º con respecto a la horizontal en la cual se encontraban las bolas inicialmente. Determinar las velocidades de ambas bolas después del choque. La segunda bola se desvía un ángulo de 60º.**

***Resolución***

$m_{bolas} = 300\ g \cdot 1\ Kg/1000\ g = 0,3\ Kg$

$v_1 = 15\ Km/h \cdot 1000\ m/1\ Km \cdot 1\ h/3600\ s = 4,16\ m/s$

$v_2 = 0$




**En este tipo de choques la Conservación de la Cantidad de Movimiento la haremos en función de los ejes de coordenadas:**

**Eje OX:**

$p_{1x} = m_1 \cdot v_{1x} \quad p_{2x} = m_2 \cdot v_{2x} \qquad p'_{1x} = m_1 \cdot v'_{1x} \quad p'_{2x} = m_2 \cdot v'_{2x}$

$$m_1 \cdot v_{1x} + m_2 \cdot v_{2x} = m_1 \cdot v'_{1x} + m_2 \cdot v'_{2x}$$

$v'_{1x} = v'_1 \cdot \cos 30^o \ ; \ v'_{1y} = v'_1 \cdot \text{sen}\ 30^o$

$v'_{2x} = v'_2 \cdot \cos 60^o \ ; \ v'_{2y} = v'_2 \cdot \text{sen}\ 60^o$

$$0,3 \cdot 4,16 + 0,3 \cdot 0 = 0,3 \cdot v'1 \cdot \cos 30^o + 0.3 \cdot v'2 \cdot \cos 60^o$$

$$1,25 + 0 = 0,3 \;.\; v´1 \;.\; 0,87 \;+\; 0,3 \;.\; v´2 \;.\; 0,5$$

$$1,25 = 0,73 \;.\; v´1 + 0,15 \;.\; v´_2 \quad (1)$$

**Eje OY:**

$$p_{1y} = m_1 \;.\; v1y \qquad p_{2y} = m_2 \;.\; v_{2y} \qquad p´_{1y} = m_1 \;.\; v´_{1y} + m_2 \;.\; v´_{2y}$$

$$m_1 \;.\; v_{1y} + m_2 \;.\; v_{2y} = m_1 \;.\; v´_{1y} + m_2 \;.\; v´_{2y}$$

$$0,3 \;.\; 0 + 0,3 \;.\; 0 = 0,3 \;.\; v´_1 \;.\; sen\ 30º + 0,3 \;.\; (-v´_2 \;.\; sen\ 60º)$$

$$0 = 0,3 \;.\; v´_1 \;.\; 0,5 - v´_2 \;.\; 0,87 \;;\; v´_2 \;.\; 0,87 = v´_1 \;.\; 0,5 \quad (2)$$

**Con las ecuaciones (1) y (2) podemos formar un sistema:**

$$\left.\begin{array}{l} 1,25 = 0,73 \;.\; v´1 + 0,15 \;.\; v´_2 \\ v´2 \;.\; 0,87 = v´1 \;.\; 0,5 \end{array}\right\} \quad \boxed{v´_1 = 0,87 \;.\; v´_2 / 0,5}$$

**Que llevada a (1):**

$$1,25 = 0,73 \;.\; 0,87 \;.\; v´_2 / 0,5 + 0,15 \;.\; v´_2$$

$$0,625 = 0,63\ v´_2 + 0,15\ v´_2$$

$$0,625 = 0,78\ v´_2 \;;\; v´_2 = 0,625 / 0,78 = 0,80\ m \;.\; s^{-1}$$

**Si llevamos** $v´_2$ **a la ecuación (1):**

$$0,80 \;.\; 0,87 = v´_1 \;.\; 0,15 \;;\; 0,76 = v´1 \;.\; 0,15$$

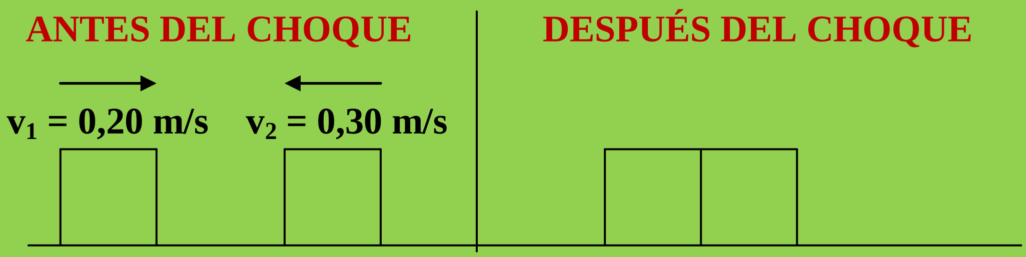
$$v´_1 = 0,76 / 0,15 = 5,06\ m \;.\; s^{-1}$$

**Ejercicio resuelto Nº 33**

**Dos cuerpos de masas 10 y 15 gramos con velocidades de 20 cm/s y 30 cm/s se mueven una al encuentro de la otra. Después del choque los cuerpos permanecen unidos. Determinar la velocidad de desplazamiento del conjunto.**

***Resolución***

**$m_1$ = 10 g . 1 Kg / 1000 g = 0,010 Kg**
**$m_2$ = 15 g . 1 Kg / 1000 g = 0,015 Kg**
**$v_1$ = 20 cm/s . 1 m / 100 cm = 0,20 m/s**
**$v_2$ = 30 cm/s . 1 m / 100 cm = 0,30 m/s**




$p_1 = m_1 \cdot v_1$ $\quad$ $p_2 = m_2 \cdot v_2$ $\quad$ $p'_{12} = (m_1 + m_2) \cdot v'_{12}$

**Conservación de la Cantidad de movimiento:**

$$p_1 + p_2 = p'_{12}$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'_{12}$$

$$0{,}010 \cdot 0{,}20 + 0{,}015 \cdot (-0{,}30) = (0{,}010 + 0{,}015) \cdot v'_{12}$$

$$0{,}002 - 0{,}0045 = 0{,}025\, v'_{12} \;\; ; \;\; -0{,}0025 = 0{,}025\, v'_{12}$$

$$v'_{12} = -0{,}0025 / 0{,}025 = -0{,}1\ m \cdot s^{-1}$$

**El conjunto se desplazará con una velocidad de 0,1 m/s hacia la IZQUIERDA.**

**Ejemplo resuelto Nº 34**

**Un camión de 50000 kg de masa está en movimiento con una velocidad de 0,5 m/s. El conductor del camión observa el cambio de color de un semáforo y pisa el freno proporcionándole al camión una fuerza de frenado de 720 N. Si el semáforo se encontraba a 50 m del camión ¿se detendrá a tiempo el camión? ¿Cuánto tiempo estuvo frenando el camión?**

***Solución***

**$m_{camión}$ = 50000 Kg**
**$v_{ocamión}$ = 0,5 m/s**
**$F_{frenado}$ = -720 N**
**$v_f$ = 0**

**Mediante la ecuación:**

$$F \,.\, ( tf - to ) = m \,.\, ( vf - vo )$$

$$F \,.\, tf = m\,( 0 - 0{,}5 ) \;\; ; \;\; -720 \,.\, tf = 50000 \,.\, (-0{,}5)$$

$$-720 \,.\, tf = -25000 \;\; ; \;\; tf_{(frenada)} = -25000 / -720 = 34{,}7 \text{ s}$$

**El camión estuvo frenando durante 34,7 s. Conociendo la aceleración podemos conocer el espacio de frenada:**

$$a = Vf - Vo / t \;\; ; \;\; a = 0 - 0{,}5 / 34{,}7 = -0{,}014 \text{ m/s}^2$$

**Si llevamos los datos a la ecuación:**

$$v_f^2 = v_o^2 + 2 \,.\, a \,.\, e \;\; ; \; 0 = (0{,}5)^2 + 2 \,.\, (-0{,}014) \,.\, e$$

$$0 = 0{,}25 - 0{,}028 \,.\, e \;\; ; \;\; 0{,}028\, e = 0{,}25 \;\; ; \;\; e = 0{,}25 / 0{,}028 = 8{,}9 \text{ m}$$

**El conductor detiene el camión a una distancia inferior a 50 m y por lo tanto no cometerá *INFRACCIÓN*.**

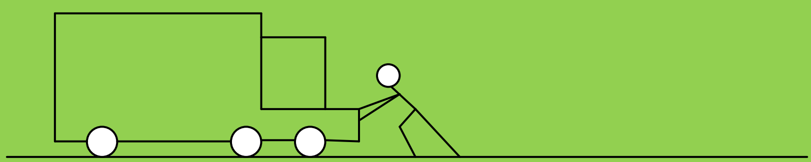
## Ejercicio resuelto Nº 35

**Queremos detener un camión lleva una velocidad de 30 Km/h ¿qué fuerza deberemos aplicar al vagón para pararlo en un tiempo de 50 s?. La masa del camión de 100 toneladas.**

***Solución***

$v_o$ = 30 Km/h . 1000 m/ 1 Km . 1 h / 3600 s = 8,33 m/s
t = 50 s
$v_f$ = 0

m = 100 toneladas . 1000 Kg / 1 Tonelada = 100000 Kg



**Mediante la ecuación:**

$$F \cdot (t_f - t_o) = m \cdot (v_f - v_o)$$

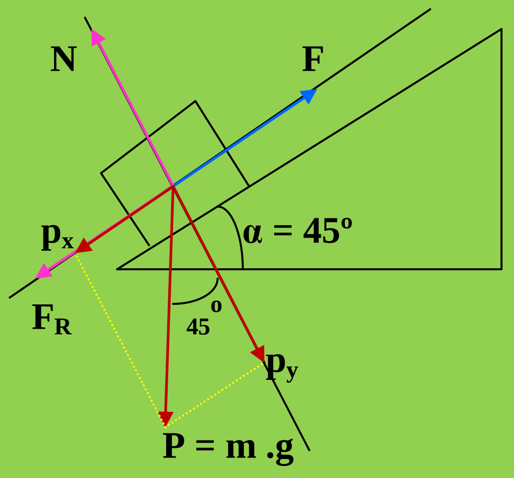
$$F \cdot 50 = 100000 \cdot (0 - 8{,}33) \;;\; 50\,F = -\,833000$$

$$F = -\,833000/50 = -\,16660\ N$$

**Deberemos ejercer una fuerza de 15660 N en *sentido contrario* al movimiento del camión ( signo negativo de la fuerza).**

**Ejercicio resuelto Nº 36**

**Queremos subir un cuerpo de masa 150 Kg por un plano inclinado 45º sobre la horizontal. Ejercemos una fuerza ascendente paralela al plano inclinado que le proporciona al cuerpo una aceleración de 5 m/s$^2$. ¿Cuál es el valor de la fuerza aplicada? ¿Cuál es el valor de la velocidad que alcanza el cuerpo después de que la fuerza ascendente actúe durante 10 s?**
**NOTA: Coeficiente de rozamiento μ = 0,2**




**Aplicando el 2º principio de la Dinámica:**

$$\sum F = m \cdot a$$

$$F - (p_x + Fr) = m \cdot a \quad (1)$$

$Fr = \mu \cdot N$ ; $N = p_y$ ; $p_y = p \cdot \cos 45^o$ ; $p_y = m \cdot g \cdot \cos 45^o$

$p_y = 150 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7$ ; $p_y = 1030{,}05\ N \rightarrow Fr = 0{,}2 \cdot 1030{,}05 = 206{,}1\ N$

**$p_x = p \cdot sen\ 45^o$ ; $p_x = m \cdot g \cdot sen\ 45^o$ ; $p_x = 150 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 = 1030{,}05\ N$**

**De la ecuación (1):**

$$F - ( 1030{,}05 + 206{,}1 ) = 150 \cdot 5 \ ; \ F \cdot 1236{,}15 = 750$$

$$F = 750 / 1236{,}15 = 0{,}6\ N$$

**En lo referente a la velocidad alcanzada a los 10 s de iniciado el movimiento:**

$$F \cdot t = m \cdot ( v_f - v_o ) \ ; \ v_o = 0 \ ; \ F \cdot t = m \cdot v_f$$

$$0{,}6 \cdot 10 = 150 \cdot v_f \ ; \ 6 = 150 \cdot v_f \ ; \ v_f = 6 / 150 = 0{,}04\ m \cdot s^{-1}$$

## Ejercicio resuelto Nº 37

**Un niño quiere comprobar la fuerza que tiene mediante el lanzamiento de una piedra de masa 5 Kg. Su acción sobre la piedra hasta que esta queda libre dura 1,5 s y la piedra alcanza una velocidad de 70 m/s ¿ Cuál será el valor de la fuerza?**

***Resolución***

**m = 5 Kg**
**t = 1,5 s**
**$v_f$ = 70 m/s**

**La ecuación a utilizar es:**

$$F \cdot t = m \cdot ( v_f - v_o )$$

$$F \cdot 1{,}5 = 5 ( 70 - 0 ) \ ; \ F \cdot 10 = 5 \cdot 70 \ ; \ F = 350 / 10 = 35\ N$$

## Ejercicio resuelto Nº 38

**El motor de un coche es capaz de desarrollar una fuerza de 3000 N. Si partimos del reposo y la masa del coche es de 15000 Kg ¿Qué velocidad alcanzará transcurridos 15 s?**

***Resolución***

**F = 3000 N**
**$v_o$ = 0**
**m = 15000 Kg**

**t = 15 s**

**Ecuación a utilizar:**

$$F \cdot t = m \cdot (vf - vo)$$

$$3000 \cdot 15 = 15000 \cdot (v_f - 0) \;;\; 45000 = 15000 \cdot vf$$

$$Vf = 45000 / 15000 = 3\ m \cdot s^{-1}$$

**Ejercicio resuelto Nº 39**

**El cañón de una escopeta mide 1,25 m y es capaz de disparar proyectiles de 300 gramos. El tiempo que tarda el proyectil en salir del tubo del cañón es 0,5 s. con una velocidad de 250 m/s. Determinar:**

a) **La aceleración que adquiere el proyectil dentro del cañón.**
b) **La fuerza que desarrolla la expansión de los gases.**

***Resolución***

**l = 1,25 m**
**m = 300 g . 1 Kg / 1000 g = 0,3 Kg**
**$v_f$ = 50 m/s**
**t = 0,5 s**

a) **Dentro del cañón del arma y por Cinemática sabemos que:**

$$a = v_f - v_o / t \;;\; a = 250 - 0 / 0{,}5 = 500\ m/s^2$$

b) **En lo referente a la fuerza de expansión de los gases:**

$$F \cdot t = m\,(vf - vo)$$

$$F \cdot 0{,}5 = 0{,}3 \cdot (250 - 0) \;;\; F \cdot 0{,}5 = 75 \;;\; F = 75 / 0{,}5 = 150\ N$$

**Se podía haber resuelto la cuestión de forma más corta aplicando el *2º Principio de la Dinámica*:**

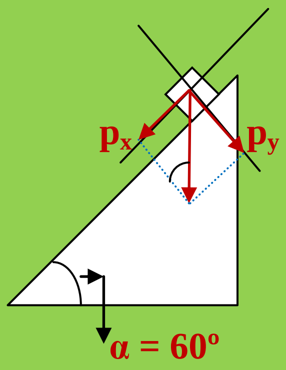
$$\sum F = m \cdot a \;;\; F = 0{,}3 \cdot 500 = 150\ N$$

## Ejercicio resuelto Nº 40

**Desde la parte alta de un plano inclinado 60º sobre la horizontal dejamos en libertad un cuerpo de masa 75 Kg. Si no existe una fuerza de rozamiento determina la fuerza que debe actuar sobre el cuerpo para que consiga una aceleración de bajada de 5 m/s$^2$.**

***Resolución***

**Lo primero que debemos de comprobar es si su propio peso le proporciona esa aceleración:**




**La única fuerza que lleva la dirección y sentido descendente es *"$p_x$"*.**

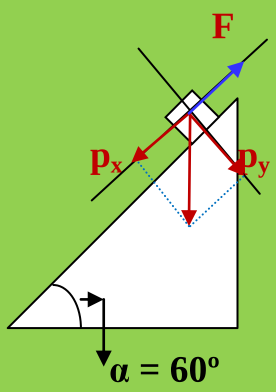
$$\sum F = m \cdot a$$

$$p_x = p \cdot sen\ \alpha = m \cdot g \cdot sen\ \alpha$$

$$m \cdot g \cdot sen\ \alpha = m \cdot a \ ; \quad g \cdot sen\ \alpha = a$$

$$a = 9{,}81 \cdot 0{,}86 = 8{,}43\ m \cdot s^{-2}$$

**El propio peso le proporciona una aceleración superior a la establecida luego la fuerza que debemos ejercer debe ser paralela al plano inclinado, de la misma dirección de *"$p_x$"* pero de sentido contrario para frenar al cuerpo y conseguir la aceleración de 5 m/s$^2$:**




**La única fuerza que lleva la dirección y sentido descendente es *"$p_x$"*.**

$$\sum F = m \cdot a$$

$$p_x = p \cdot sen\ \alpha = m \cdot g \cdot sen\ \alpha$$

***Como sabemos:***

$$\sum F = m \cdot a \ ; \quad [\, p_x + (-F)\, ] = m \cdot a \ ; \quad m \cdot g \cdot sen\ \alpha - F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot g \cdot sen\ \alpha - m \cdot a \ ; \quad F = 75 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 - 75 \cdot 5 =$$

$F$ = 640,1 – 375 = *265,1 N.*

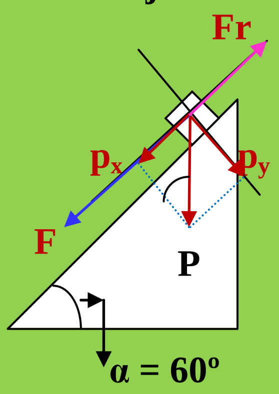
## Ejercicio resuelto Nº 41

**Resolver el problema anterior cuando exista una fuerza de rozamiento de 850 N.**

***Resolución***

$p_x$ = m . g . sen 60º ; $p_x$ = 75 . 9,81 . 0,87 = 640,1 N

Al ser mayor la fuerza de rozamiento que $p_x$, el cuerpo no descenderá y si queremos que descienda con una aceleración de 5 $m/s^2$ la fuerza "F" que debemos ejercer debe tener la misma dirección y sentido que $p_x$:




En base al 2º principio de la Dinámica:

$\sum F = m \cdot a$

Podemos escribir:

[(F + $p_x$) – Fr = m . a

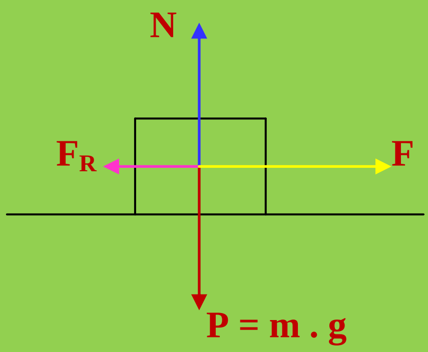
F + 640,1 – 850 = 75 . 5 ; $F$ = 375 – 640,1 + 850 = *584,9 N*

## Ejercicio resuelto Nº 42

**Dos obreros quieren mover un cajón, por una plataforma horizontal, que junto con su contenido tiene una masa de 80 kg. El coeficiente de rozamiento estático ($\mu_e$) vale 0,3. Puesto en movimiento el cajón la plataforma se inclina hacia abajo un ángulo para que dicho cajón descienda por sí mismo. El coeficiente de rozamiento cinético ($\mu_c$) es de 0,2. ¿Cuál será el ángulo de inclinación para que se cumplan tales condiciones?.**

***Resolución***

En el plano horizontal las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son:
Para iniciar el movimiento del cajón los dos obreros deben vencer la fuerza de rozamiento puesto que la normal y el peso se anulan mutuamente:




**Se dan las siguientes circunstancias:**

**a)** **N = P → Se anulan entre ellas**

**b)** $F_R = \mu \cdot N = 0{,}3 \cdot P = 0{,}3 \cdot m \cdot g$

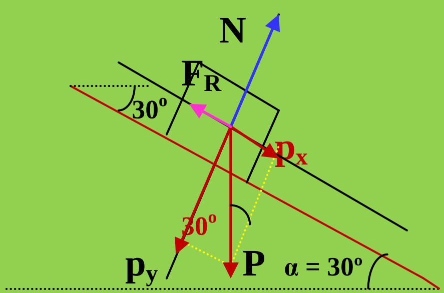
$= 0{,}3 \cdot 80 \cdot 9{,}81 = 235{,}44\ N$

**Las dos únicas fuerzas que actúan sobre el cuerpo son F y $F_R$, luego:**

$$F + (-F_R) = 0 \ ;\ F - F_R = 0 \ ;\ F = Fr = 235{,}44\ N$$

**Inclinamos el plano hacia abajo:**

**El nuevo diagrama de fuerzas es:**




**Como en el caso anterior la N y el P se anulan mutuamente pero ahora la normal equivale a:**

$$N = P_y = P \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

**El 2º Principio de la Dinámica nos dice:**

$$\sum F = m \cdot a$$

$$p_x - Fr = m \cdot a \ ;\ m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha - \mu_c \cdot N = 0$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\cancel{m}\,( g \cdot \text{sen}\ \alpha - \mu_c \cdot g \cdot \cos \alpha ) = 0$$

$$g\ (\text{sen}\ \alpha - \mu c \cdot \cos\alpha) = 0 \quad ; \quad \text{sen}\ \alpha - \mu c \cdot \cos\alpha = 0$$

**Nos queda:**

$$\text{sen}\ \alpha - \mu c \cdot \cos\alpha = 0$$

$$\text{sen}\ \alpha = \mu c \cdot \cos\alpha$$

**Si dividimos ambos miembros por cos α, nos queda:**

$$\text{sen}\ \alpha / \cos\alpha = \mu c \cdot \cos\alpha / \cos\alpha$$

$$\text{tag}\ \alpha = \mu c \quad ; \quad \text{tag}\ \alpha = 0{,}2 \rightarrow \alpha = 11{,}54^o$$

**Ejercicio resuelto Nº 43**

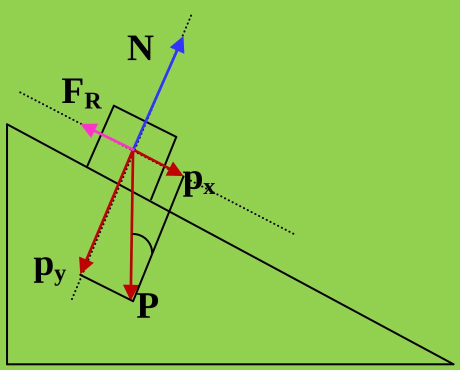
**En lo alto de un plano inclinado, 45º sobre la horizontal, tenemos un cuerpo de masa "m". El μ = 0,2. Determinar:**

a) **La aceleración de caída.**
b) **¿Qué espacio de plano inclinado habrá recorrido en 15 segundos?.**
c) **¿Cuál es la velocidad alcanzada al cabo de los 15 s?**

***Resolución***

**a)**

**Diagrama de fuerzas:**




a) $V_o = 0$ ; $\alpha = 45^o$

$$\sum F = m \cdot a$$

$$[\,p_x + (-F_R)\,] = m \cdot a$$

$$p_x = p \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$$

$$F_R = N = p_y = m \cdot g \,,\, \cos\alpha$$

$$[\,p_x + (-F_R)\,] = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot a$$

**Sacando factor común (m . g) nos queda:**

$$\cancel{m} \cdot g \,(\, sen\, \alpha - \mu \cos \alpha \,) = \cancel{m} \cdot a$$

$$a = g \cdot (\, sen\, \alpha - \mu \cdot \cos \alpha \,)$$

$$a = 9{,}81 \cdot (\, sen\, 45^o - 0{,}2 \cdot \cos 45^o \,)$$

$$a = 9{,}81 \cdot (\, 0{,}7 - 0{,}14 \,) = 5{,}5\ m \cdot s^{-2}$$

**b)**

**Vo = 0 ; t = 15 s**

**Según la Cinemática:**

$e = vo \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$ ; $Vo = 0 \rightarrow e = ½ \cdot a \cdot t^2$ ; $e = ½ \cdot 5{,}5 \cdot (15)^2$

$$e = 618{,}75\ m$$

**c)**

**También en función de la Cinemática sabemos que:**

$$Vf = Vo + a \cdot t$$

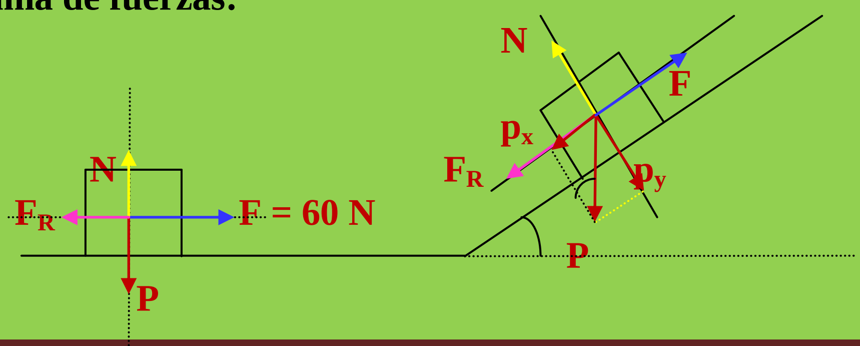
**Como** $v_o = 0 \rightarrow Vf = a \cdot t \rightarrow Vf = 5{,}5\ m/s^2 \cdot 15\ s = 82{,}5\ m \cdot s^{-1}$

**Ejercicio resuelto Nº 44**

**Un bloque de piedra de masa 30 Kg puede ser arrastrado por una superficie horizontal mediante una fuerza paralela al plano de 50 N. Si elevamos el plano una inclinación de 30º que fuerza paralela al plano inclinado sería necesario aplicar para que el bloque ascienda con una aceleración constante de 5 m/s²?.**

***Resolución***

**Diagrama de fuerzas:**



**En el plano inclinado se cumple:**

$$\sum F = m \cdot a$$

$$F - (p_x + F_R) = m \cdot a \;\; ; \;\; F - p_x - F_R = m \cdot a$$

$p_x = m \cdot g \cdot sen\,\alpha$
N = $p_y = m \cdot g \cdot cos\,\alpha$

$$F - m \cdot g \cdot sen\,\alpha - \mu \cdot N = m \cdot a$$

$$F - m \cdot g \cdot sen\,\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,\alpha = m \cdot a$$

**Lo conocemos todo excepto $\mu$. Para su conocimiento nos vamos al plano horizontal en donde se cumple:**

$$\sum F = m \cdot a$$

**como** $a = 0$

$$F - F_R = m \cdot 0 \;\; ; \;\; F - F_R = 0 \rightarrow F = F_R$$

**Sabemos que** $F_R = \mu \cdot N$ ; N = P $\rightarrow F_R = \mu \cdot P = \mu \cdot m \cdot g$

**Luego:**

$$F = \mu \cdot m \cdot g \;\; ; \;\; \mu = F / m \cdot g \;\; ; \;\; \mu = 60\ N / 30\ Kg \cdot 9{,}81\ m/s^2$$

$$\mu = 60 / 294{,}3 = 0{,}2 \text{ ( No tiene unidades )}$$

**Ya nos podemos marchar al plano inclinado:**

$$F - m \cdot g \cdot sen\,\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,\alpha = m \cdot a$$

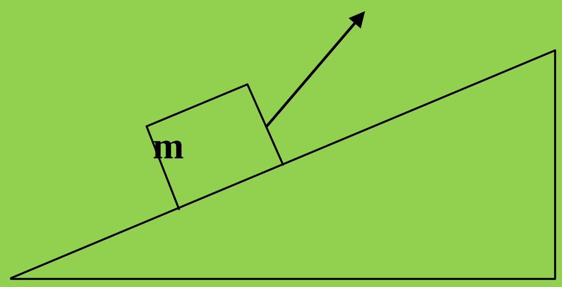
$$F - 30 \cdot 9{,}81 \cdot sen\,30^o - 0{,}2 \cdot 30 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 = 30 \cdot 5$$

$$F - 147{,}5 - 51{,}2 = 150 \;\; ; \;\; F - 198{,}7 = 150$$

$$F = 150 + 198{,}7 = 348{,}7\ N$$

## Ejercicio resuelto Nº 45

**Según el esquema adjunto:**




**DATOS: F = 100 N ; μ = 0,3 ; g = 10 m/s² ; m = 15 Kg. ; α = 30º**

**Determinar:**

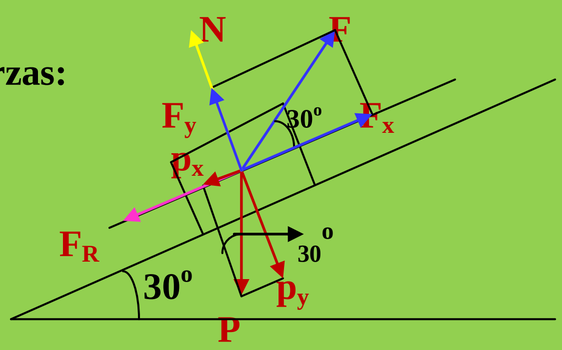
a) **Diagrama de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.**
b) **El valor de la fuerza de rozamiento, $F_R$, para que el cuerpo quede en reposo.**
c) **El valor de la fuerza F para que el cuerpo ascienda por el plano inclinado con una aceleración de 5 m/s².**

***Resolución***

**a)**

**Sobre el cuerpo además de actuar la fuerza *"F"* actúan el *peso* del cuerpo y la *normal*. Introduciremos un sistema de coordenadas en donde incorporaremos las fuerzas o la descomposición de estas en los ejes de coordenadas:**

**Diagrama de fuerzas:**



**b)**

**Las fuerzas que pueden actuar en la dirección y sentido del desplazamiento del cuerpo son aquellas que tienen componentes en el eje OX. Como el cuerpo debe quedar en reposo se cumplirá:**

$$\sum F = 0$$

**En base a esta ecuación:**

$$F_x - ( p_x + F_R ) = 0$$

$F_x = F \cdot \cos \alpha$
$p_x = p \cdot \text{sen } \alpha$

$$F \cdot \cos 30^o - m \cdot g \cdot \text{sen } 30^o - F_R = 0$$

$$100 \cdot 0{,}87 - 15 \cdot 10 \cdot 0{,}5 - F_R = 0$$

$$87 - 75 - F_R = 0 \; ; \; F_R = 87 - 75 = 12\ N$$

**c)**

**Se debe de cumplir que:**

$$\sum F = m \cdot a$$

**Como en el caso anterior serán las fuerzas del eje OX las que intervendrán en el desplazamiento del cuerpo. Como el cuerpo asciende:**

$$Fx - ( px + F_R) = m \cdot a \quad (1)$$

$F_R = \mu \cdot N$

**En el eje OY se cumple:**

$$F_y + N = p_y \; ; \; N = p_y - F_y$$

**Nos vamos a la ecuación (1):**

$$Fx - px - \mu \cdot N = m \cdot a$$

$$F_x - p_x - \mu \cdot ( p_y - F_y ) = m \cdot a$$

$F_x = F \cdot \cos \alpha$
$F_y = F \cdot \text{sen}\ \alpha$

$$F \cos 30^o - m \cdot g \cdot \text{sen}\ 30^o - \mu ( py - Fy ) = m \cdot a$$

$p_y = p \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$
$F_y = F \cdot \text{sen}\ \alpha$

$$F \cdot 0{,}87 - 15 \cdot 10 \cdot 0{,}5 - 0{,}3 ( m \cdot g \cdot \cos 30^o - F \cdot \text{sen}\ 30^o) = m \cdot a$$

$$F \cdot 0{,}87 - 75 - 0{,}3 ( 15 \cdot 10 \cdot 0{,}87 - F \cdot 0{,}5 ) = 15 \cdot 5$$

$$0{,}87 F - 75 - 39{,}15 + 0{,}15 F = 75$$

$$0{,}87 F + 0{,}15 F = 75 + 75 + 39{,}15$$

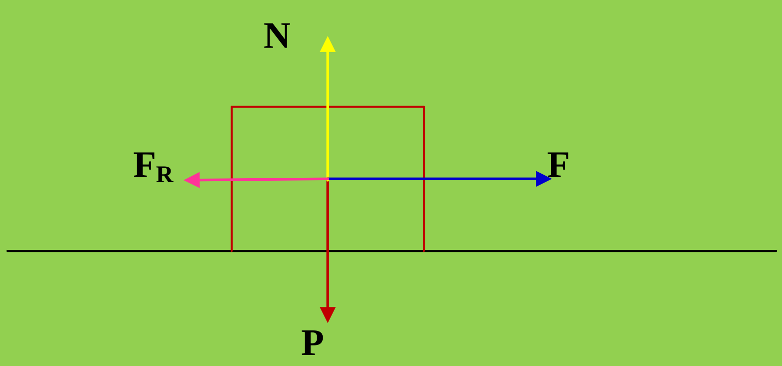
$$1{,}02 F = 189{,}15 \ ; \ F = 189{,}15 / 1{,}02 = 185{,}44 \ N$$

**Ejercicio resuelto Nº 46**

**En un tiempo de 10 segundos hacemos pasar un bloque del reposo hasta conseguir una velocidad de 15 m/s. sobre una superficie horizontal. Tal efecto se ha conseguido por la acción de una fuerza paralela al plano horizontal y de valor 1/2 veces el valor del peso del cuerpo. ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento?**

***Resolución***

**El diagrama de fuerzas es:**




**Podemos aplicar la ecuación:**

$$\sum F \cdot t = m \cdot ( Vf - Vo)$$

$$(F - F_R) \cdot t = m \cdot (Vf - Vo)$$

$F = 1/2\ p = 1/2 \cdot m \cdot g$
$F_R = \mu \cdot N \;;\; N = p \;;\; F_R = \mu \cdot m \cdot g$

$$(1/2 \cdot m \cdot g - \mu \cdot m \cdot g) \cdot 10 = m \cdot (15 - 0)$$

**Sacamos factor común la masa:**

$$\cancel{m} \cdot (1/2 \cdot 9{,}81 - \mu \cdot 9{,}81) \cdot 10 = \cancel{m} \cdot 15$$

$$49{,}5 - 98{,}1\ \mu = 15 \;;\; 98{,}1\ \mu = 49{,}5 - 15$$

$98{,}1\ \mu = 34{,}5 \;;\; \mu = 34{,}5 / 98{,}1 = 0{,}35$ (**NO TIENE UNIDADES**)

**Ejercicio resuelto Nº 47**

**Dentro de la caja de un ascensor tenemos un cuerpo de masa 75 Kg. Determinar la fuerza que realiza el cuerpo sobre el fondo del ascensor cuando:**

a) **Está parado.**
b) **Asciende con una aceleración de 1 $m/s^2$.**
c) **Asciende con velocidad constante.**
d) **Llegando al piso deseado el motor del ascensor proporciona una aceleración de -1 $m/s^2$.**
e) **Desciende con una aceleración de 1 $m/s^2$.**
f) **Desciende con velocidad constante.**
g) **Llegando a la planta baja el ascensor adquiere una aceleración de -1 $m/s^2$.**

***Resolución***

**La clave de este tipo de problemas se basa en el hecho de que *la fuerza que actúa sobre el suelo del ascensor es equivalente a la Tensión del cable*. Se podría demostrar con los aparatos de medida correspondientes.**

**Vamos a resolver el ejercicio mediante dos métodos para poner de manifiesto las *Fuerzas de Inercia* ( ficticias) y *Fuerzas reales*.**

## Mediante fuerzas ficticias:

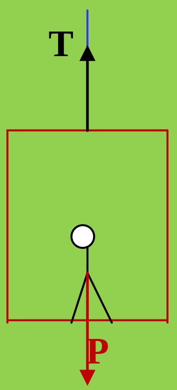
**En el ejercicio intervienen tres tipos de fuerza:**

*a) El peso del cuerpo.*
*b) La tensión del cable.*
*c) La fuerza de Inercia.*

**Utilizaremos el Principio de D´Alember:** ***La suma algebraica de todas las fuerzas que actúen sobre un sistema, incluidas las de Inercia, es igual a cero.***

$$\sum F_{reales} - Fi = 0 \;\; ; \;\; Fi = m \,.\, a \rightarrow \sum F_{reales} - m \,.\, a = 0$$

**a) Ascensor en reposo. Diagrama de fuerzas:**

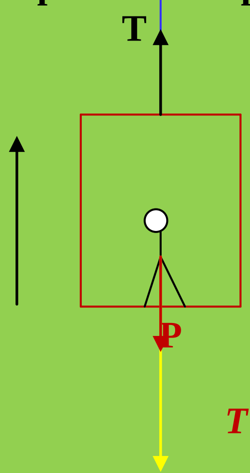


**Como el sistema no está acelerado** ***no existen Fuerzas de inercia*****.**
**Se cumple entonces que:**

$$\sum F_{reales} = 0 \; ; \;\; T - P = 0 \rightarrow T = P$$

$$T = P = m \,.\, g = 75 \text{ Kg} \,.\, 9{,}81 \text{ m/s}^2 = 735{,}75 \text{ N}$$

**b) Asciende con una aceleración de 1 m/s2. El diagrama de fuerzas quedaría:**
**Las fuerzas de Inercia siempre llevan la misma dirección del desplazamiento pero en sentido contrario.**



**Como el sistema está acelerado** ***existen Fuerzas de inercia*****. Estas como**
**Se cumple entonces que:**

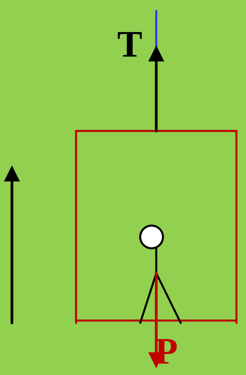
$$\sum F_{reales} - m \,.\, a = 0 \; ; \; [(T + (-P)] - m \,.\, a = 0$$

$$T - P - m \,.\, a = 0 \;\; ; \;\; T = P + m \,.\, a$$

$$T = m \,.\, g + m \,.\, a = 75 \,.\, 9{,}81 + 75 \,.\, 1 = 810{,}75 \text{ N}$$

**Fi = m . a**

c) **Cuando asciende con velocidad constante. El sistema no está acelerado y por lo tanto no existen las fuerzas de Inercia. El diagrama de fuerzas queda de la forma:**



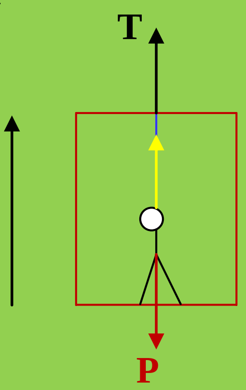

**Se cumple entonces que:**

$\sum F_{reales} - \cancelto{0}{m . a} = 0$ ; **[( T + ( – P)] = 0**

**T – P = 0 ; T = P → T = m . g**

***T*** **= m . g =** ***735,75 N***

d) **Cuando asciende con una aceleración de -1 m/s$^2$. La aceleración negativa nos dice que el ascensor está parando y por lo tanto las fuerzas de Inercia irán hacia arriba. El diagrama de fuerzas quedará:**



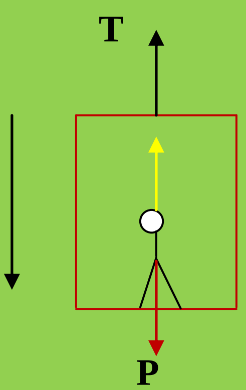

**El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia.**
**Se cumple que:**
$\sum F_{reales} - m . a = 0$ ; **[( T + (-P)] – m . a = 0**

**T – P – m . a = 0 ; T – m . g – m . a = 0**

**T = m . g + m . a ; T = 75 . 9,81 + 75 . (-1) =**

***T*** **= 735,75 N – 75 . 1 N =** ***660,***

e) **Desciende con una aceleración de 1 m/s$^2$.**

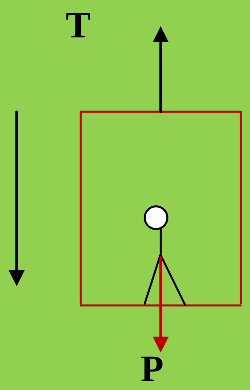



**El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia.**
**Como el ascensor desciende la Fi tiene el sentido ascendente. Se cumple que:**
$\sum F_{reales} - m . a = 0$ ; **[( P + (-T)] – m . a = 0**

**P – T – m . a = 0 ; T = P – m . a**

$$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot 1 = 660{,}75\ N$$

f) **Desciende a velocidad contante. El diagrama de fuerzas quedaría de la forma:**




**El sistema no está acelerado y no aparecerán Las fuerzas de Inercia.**

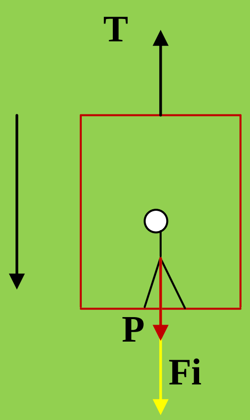
**Sentido descendente. Se cumple que:**

$\sum F_{reales} = 0$ ; **[( P + (-T)] = 0**

$P - T = 0$ ; $T = P$ **= m . g = 75 . 9,81 =**

$= 735{,}75\ N$

g) **Desciende con una aceleración de -1 m/s$^2$. Este valor negativo de la aceleración indica que el ascensor va frenando y entonces las fuerzas de inercia tienen un sentido descendiente. El diagrama de fuerzas es:**




**El sistema está acelerado y aparecerán las fuerzas de Inercia.**

**Sentido descendente. Se cumple que:**

$$\sum Freales - m \cdot a = 0$$

**[P + (-T) | - m . a = 0 ; P – T – m . a =0**

$$T = P - m \cdot a = m \cdot g - m \cdot a$$

$$T = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot (-1) = 735{,}75 + 75 = 810{,}75\ N$$

## Mediante fuerzas reales

**En este caso sólo actuarán dos fuerzas:**

a) *La Tensión.*

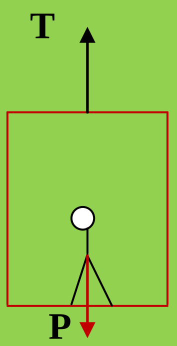
*b) El peso.*

**Estas dos fuerzas cumplen perfectamente el 2º principio de la Dinámica cuya expresión matemática es:**

$$\sum F = m \cdot a$$

**Al igual que en el caso anterior nuestra premisa de partida es que la fuerza que ejerce el señor sobre el suelo del ascensor es el valor de la *TENSIÓN*:**

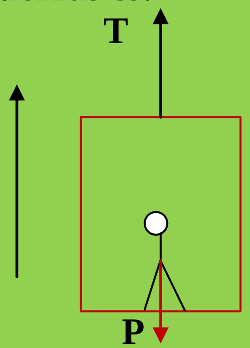
**a) El cuerpo está en reposo:**




$\sum F = m \cdot a \;;\; a = 0 \rightarrow \sum F = 0$

$T - P = 0 \;;\; T = P = m \cdot g = 75 \cdot 9{,}81 = 735{,}75\ N$

**b) El cuerpo asciende con una aceleración de 1 m/s$^2$. El diagrama de fuerzas es:**

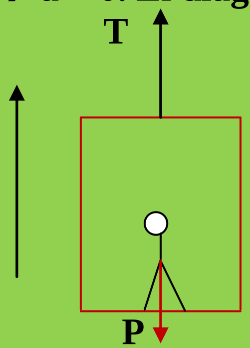



$\sum F = m \cdot a \;;\; [T + (-P)] = m \cdot a$

$T - P = m \cdot a \;;\; T = P + m \cdot a \;;\; T = m \cdot g + m \cdot a$

$T = 75 \cdot 9{,}81 + 75 \cdot 1 = 810{,}75\ N$

**c) Asciende a velocidad constante. Si la velocidad es constante → a = 0. El diagrama de fuerzas es:**

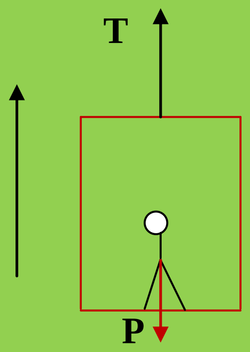



$\sum F = m \cdot a \;;\; [T + (-P)] = m \cdot 0$

$T - P = 0 \;;\; T = P \;;\; T = m \cdot g$

$T = 75 \cdot 9{,}81 = 735{,}75\ N$

d) **Asciende con una aceleración de -1 m/s$^2$. El diagrama de fuerzas:**



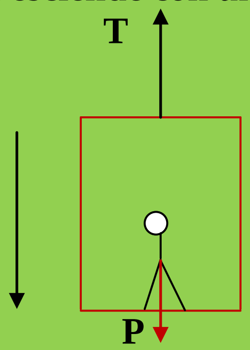

$\sum F = m \cdot a$ ; $[T + (-P)] = m \cdot a$

$T - P = m \cdot a$ ; $T = P + m \cdot a$

$T = m \cdot g + m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 + 75 \cdot (-1) =$

$T = 735{,}75 - 75 = \mathbf{660{,}75\ N}$

e) **Desciende con una aceleración de 1 m/s2. Diagrama de fuerzas:**



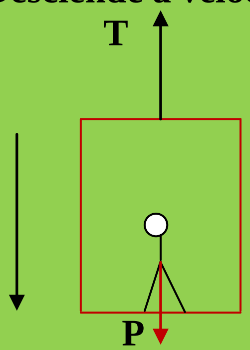

$\sum F = m \cdot a$ ; $[P + (-T)] = m \cdot a$

$P - T = m \cdot a$ ; $T = P - m \cdot a$

$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot 1 =$

$T = 735{,}75 - 75 = \mathbf{660{,}75\ N}$

f) **Desciende a velocidad constante → a = 0. Diagrama de fuerzas:**



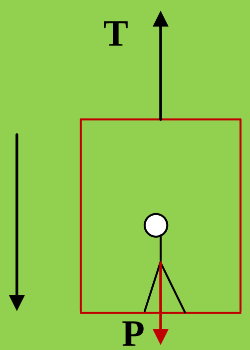

$\sum F = m \cdot a$ ; $[P + (-T)] = m \cdot a$

$P - T = m \cdot a$ ; $T = P - m \cdot a$

$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot 1 =$

$T = 735{,}75 - 75 = \mathbf{660{,}75\ N}$

g) **Desciende con una aceleración de -1 m/s$^2$. Diagrama de fuerzas:**




$\sum F = m \cdot a$ ; $[P + (-T)] = m \cdot a$

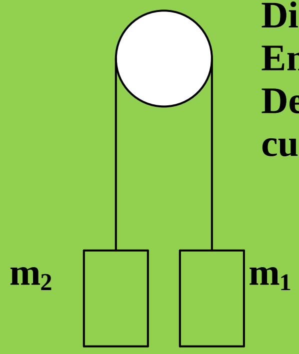
$P - T = m \cdot a$ ; $T = P - m \cdot a$

$T = m \cdot g - m \cdot a = 75 \cdot 9{,}81 - 75 \cdot (-1) =$

$T = 735{,}75 + 75 = \mathbf{810{,}75\ N}$

## Ejercicio resuelto Nº 48

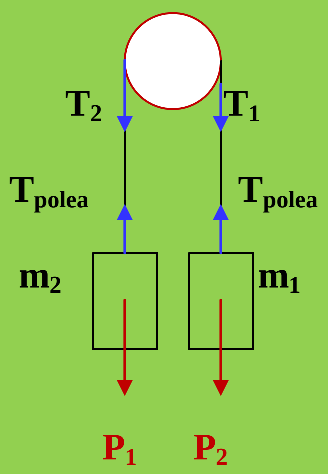
**En el dibujo adjunto ( máquina de Atwood):**




**Disponemos de dos masa $m_1$ y $m_2$ iguales de 10 N. Encima de una de las masas añadimos otra de 500 g. Determinar la aceleración que adquiere el sistema cuando queda en liberta de movimiento.**

***Resolución: En los problemas en donde existen poleas éstas no son consideradas puesto que no hemos estudiado la dinámica de Rotación***

**El diagrama de fuerzas es:**




**Se cumple:**

$T_{polea} = T_1$

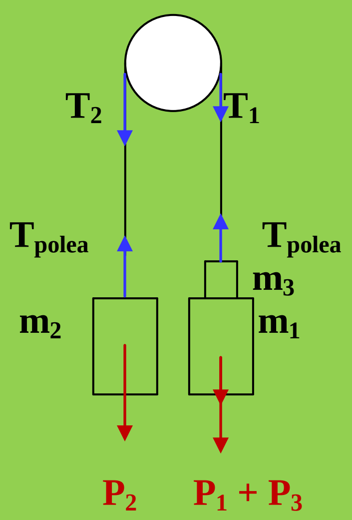
$T_{polea} = T_2$

**Las poleas se anulan y solo actúan los pesos de Los cuerpos. El peso de los cuerpos es:**

$$p = m \cdot g$$

**Como los dos cuerpos tienen la misma masa, el sistema queda en equilibrio, *NO EVOLUCIONA.***

**Para que el sistema evolucione se añade a unos de los cuerpos otro de masa 500 g = 0,5 Kg. El sistema quedaría:**




**Para saber el sentido de evolución del sistema utilizo el método cortar las cuerdas. Las tensiones desaparecen y solo actúan los pesos. El cuerpo de mayor peso determina la evolución del sistema:**

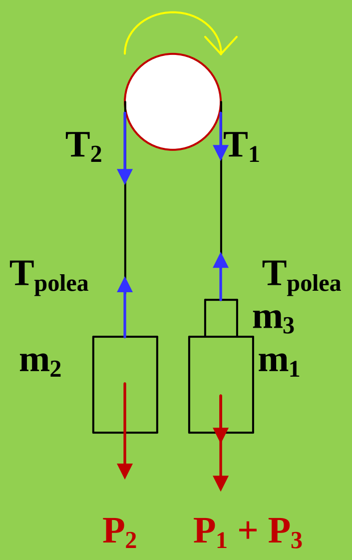
**Cuerpo Derecha:**

$$P_T = P_1 + P_3 = 10 + m_3 \cdot g = 10 + 4{,}9 = 14{,}9\ N$$

**Cuerpo Izquierda:**

$$P_T = p_2 = 10\ N$$

**Según los cálculos manda el cuerpo de la derecha y por lo tanto el sistema evoluciona hacia la derecha:**




**La aceleración del sistema se puede conocer mediante dos métodos:**

a) **Trabajando con todas las fuerzas del sistema.**
b) **Trabajando con los cuerpos independientemente.**

**Veamos el primer método:**

$$\textit{Fuerzas que ganan – F que pierden} = m_{sistema} \cdot a$$

$$P_1 + P_3 + \cancel{T_1} + \cancel{T_{polea}} - \cancel{T_{polea}} - \cancel{T2} - P_2 = ( m_1 + m_2 + m_3 ) \cdot a$$

$$P_1 + P_3 - P_2 = ( m_1 + m_2 + m_3 ) \cdot a$$

$$P_1 = m_1 \cdot 9{,}81 \ \ ; \ \ m_1 = P_1 / 9{,}81 \ \ ; \ \ m_1 = m_2 = 10 / 9{,}81 = 1{,}02\ Kg$$

$$10 + 0{,}5 \cdot 9{,}81 - 10 = ( 1{,}02 + 0{,}5 + 1{,}02 ) \cdot a$$

$$4{,}9 = 2{,}54 \cdot a \ \ ; \ \ a = 4{,}9 / 2{,}54 = 1{,}93\ m \cdot s^{-2}$$

**Trabajando cuerpo a cuerpo:**

**En función del último dibujo podemos deducir:**

**Cuerpo Derecha:** $P_1 + P_3 - T_{polea} = (m_1 + m_3) \cdot a$

**Cuerpo Izquierda:** $T_{polea} - P_2 = m_2 \cdot a$

**Si sumamos miembro a miembro las dos ecuaciones:**

$$P_1 + P_3 - T_{polea} + T_{polea} - P_2 = ( m_1 + m_3 ) \cdot a + m_2 \cdot a$$

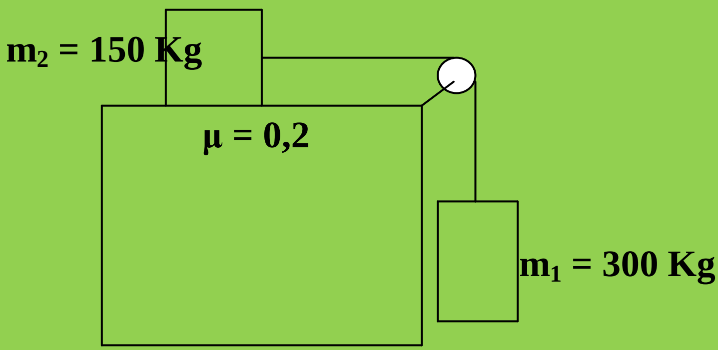
$$P_1 + P_3 - P_2 = ( m_1 + m_3 + m_2 ) \, a$$

$$10 + 4,9 - 10 = ( 1,02 + 0,5 + 1,02 ) \, a$$

$$4,9 = 2,54 \cdot a \quad ; \quad a = 4,9 / 2,54 = 1,93 \; m \cdot s^{-2}$$

**Ejercicio resuelto Nº 49**

**Dado el esquema siguiente:**

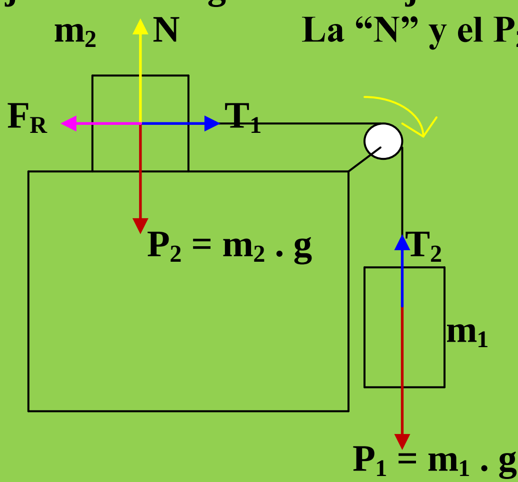



**Determinar la aceleración del sistema y el valor de la tensión de la cuerda.**

***Resolución***

**En este esquema determinar la evolución del sistema es muy sencillo, únicamente puede girar hacia la derecha, es decir, el cuerpo nº 1 descenderá:**

**La evolución del sistema así como el diagrama de fuerzas quedan reflejados en el siguiente dibujo:**




**La "N" y el $P_2$ se anulan mutuamente → $N = P_2$**

**Cuerpo de la derecha:**

$$\sum F = m \cdot a$$

$$P_1 - T_2 = m_1 \cdot a \quad (1)$$

**Cuerpo de la Izquierda:**

$$\sum F = m_2 \cdot a$$

$$T_1 - F_R = m_2 \cdot a \quad (2)$$

**Sumemos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):**

$$P_1 - T_2 + T_1 - F_R = m_1 \,.\, a + m_2 \,.\, a$$

**Como las poleas no intervienen en el proceso las tensiones son iguales:**

$$T_2 = T_1$$

**Nos queda por tanto:**

$$P_1 - F_R = ( m_1 + m_2 ) \,.\, a$$

**Por otra parte:**

$$F_R = \mu \,.\, N = \mu \,.\, P_2 = \mu \,.\, m_2 \,.\, g$$

**y por tanto:**

$$m_1 \,.\, g - \mu \,.\, m_2 \,.\, g = ( m_1 + m_2 ) \,.\, a$$

$$300 \,.\, 9{,}81 - 0{,}2 \,.\, 150 \,.\, 9{,}81 = ( 300 + 150 ) \,.\, a$$

$$2943 - 294{,}3 = 450\, a \;\; ; \;\; 2648{,}7 = 450\, a$$

$$a = 2648{,}7 / 450 = 5{,}886\ m \,.\, s^{-2}$$

**Para conocer las tensiones podemos elegir entre la ecuación (1) o la (2). Ecuación (1):**

$$P_1 - T_2 = m_1 \,.\, a \;\; ; \;\; m_1 \,.\, g - T_2 = m_1 \,.\, a$$

$$m_1 \,.\, g - T_2 = m_1 \,.\, a \;\; ; \;\; T_2 = m_1 \,.\, g - m_1 \,.\, a$$

$$T_2 = 300 \,.\, 9{,}81 - 300 \,.\, 5{,}886 = 2943 - 1765{,}8 = 1177{,}2\ N$$

**Si elegimos la ecuación (2) comprobaremos como las tensiones son iguales:**

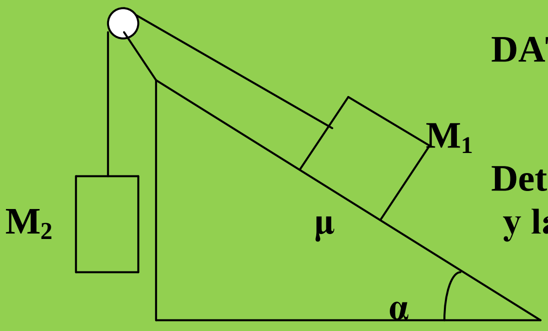
$$T_1 - F_R = m_2 \,.\, a \;\; ; \;\; T_1 - \mu \,.\, m_2 \,.\, g = m_2 \,.\, a$$

$$T_1 - 0{,}2 \,.\, 150 \,.\, 9{,}81 = 150 \,.\, 5{,}886$$

$$T_1 - 294,3 = 882,9 \;\;;\;\; T_1 = 882,9 + 294,3 = 1177,2\ N$$

## Ejercicio resuelto Nº 50

**Dado el esquema de la figura adjunta:**

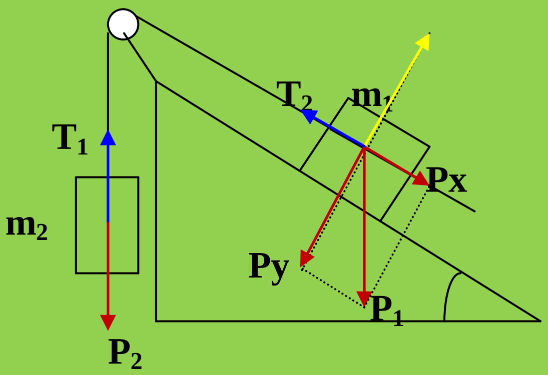



**DATOS: $M_1 = 800\ g$ ; $M_2 = 350\ g$**
**$\alpha = 45^o$ ; $\mu = 0,3$**

**Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.**

### *Resolución*

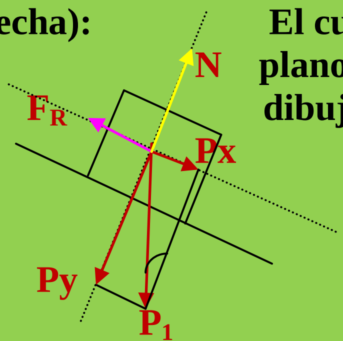
**Vamos a establecer el diagrama de todas las fuerzas que actúan en el sistema:**




**La fuerza de rozamiento en el cuerpo nº 1 (derecha ) no la he dibujado puesto que no conozco la evolución del sistema.**

**La evolución del sistema la determinaremos cortando las cuerdas y desapareciendo por tanto las tensiones. Veamos qué cuerpo es el que manda:**

**Cuerpo nº 1 (derecha):**




**El cuerpo descendería a través del plano inclinado y ahora sí podemos dibujar la fuerza de rozamiento.**

**Las fuerzas que intervienen en el descenso del cuerpo nº 1 son aquellas que tienen la dirección del movimiento, es decir, Px y $F_R$. Se cumple:**

$$F_{T1} = Px - F_R \quad (1)$$

**$Px = P_1 \cdot \text{sen}\,\alpha = m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha$**
**$F^R = \mu \cdot N = \mu \cdot Py = \mu \cdot P_1 \cdot \cos\alpha = \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos\alpha$**

**Si nos vamos a la ecuación (1):**

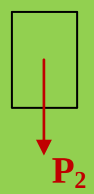
$$F_{T1} = m_1 \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha - \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos\alpha =$$

$$= 0{,}8 \cdot 9{,}81 \cdot \text{sen}\,45^o - 0{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 45^o =$$

$$= 5{,}5 - 1{,}65 = 3{,}85\ N$$

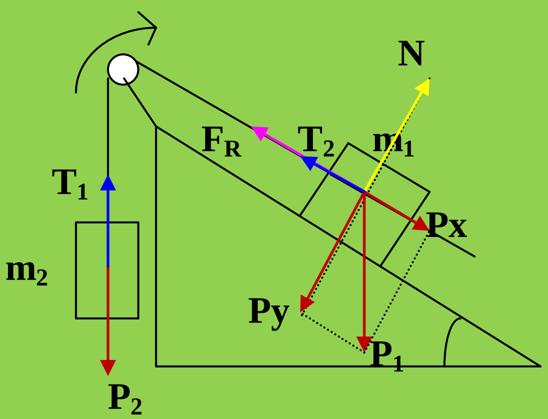
**El cuerpo de la derecha descendería por el plano inclinado con una fuerza de 3,85 N.**

**Cuerpo de la Izquierda (Nº 2):**
**Solo actúa sobre dicho cuerpo su propio peso.**




$$P_2 = m_2 \cdot g = 0{,}350 \cdot 9{,}81 = 3{,}43\ N$$

**El cuerpo de la derecha está bajo la acción de una fuerza superior a la que actúa sobre el cuerpo nº 2. El sistema evoluciona hacia la derecha. El nuevo diagrama de fuerzas es:**



**Cuerpo de la derecha:**

**$\sum F = m_1 \cdot a$**

***$Px - T_2 - F_R = m_1 \cdot a$*** **(1)**

**Cuerpo de la Izquierda:**

**$\sum F = m_2 \cdot a$**

***$T_1 - P_2 = m_2 \cdot a$*** **(2)**

**Si sumamos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):**

**$Px - T_2 - F_R + T_1 - P_2 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \quad (T_1 = T_2)$**

**$Px - F_R - P_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$**

**$P_1 \cdot \text{sen } 45^o - \mu \cdot P_2 \cdot \cos 45^o = (m_1 + m_2) \cdot a$**

**$m_1 \cdot g \cdot \text{sen } 45^o - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos 45^o = (m_1 + m_2) \cdot a$**

**$0{,}8 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 - 0{,}3 \cdot 0{,}350 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 = (0{,}8 + 0{,}350) \cdot a$**

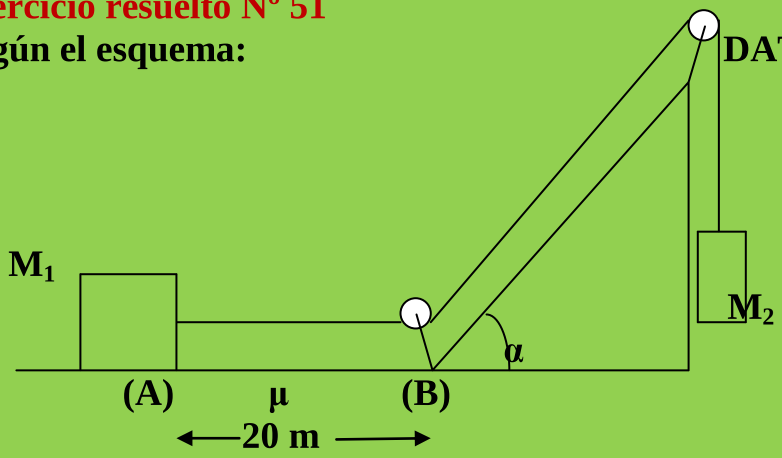
**$5{,}5 - 0{,}72 = 1{,}15 \cdot a$ ; $4{,}78 = 1{,}15\ a$ ; $a = 4{,}78 / 1{,}15 = 4{,}15\ m \cdot s^{-2}$**

**En lo referente a la tensión en las cuerdas, al ser iguales, podemos utilizar la ecuación (1) o (2). Haciendo un estudio de ambas ecuaciones es la ecuación más sencilla de utilizar:**
**$T_1 - P_2 = m_2 \cdot a$ ; $T_1 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$ ; $T_1 = m_2 \cdot g + m_2 \cdot a$**
**$T_1 = 0{,}350 \cdot 9{,}81 + 0{,}350 \cdot 4{,}15 = 3{,}43 + 1{,}45 = 4{,}88\ N = T_2$**

**Ejercicio resuelto Nº 51**

**Según el esquema:**

**DATOS: $M_1 = 10$ Kg**
**$M_2 = 50000$ g**
**$\alpha = 45^o$**
**$\mu = 0{,}2$**

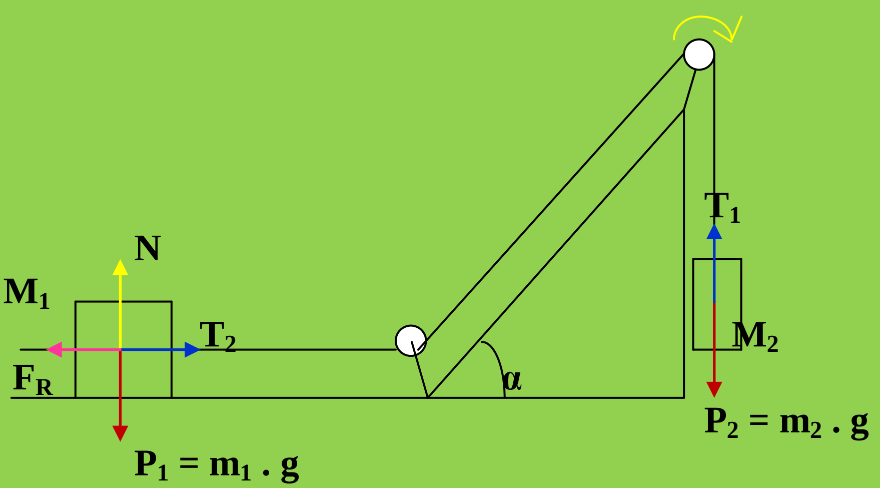


**Determinar la velocidad que alcanza la $M_1$ cuando partiendo de (A) llega a (B).**

***Resolución***

**En este esquema determinar el sentido de evolución es muy sencillo. Evolucionará hacia la derecha. Si cortamos las cuerdas y desaparecen las tensiones el cuerpo de masa $M_1$ quedaría sometido únicamente a su peso y la normal que como sabemos se anulan mutuamente.**

**Dibujaremos el esquema del sistema con todas ls fuerzas actuantes:**




**Cuerpo de la derecha:**

$P_2 - T_1 = m_2 \cdot a$ **(1)**

**Cuerpo de la izquierda:**

$T_2 - F_R = m_1 \cdot a$ ; $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g$

$T_2 - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$ **(2)**

**Sumemos, miembro a miembro, las ecuaciones (1) y (2):**

$P_2 - T_1 + T_2 - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_2 \cdot a + m_1 \cdot a$ ; $T_1 = T_2$

$m_2 \cdot g - \mu \cdot m_1 \cdot g = ( m_2 + m_1 ) \cdot a$

$50 \cdot 9{,}81 - 0{,}2 \cdot 10 \cdot 9{,}81 = ( 50 + 10 ) \cdot a$

**490,5 – 19,62 = 60 . a ; 470,88 = 60 . a ; *a* = 470,88 / 60 = *7,85 m/s²***

**El cuerpo de la izquierda de masa $M_2$ se desplaza hacia la derecha con una aceleración de 7,85 m/s².**

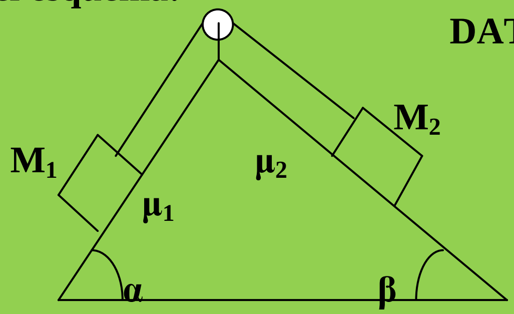
**$V_A = 0$**
**e = 20 m**
**Cinemáticamente:**

$V_B^2 = V_A^2 + 2 . a . e$ ; $V_B^2 = 0 + 2 . 7,85 . 20$ ; $V_B = ( 314 )^{1/2}$

$$V_B = 17,72 \ m . s^{-1}$$

## Ejercicio resuelto Nº 52

**Dado el esquema:**

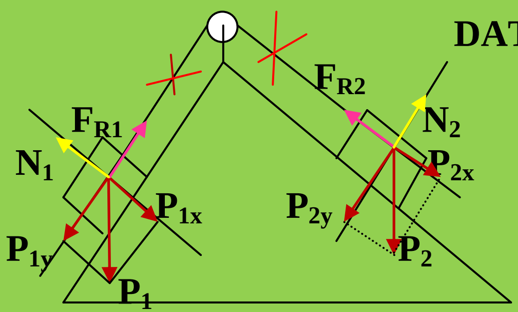



**DATOS: $M_1$ = 70 Kg ; $M_2$ = 50 Kg**
**$\mu_1$ = 0,3 ; $\mu_2$ = 0,2**
**$\alpha$ = 60º ; $\beta$ = 45º.**

**Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.**

***Resolución***

**Estableceremos todas las fuerzas que actúan sobre el sistema. Cortaremos la cuerda y desaparecerán las tensiones. Cada cuerpo descenderá por su parte de los planos inclinados y el cuerpo que soporte mayor fuerza será quien determine la evolución del sistema:**




**DATOS: $M_1$ = 70 Kg ; $M_2$ = 50 Kg**
**μ1 = 0,3 ; μ2 = 0,2**
**$\alpha$ = 60º ; $\beta$ = 45º.**

**Cuerpo de la derecha:**

$F_{T2} = P_{2x} – F_{R2}$ = $P_2$ . sen 45º - $\mu_2$ . $N_2$ = $m_2$ . g . sen 45º - $\mu_2$ . $P_{2y}$ =

= 50 . 9,81 . 0,7 – 0,2 . $P_2$ . cos 45º = 343,35 – 0,2 . $m_2$ . g . cos 45º =

= 343,35 – 68,67 = *274,68 N*

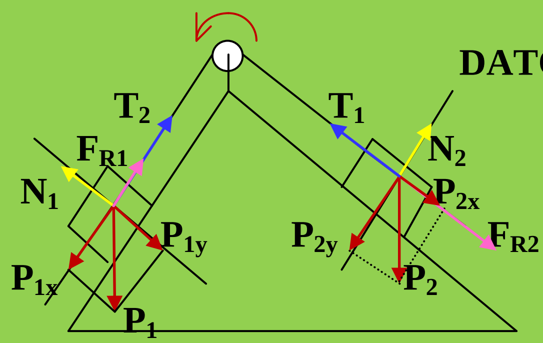
**Cuerpo de la Izquierda:**

$F_{T1} = P_{1x} – F_{R1}$ = $P_1$ . sen 60º – $\mu_1$ . $N_1$ = $m_1$ . g . sen 60º – $\mu_1$ . $P_{1y}$ =

= 70 . 9,81 . 0,87 – 0,3 . $P_1$ . cos 60º = 426,7 – 0,3 . $m_1$ . g . cos 60º =

= 597,42 – 0,3 . 70 . 9,81 . 0,5 = 597,42 – 103 = *494,42 N*

**El cuerpo de la izquierda es sobre el cual actúa una fuerza descendente mayor. El sistema evolucionará de derecha a izquierda. Esto lo reflejaremos en el dibujo adjunto en cual se incorporarán las tensiones:**




**DATOS:** $M_1$ = 70 Kg ; $M_2$ = 50 Kg
$\mu_1$ = 0,3 ; $\mu_2$ = 0,2
$\alpha$ = 60º ; $\beta$ = 45º.

**Apliquemos el 2º principio de la Dinámica a los dos cuerpos:**

**Cuerpo de la Izquierda:**

$P_{1x} – F_{R1} – T_2 = m_1 . a$ (1)

**Cuerpo de la derecha:**

$T_1 – P_{2x} – F_{R2} = m_2 . a$ (2)

**Sumemos miembro a miembro las ecuaciones (1) y (2):**

$P_1x - F_{R1} - T_2 + T_1 - P_{2x} - F_{R2} = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \quad ; ( T_1 = T_2 )$

$P_{1x} - F_{R1} - P_{2x} - F_{R2} = ( m_1 + m_2 ) \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot sen\ 60^o - \mu_1 \cdot N_1 - m_2 \cdot g \cdot cos\ 45^o - \mu_2 \cdot N_2 = ( m_1 + m_2 ) \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot sen\ 60^o - \mu_1 \cdot P_{1y} - m_2 \cdot g \cdot cos\ 45^o - \mu_2 \cdot P_{2y} = ( m_1 + m_2 ) \cdot a$

$m_1 \cdot g \cdot sen\ 60^o - \mu_1 \cdot m_1 \cdot g \cdot cos\ 60^o - m_2 \cdot g \cdot cos\ 45^o -$
$- \mu_2 \cdot m_2 \cdot g \cdot cos\ 45^o = ( m_1 + m_2 ) \cdot a$

$70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 - 0{,}3 \cdot 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 - 50 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 - 0{,}2 \cdot 50 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 =$

$= ( 50 + 70 ) \cdot a$

$597{,}43 - 103 - 343{,}35 - 68{,}67 = 120\ a \quad ; \quad 82{,}41 = 120\ a$

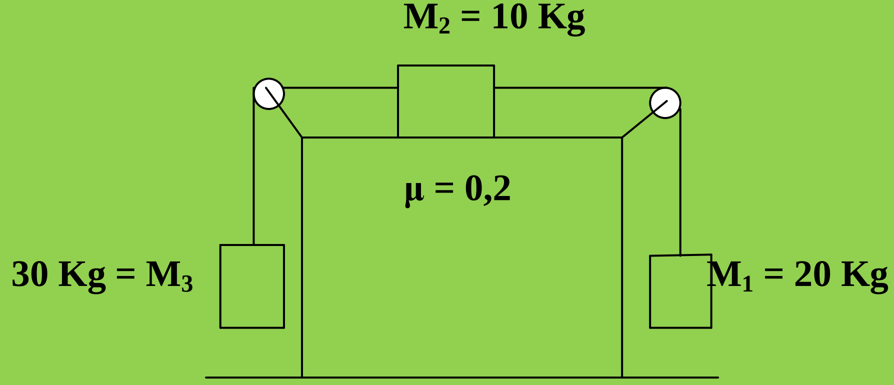
$a = 82{,}41 / 120 = 0{,}68\ m \cdot s^{-2}$

**Para calcular la tensión de la cuerda utilizaremos la ecuación (1):**

$P_{1x} - F_{R1} - T_2 = m_1 \cdot a \quad ; P_1 \cdot cos\ 60^o - \mu_1 \cdot N_1 - T_2 = m_1 \cdot a$
$m_1 \cdot g \cdot sen\ 60^o - 0{,}3 \cdot P_{1y} - T_2 = m_1 \cdot a$
$70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}87 - 0{,}3 \cdot P_1 \cdot cos\ 60^o - T_2 = m_1 \cdot a$
$597{,}43 - 0{,}3 \cdot 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}5 - T_2 = 70 \cdot a$
$597{,}43 - 103 - T_2 = 70 \cdot 0{,}68 \quad ; \quad 494{,}43 - T_2 = 47{,}6$
$T_2 = 494{,}43 - 47{,}6 \quad ; T_2 = 446{,}83\ N$

## Ejercicio resuelto Nº 53

**Dado el esquema:**

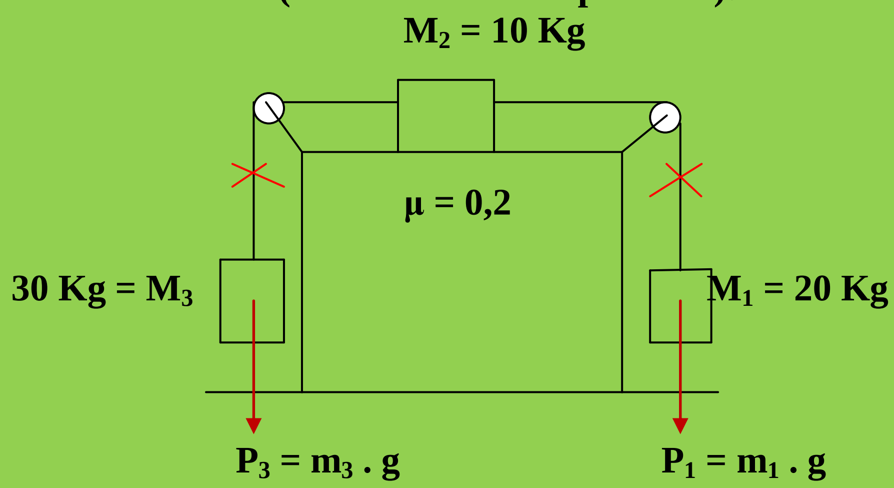


**Determinar la aceleración del sistema y las tensiones de la cuerda.**

***Resolución***

**Para determinar la evolución del sistema, el cuerpo nº 2 no interviene. Serán el nº1 o nº 2 quien determinen el desplazamiento del sistema. Hagamos un diagrama con las fuerzas que actúan sobre el cuerpo nº1 y sobre el nº 2:**

**Cortaremos los cables ( las tensiones desaparecen ):**




**Las únicas fuerzas que actúan son los pesos de los cuerpos nº 1 y nº 3. Quién tenga mayor peso será el determinante de la evolución del sistema.**

**Cuerpo de la Derecha ( nº 1 ) :**

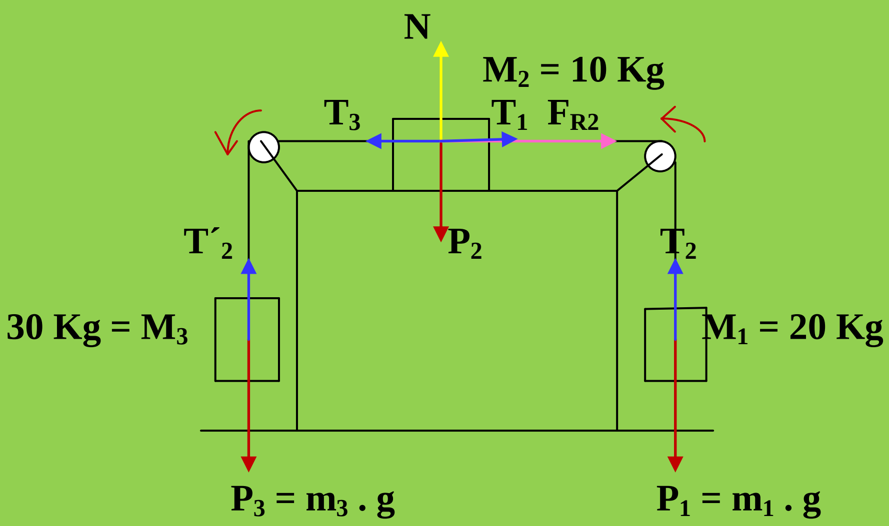
$P_1 = m_1 \cdot g = 20 \cdot 9,81 = 196,2$ N

**Cuerpo de la Izquierda ( nº 3 ):**

$P_2 = m_2 \cdot g = 30 \cdot 9,81 = 294,3$ N

**El cuerpo nº 3 es el determinante de la evolución del sistema. Se desplazará de derecha a izquierda.**

**Haremos un diagrama con todas las fuerzas actuantes y añadiremos las tensiones:**




**Para determinar la aceleración y la tensión de las cuerdas trabajaremos con todo el sistema. Habréis observado que ahora todas las tensiones no son iguales, $T_2 = T_1$ y $T_3 = T´_2$:**

**Aplicaremos a todo el sistema el 2º principio de la Dinámica:**

$$\sum F_{sistema} = m_{sistema} \cdot a_{sistema}$$

**Según la evolución del sistema tendremos:**

**Las que se desplazan hacia la izquierda – las que se desplazan hacia la derecha = $m_{sistema} \cdot a_{sistema}$**

$$P_3 + \cancel{T_3} + \cancel{T_2} - \cancel{T´_2} - \cancel{T_1} - F_{R2} - P_1 = ( m_1 + m_2 + m_3 ) \cdot a$$

$$P_3 - F_{R2} - P_1 = ( m_1 + m_2 + m_3 ) \cdot a$$

$$m_3 \cdot g - \mu_2 \cdot N - m_1 \cdot g = ( m_1 + m_2 + m_3 ) \cdot a$$

$$m_3 \cdot g - \mu_2 \cdot P_2 - m_1 \cdot g = ( m_1 + m_2 + m_3 ) \cdot a$$

$$m_3 \cdot g - \mu_2 \cdot m_2 \cdot g - m_1 \cdot g = ( m_1 + m_2 + m_3 ) \cdot a$$

$$30 \cdot 9{,}81 - 0{,}2 \cdot 10 \cdot 9{,}81 - 20 \cdot 9{,}81 = ( 30 + 10 + 20 ) \cdot a$$

$$294{,}3 - 19{,}62 - 196{,}2 = 60 \cdot a \quad ; \quad 78{,}48 = 60 \cdot a$$

$$a = 78{,}48 / 60 = 1{,}3\ m \cdot s^{-2}$$

**Para calcular las tensiones:**

**Trabajaremos con el cuerpo nº 1:**

$T_2 - P_1 = m_1 \cdot a$ ; $T_2 - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$ ; $T_2 - 20 \cdot 9{,}81 = 20 \cdot 1{,}3$

$T_2 - 196{,}2 = 26$ ; $T_2 = 26 + 196{,}2 = 222{,}2\ N = T_1$

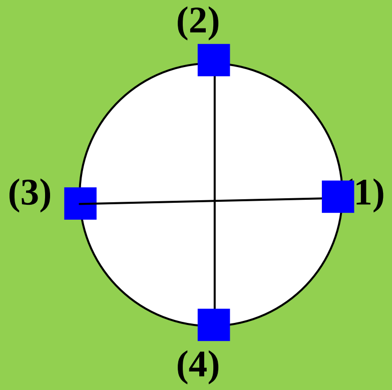
**Si estudiamos el cuerpo nº 3:**

$P_3 - T'_2 = m_3 \cdot a$ ; $m_3 \cdot g - T'_2 = m_3 \cdot a$ ; $30 \cdot 9{,}81 - T'_2 = 30 \cdot 1{,}3$

$294{,}3 - T'_2 = 39$ : $T'_2 = 294{,}3 - 39 = 255{,}3\ N = T_3$

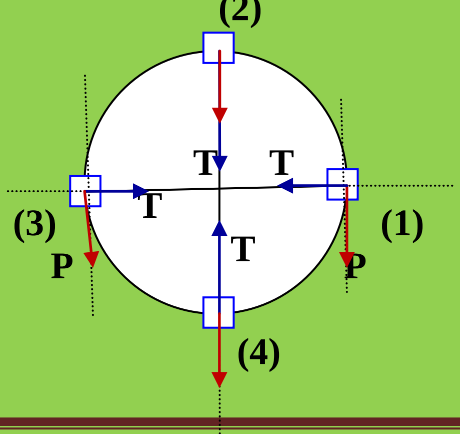
## Ejercicio resuelto Nº 54

**Atamos un cuerpo de masa 3 Kg con una cuerda de longitud 1,75 m. Hacemos girar el cuerpo describiendo trayectorias circulares con una velocidad de 75 r.p.m. Determinar la tensión que soporta la cuerda en cada una de las posiciones que se especifican en el dibujo siguiente:**




*Resolución*

**Vamos a realizar el estudio de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cada una de las posiciones:**



**Las posiciones (1) y (3) son exactamente iguales. La proyección del peso sobre el eje OX ( dirección radial ) vale cero (Px = 0). En las posiciones (1) y (3) sólo actúa la tensión de la cuerda y por tanto podemos escribir:**

$T = Fc = m \cdot V^2 / R$ **(1)**

**Para calcular el valor de "T" debemos conocer la velocidad lineal**

**Recordemos que:**

$$V = \omega \cdot R \quad (2)$$

**$\omega$ = 75 r.p.m = 75 revoluciones / minuto . 2π rad / 1 revol. . 1 min/ 60 s = 7,85 rad /s**

**R = 1,75 m**

**Si nos vamos a la ecuación (2):**

$$V = 7{,}85 \cdot 1{,}75 = 13{,}73 \ m/s$$

**y yéndonos a (1):**

$$T = 3 \cdot (13{,}73)^2 / 1{,}75 = 323{,}51 \ N$$

**Posición (2):**

$$P + T = Fc \ ; \ T = Fc - P \ ; \ T = m V^2 / R - m \cdot g$$

$$T = 3 \cdot (13{,}73)^2 / 1{,}75 - 3 \cdot 9{,}81 = 323{,}51 - 29{,}43 = 294{,}08 \ N$$

**Posición (4):**

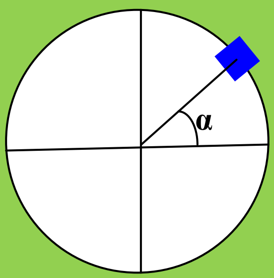
$$T - P = Fc \ ; \ T = Fc + P = 323{,}51 + 29{,}43 = 352{,}94 \ N$$

## Ejercicio resuelto Nº 55

**Del ejercicio anterior. Determinar la tensión de la cuerda en la posición:**

**DATO: α = 45º**

**V = 13,73 m/s**
**R = 1,75 m**
**m = 3 Kg**

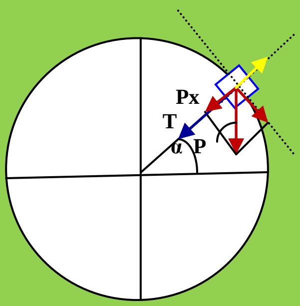



*Resolución*

**DATO: α = 45º**

**V = 13,73 m/s**
**R = 1,75 m**

**m = 3 Kg**




$$T + Px = Fc$$

$$T + P \cdot \text{sen}\, \alpha = m \cdot V^2 / R$$

$$T = m \cdot V^2 / R - m \cdot g \cdot \text{sen}\, \alpha$$

$$T = 3 \cdot (13{,}73)^2 / 1{,}75 - 3 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}7 =$$

$$= 323{,}16 - 20{,}60 = 302{,}56\ N$$

## Ejercicio resuelto Nº 56

**Un vehículo de 8 toneladas de masa está recorriendo un circuito. Cuál debe ser el coeficiente de rozamiento para que al describir una curva de 500 m de radio a 220 Km/h no se salga de dicho circuito.**

*Resolución*

**Pasaremos las unidades al S. I.:**

**m = 8 toneladas . 1000 Kg / 1 tonelada = 8000 Kg**

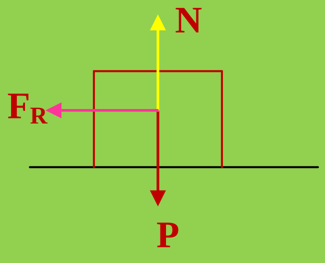
**R = 500 m**

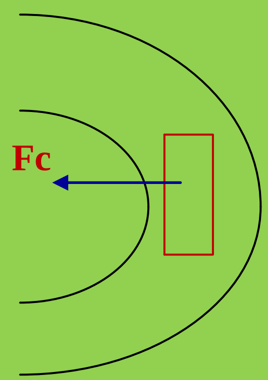
**V = 220 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = 61,10 m/s**

**Los vehículos al describir una trayectoria circular si lo hacen a mucha velocidad suelen salirse de la curva en sentido hacia la derecha. La fuerza de rozamiento se opone a este desplazamiento.**

**Diagrama de fuerzas:**

**Vista de Frente** **Vista desde Arriba**




**Se cumple:**

$$F_R = Fc$$

$$\mu \,.\, N = m \,.\, V^2 / R$$

$$\mu \,.\, P = m \,.\, V2 / R \;;\; \mu \,.\, \cancel{m} \,.\, g = \cancel{m} \,.\, V^2 / R$$

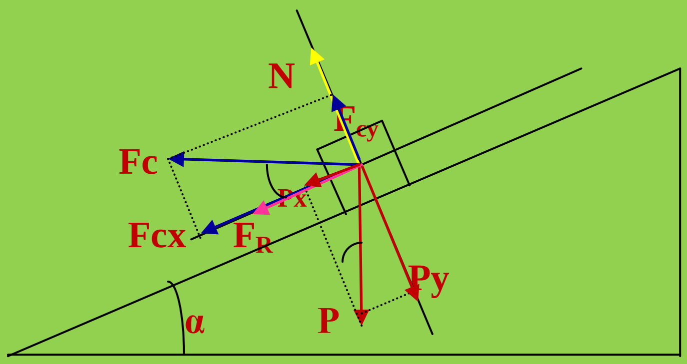
$$\mu = V^2 / (R \,.\, g) \;;\; \mu = (61{,}10)^2 / 500 \,.\, 9{,}81$$

$$\mu = 3734{,}56 / 4905 = 0{,}76$$

**Ejercicio resuelto Nº 57**

**Del ejercicio anterior. Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es de 0,76 determinar el ángulo con el cual se debe peraltar (inclinar un cierto ángulo la curva ) la curva para que pueda describirla con una velocidad de 275 Km/h.**

***Resolución***




**Para que el vehículo describa la curva sin problema se debe cumplir:**

$$Px + F_R = Fcx$$

$$P \,.\, \text{sen}\, \alpha + \mu \,.\, N = Fc \,.\, \cos \alpha$$

**En el eje OY se cumple:**

$$N + Fcy = Py \;\; ; \;\; N = Py - Fcy$$

$$m \,.\, g \,.\, \text{sen}\, \alpha + \mu \,.\, (\, Py - Fcy\,) = Fc \,.\, \cos \alpha$$

$$m \,.\, g \,.\, \text{sen}\, \alpha + \mu \,.\, (\, P \,.\, \cos \alpha - Fc \,.\, \text{sen}\, \alpha\,) = Fc \,.\, \cos \alpha$$

$$m \,.\, g \,.\, \text{sen}\, \alpha + \mu \,.\, (\, m \,.\, g \,.\, \cos \alpha - m \,.\, V^2/R \,.\, \text{sen}\, \alpha\,) = m \,.\, V^2/R \,.\, \cos \alpha$$

**Datos:**

**m = 8000 Kg**
**μ = 0,76**
**R = 500 m**
**V = 275 Km/h . 1000 m/1 Km . 1 h / 3600 s = 76,4 m/s**

$$8000.9{,}81 \,.\, \text{sen}\, \alpha + 0{,}76\, (8000 \,.\, 9{,}81 \cos \alpha - 8000 \,.\, (76{,}4)^2/500 \,.\, \text{sen}\, \alpha) =$$

$$= 8000\, (76{,}4)^2/500 \,.\, \cos \alpha$$

$$78480\ \text{sen}\, \alpha + 59644{,}8 \cos \alpha - 70977{,}43\ \text{sen}\, \alpha = 93391{,}36 \cos \alpha$$

**Dividiendo por cos α los dos miembros de la ecuación:**

**78480 sen α / cos α + 59644,8 cos α / cos α – 70977,43 sen α/cos α =**

**= 93391,36 cos α / cos α**

**78480 tag α + 59644,8 – 70977,43 tag α = 93391,36**

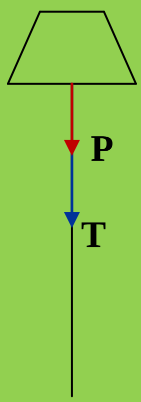
**7502,57 tag α = 33746,56**

**tag α = 33746,56 / 7502,57 = 4,5 ; *α = 77,47º***

## Ejercicio resuelto Nº 58

**Un niño está jugando en la playa con un cubo lleno de agua y atado a una cuerda de 75 cm de larga. Con la cuerda y el cubo lleno de agua está describiendo trayectorias circulares. La cuerda ejerce una tensión sobre el cubo de 8 N. Determinar qué velocidad debe llevar el cubo en la parte alta de la trayectoria circular con el fin de que el agua no se derrame. El cubo y el agua tienen, en conjunto, una masa de 300 g.**

***Resolución***




**Para que el agua no se derrame se debe cumplir:**

$$P + T = Fc \quad (1)$$

**R = 75 cm . 1 m / 100 cm = 0,75 m**
**m = 300 g . 1 Kg / 1000 g = 0,3 Kg**

**Nos vamos a (1):**

$$m \cdot g + T = m \cdot V^2 / R$$

$$0{,}3 \cdot 9{,}81 + 8 = 0{,}3 \cdot V^2 / 0{,}75$$

$$2{,}20 + 6 = 0{,}3\, V^2 \;;\; 8{,}20 = 0{,}3\, V^2 \;;\; V = (8{,}20 / 0{,}3)^{1/2}$$

$$V = 5{,}23\ m \cdot s^{-1}$$

**En lo referente a la velocidad angular:**

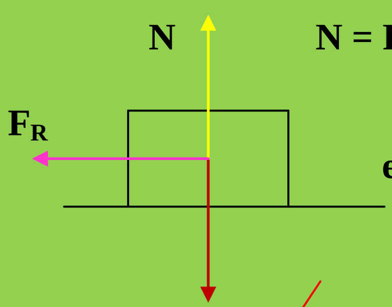
$$V = \omega \cdot R \;;\; \omega = V / R \;;\; \omega = 5{,}23 / 0{,}75 = 6{,}97\ rad \cdot s^{-1}$$

## Ejercicio resuelto Nº 59

**Por una carretera horizontal sin peraltar circula un vehículo de 7000 Kg y describe una curva de radio 75 m a una velocidad de 60 Km/h. El coeficiente de rozamiento vale 0,3. ¿Derrapará el coche en la curva? Si la pregunta es afirmativa, para que no exista derrape se peralta la curva un ángulo de 25º . ¿ Arreglamos el problema o seguimos con el mismo peligro?.**

***Resolución***

**Al describir la curva, el coche está sometido a tres fuerzas.**




**N = P → Se anulan mutuamente**

**La única fuerza en dirección radial es la $F_R$ y por lo tanto se cumple:**

$$F_R = Fc$$

$$\mu \cdot N = m \cdot V^2 / R$$

$\mu \cdot P = m \cdot V2 / R$ ; $\mu \cdot m \cdot g = m \cdot V^2 / R$ ; $V = ( \mu \cdot g \cdot R )^{1/2}$

$$V = ( 0,3 \cdot 9,81 \cdot 75 )^{1/2} = 14,85\ m/s \text{ ( V. permitida)}$$

**Como el coche circula a 60 Km/h:**

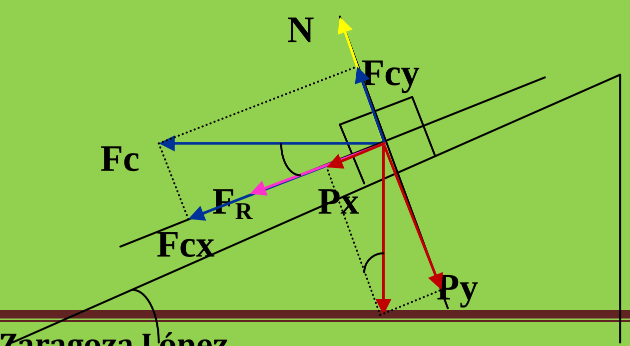
**60 Km/h . 1000 m / 1 Km . 1 h / 3600 s = *16,7 m/s***

***Existirá*** **derrape puesto que describe la curva a una velocidad superior a 14,85 m/s.**

***Si peraltamos:***

**El diagrama de fuerzas es:**

**La fuerza de rozamiento se opone al derrape y tendrá sentido descendente.**



**$\alpha = 25^o$ P**

**Para que el vehículo no derrape se debe cumplir:**
**Buscamos el valor de la velocidad con la cual se describiría la curva.**

$$Px + F_R = Fcx$$

$$P\ sen\ 25^o + \mu\ .\ N = Fc\ .\ cos\ 25^o$$

**En el eje OY se cumple:**

$$N + Fcy = Py\ \ ;\ \ N = Py - Fcy$$

$$m\ .\ g\ .\ sen\ 25^o + \mu\ .(\ Py - Fcy\ ) = m\ .\ V^2\ /\ R\ .\ cos\ 25^o$$

$$m\ .\ g\ sen\ 25^o + \mu\ (\ P\ .\ cos\ 25^o - Fc\ sen\ 25^o\ ) = m\ .\ V^2\ /\ R\ .\ cos\ 25^o$$

$$m\ .\ g\ .\ sen\ 25^o + \mu\ (\ m\ .\ g\ .\ cos\ 25^o - m\ .\ V^2\ /\ R\ .\ sen\ 25^o\ ) =$$

$$= m\ .\ V^2\ /\ R\ .\ cos\ 25^o$$

$$7000\ .\ 9{,}81\ .\ 0{,}42 + 0{,}3\ .\ (\ 7000\ .\ 9{,}81\ .\ 0{,}9 - 7000\ .\ V^2\ /\ 75\ .\ 0{,}42\ ) =$$

$$= 7000\ .\ V^2\ /\ 75\ .\ 0{,}9$$

$$28841{,}4 + 18540{,}9 - 11{,}76\ V^2 = 84\ V^2$$

$$47382{,}3 = 95{,}76\ V^2\ \ ;\ \ V = (\ 47382{,}3\ /\ 95{,}76\ )^{1/2} = 22{,}24\ m\ .\ s^{-1}$$

**El vehículo *sigue derrapando* puesto que describe la curva a una velocidad superior a *14,85 m . s$^{-1}$*.**

**------------------------------------------- O -------------------------------------------**

**Antonio Zaragoza López**