Actividades

1. ¿Qué estudia la Cinemática? De las siguientes opciones elige la correcta:

a) Por qué se mueven los cuerpos.

b) Cuándo y cómo se mueven los cuerpos.

c) El movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta la causa que lo produce.

d) El movimiento de los cuerpos teniendo presente la causa que lo origina.

Respuesta:

c) La cinemática estudia el movimiento sin tener cuenta la causa que lo produce.

2. De los movimientos que se citan, ¿cuál o cuáles no puede tener un punto material?

a) Rectilíneo y uniforme.

b) Rectilíneo y uniformemente acelerado.

c) Circular.

d) De rotación.

e) Absoluto.

Respuesta:

d) Un punto material no puede tener movimiento de rotación.

3. Señala las afirmaciones correctas. El movimiento de un coche que se desplaza por una carretera es, respecto de una gasolinera:

a) Rotación.

b) Traslación.

c) Absoluto.

d) Relativo.

Indica si el coche de la actividad anterior, respecto de un camión al que pretende adelantar, tiene movimiento absoluto o relativo.

Respuesta:

c) y d) El coche se traslada con movimiento absoluto porque la gasolinera está en reposo respecto del movimiento del coche.

Respecto del camión, el coche tiene movimiento relativo porque el camión está en movimiento respecto del coche.

4. Si una barca de remos se encuentra en mitad del río:

a) Tiene movimiento relativo respecto del agua y de la orilla.

b) Tiene movimiento absoluto respecto de la orilla y relativo respecto del agua.

c) La barca solamente tiene movimiento absoluto.

Respuesta:

b) La barca se mueve con movimiento absoluto respecto de la orilla (sistema de referencia fijo) y con movimiento relativo respecto del agua (sistema de referencia móvil). Las afirmaciones a) y c) son falsas.

5. Observa la figura. Tres automóviles circulan por la misma autovía frente a un observador O que está parado en la orilla. En ese momento el velocímetro de A marca 120 km/h, el velocímetro de B mide 100 km/h y el velocímetro de C, que circula en sentido contrario, marca 100 km/h.

a) Para el observador O, ¿qué velocidad tiene cada automóvil? ¿Esta velocidad es absoluta o relativa? ¿Por qué?

b) ¿Cuál es la velocidad de A respecto de su propio conductor? ¿Y respecto del conductor de B?

c) ¿Cuál es la velocidad de C respecto de A? ¿Y la velocidad de A respecto de C?

Respuesta:

a) La velocidad que marca el velocímetro correspondiente de cada vehículo. Es absoluta porque el observador está en reposo respecto de los tres automóviles.

b) - Es cero.

- $V_{AB} = V_A - V_B = 20$ km/h

c) - $V_{CA} = V_C - V_A = -100$ km/ - 120 km/h = - 220 km/h

- $V_{AC} = V_A - V_C =$ 120 km/h - (- 100 km/h) = 220 km/h

6. Supongamos que el automóvil B acelera hasta alcanzar la velocidad de 120 km/h y ponerse en paralelo con el coche A. En ese momento, ¿qué velocidad tiene cada coche?

a) Respecto de su propio conductor.

b) ¿Respecto del conductor del otro coche?

Respuesta:

a) Es cero.

b) $V_{BA} = B_B - V_A = 120$ km/h - 120 km/h = 0

7. La posición en cualquier instante de una partícula que se mueve en el plano *Oxy* viene dada por el vector $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} - t^2\vec{j}$. Se supone que inicia el movimiento cuando empezamos a contar el tiempo. Calcula:

***a)* En qué punto inicia la partícula el movimiento.**

***b)* Dónde se encuentra cuando ha transcurrido 1 s.**

***c)* La posición de la partícula cuando *t* = 2s, *t* = 4s.**

d) A qué distancia del punto de partida se encuentra la partícula cuando han transcurrido 4s.

Dibuja, además, la trayectoria de la partícula.

Solución:

a) Si se inicia el movimiento cuando $t = 0$, el punto de partida es el origen de coordenadas (0,0).

b) Tomando la ecuación que define el vector de posición y sustituyendo t = 1s, obtenemos $r(1) = 2\vec{i} - \vec{j}$, es decir, la partícula se encuentra en el punto $P_1(2,-1)$.

c) Tomando la ecuación que define el vector de posición y sustituyendo t = 2s, obtenemos $\vec{r}(2) = 4\vec{i} - 4\vec{j}$, es decir, la partícula se encuentra en el punto $P_2(4,-4)$. En el instante t = 4s, $r(4) = 8\vec{i} - 16\vec{j}$ es decir, $P_4(8,-16)$.

d) La distancia se calcula como $d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{64 + 256} = 17{,}9\,m$

La trayectoria se obtiene se obtiene uniendo los puntos obtenidos. Se trata de una parábola.

8. Una magnitud escalar está definida por:

a) Un valor numérico y una unidad.

b) Un valor numérico y el sentido en que se mide.

c) Su valor, su dirección y su sentido.

Respuesta:

a) Su valor numérico y una unidad.

9. Una magnitud vectorial queda definida por:

a) Por su valor y dirección.

b) Por su valor y unidad, su dirección y su sentido.

c) Por su valor y sentido.

Respuesta:

b) Por su valor y unidad, su dirección y su sentido.

10. Dos automóviles circulan por la misma autovía. Uno se dirige hacia el norte y el otro hacia el sur. En un momento dado los velocímetros de ambos coches marcan lo mismo: 100 km/h. Indica las respuestas correctas. Ambos vehículos se mueven:

a) Con la misma rapidez.

b) Con la misma velocidad.

c) En la misma dirección.

d) En el mismo sentido.

Respuesta:

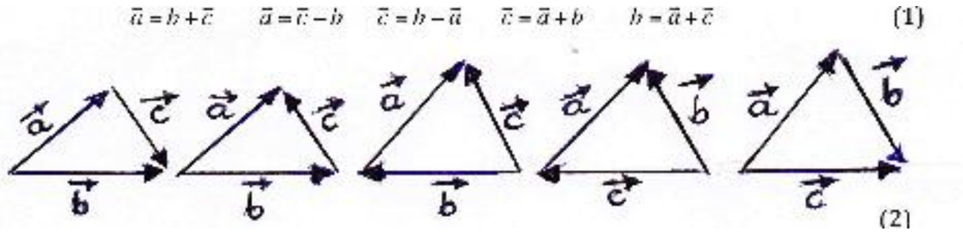
a) y c) Con la misma rapidez y en la misma dirección.

11. En el ejemplo anterior hemos visto que dos vectores se pueden restar de dos formas:

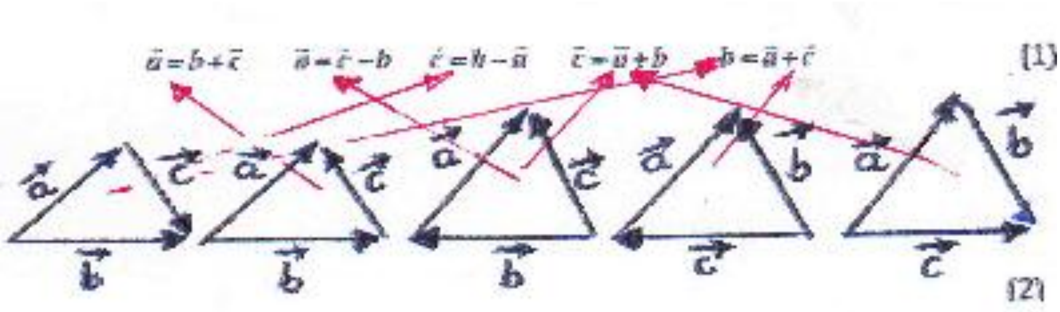
a) Restando sus componentes correspondientes cuando estas están determinadas (método algebraico).

b) Uniendo el extremo del vector sustraendo con el extremo del vector minuendo (método gráfico).

Teniendo en cuenta este método, relaciona mediante una flecha cada operación que se indica en la línea (1) con su esquema correspondiente de la línea (2).



Respuesta:



12. Carlos sale de su casa a comprar el periódico en una papelería situada a 120 m de la vivienda y luego regresa a su casa. ¿Qué afirmaciones son correctas?

a) Carlos se ha desplazado 120 m.

b) Carlos se ha desplazado 240 m.

c) El desplazamiento de Carlos ha sido de 0 m.

Respuesta:

Es correcta la afirmación c) porque, al final del recorrido, la posición es la misma que al principio. Y la d) porque efectivamente la distancia recorrida es de 240m.

13. Un ciclista se desplaza en línea recta 750 m. Si su posición final está a 1250 m del punto de referencia, el ciclista ha iniciado su recorrido desde una posición situada a:

a) 750 m del punto de referencia.

b) 1250 m del punto de referencia.

c) 500 m del punto de referencia.

d) No se puede hallar el punto de partida.

Respuesta:

De la definición de desplazamiento se obtiene que

x_o = x_t – desplazamiento = 1250 m - 750 m = 500 m. Por tanto, c) es la respuesta correcta.

14. Una vez iniciado el movimiento, ¿el espacio recorrido puede ser cero? ¿Puede ser cero el desplazamiento? Cita un ejemplo en que el espacio recorrido y el desplazamiento tengan el mismo valor.

Respuesta:

Una vez iniciado el movimiento el espacio recorrido no puede ser cero

$e = |v_m| \cdot t \neq 0$ puesto que $|v_m| \neq 0$ y $t \neq 0$

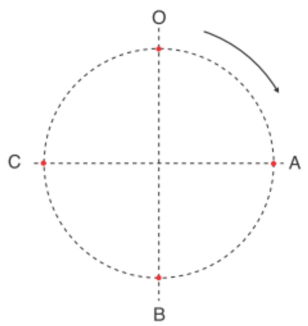
El desplazamiento puede ser cero. Esto ocurre cuando la posición inicial coincide con la posición final.

Cuando un objeto cae libremente desde una cierta altura el espacio recorrido coincide con el desplazamiento.

15. Un ciclista recorre una pista circular de 20 m de radio partiendo del punto O en el sentido que indica la flecha de la Fig. 7.18.

Calcula el espacio recorrido y el desplazamiento:

- ***a)* Cuando el ciclista está en el punto A.**
- ***b)* Cuando se halla en el punto B.**
- ***c)* Cuando se encuentra en C.**
- ***d)* Cuando ha dado una vuelta completa.**



Solución:

a) Espacio recorrido:

Desplazamiento: $\frac{2\pi R}{4} = \frac{6{,}28 \cdot 20}{4} = 31\text{m}$ (cambiar por)

d(OA) = $d(OA) = \sqrt{R2 + R2}$ = R·1,4= 20·1,4=28 m *b)* Espacio recorrido: π *R* = 62,8 m

Desplazamiento: : $|\overrightarrow{OB}| = 2R = 40\text{m}$

c) Espacio recorrido: $\frac{3}{4} \cdot 2\pi R = 94\,\text{m}$

Desplazamiento: $|\overrightarrow{OC}| = 28\,\text{m}$

d) Espacio recorrido: 2 π *R* = 125,6 m

Desplazamiento: : $|\overrightarrow{OO}| = 0\text{m}$

16. La rapidez de un móvil se mide en m/s en SI, pero, por ejemplo, la velocidad de un automóvil suele medirse en km/h. Expresa en m/s la rapidez con la que se mueve un coche que va a 144 km/h.

Respuesta:

144 km/h · 1000 m/km · $\frac{1}{3600}$ h/s = 40 m/s

17. Responde a las siguientes cuestiones:

a) Un automóvil toma una curva de 100 m de radio con velocidad constante de 56 m/s.

b) Después de recorrer 30 m de curva, el coche frena, pasando a una velocidad de 10 m/s.

c) Por último, al salir de la curva acelera hasta alcanzar 100 km/h de velocidad.

¿En qué tramos a), b) o c) existe aceleración? ¿Por qué?

Respuesta:

Existe aceleración en los tres tramos. En el tramo a) la velocidad cambia de dirección. En el tramo b) La velocidad cambia módulo y dirección. En el tramo c) La velocidad cambia en módulo, no en dirección.

18. En el movimiento de un péndulo, ¿qué elementos de la velocidad se modifican?

Respuesta:

En una oscilación la velocidad del péndulo varía en el módulo, en la dirección y en el sentido.

19. Un automóvil toma una curva de forma que al principio de ella el velocímetro marca 90 km/h y al final 30 km/h.

a) ¿Tiene aceleración tangencial el coche? ¿Por qué?

b) ¿Tiene aceleración normal? ¿Por qué?

c) ¿Qué tipo de aceleración hubiera tenido el coche si se hubiera desplazado a 30 km/h en toda la curva?

d) ¿Cuánto vale la aceleración media?

Solución:

a) $a = \frac{\Delta v}{t} \neq 0$, sí tiene aceleración tangencial.

b) También, por ser

$$a_n = \frac{v^2}{R} \neq 0$$

c) Solo aceleración normal, al no haber variación de velocidad.

d) No se puede hallar, puesto que nos falta el dato del tiempo.

20. Escribe el signo correspondiente a la posición, a la velocidad y a la aceleración en los siguientes casos:

a) La partícula de la Figura 7.30 se encuentra en el punto P_1, a 20 m del punto O que se toma como referencia.

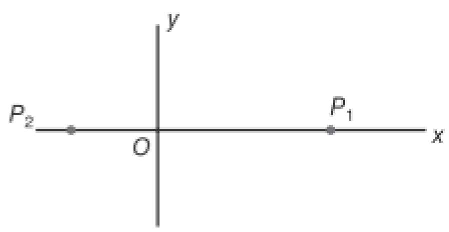
b) La partícula se halla en P_2, a 10 m de O.

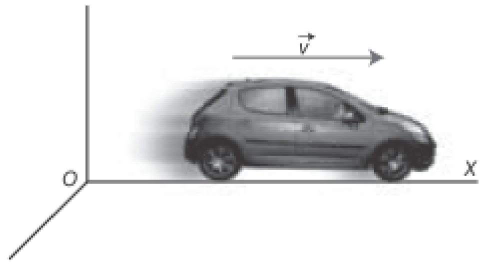
c) El coche de la Figura 7.26 se aleja del punto O con una rapidez de 20 m/s.

d) Dicho coche se acerca hacia el origen a 2 m/s.

e) Un coche se desplaza hacia la derecha y su velocidad está aumentando.

f) Un coche se desplaza hacia la izquierda y su velocidad está disminuyendo.





Solución:

a) Signo (+), porque se encuentra en el semieje positivo de OX. La posición sería x = 20 m.

b) Signo (–); porque la partícula se encuentra en el semieje negativo OX. La posición sería, pues, x = –10 m.

c) Signo positivo, porque el móvil se desplaza en el sentido del semieje positivo OX (hacia la derecha); v = 20 m/s.

d) Signo negativo, porque se desplaza en el sentido del semieje negativo OX (hacia la izquierda); v = –2 m/s.

e) La velocidad positiva y la aceleración positiva, porque la velocidad aumenta en sentido positivo. Las dos tienen el mismo sentido.

f) Velocidad negativa y aceleración positiva, porque la velocidad disminuye en sentido negativo (la velocidad aumente en valor relativo). La aceleración, pues, tiene sentido contrario a la velocidad.

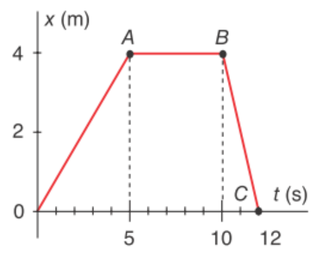
21. Fíjate en la figura e indica qué afirmaciones son falsas:

a) En el tramo OA la velocidad ha sido 0,8 m/s.

b) En el tramo AB la velocidad es 4/5 m/s.

c) En el tramo BC la velocidad es - 2 m/s.

d) En el tramo AB el móvil está parado.

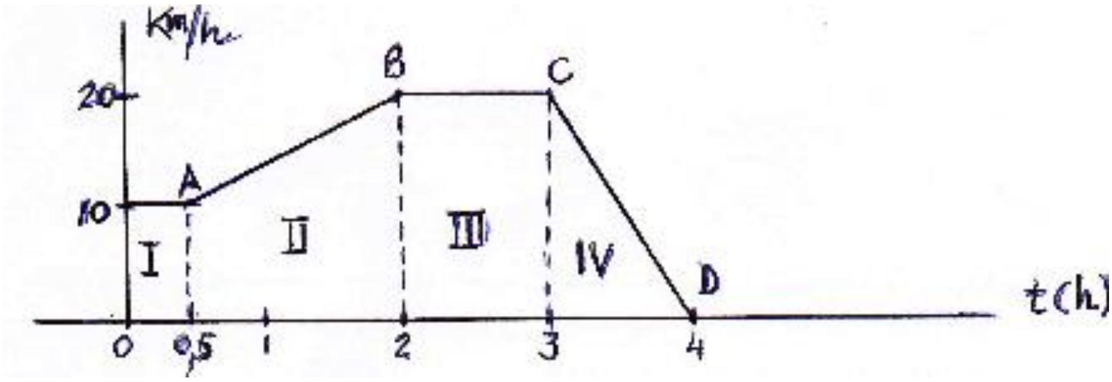


Solución:

Es falsa la afirmación *b),* porque en el tramo AB el móvil está parado: la posición no varía con el tiempo.

22. Un deportista ha realizado su sesión de footing de acuerdo con el diagrama que se indica en la figura siguiente:

Añadir "v (km/h)" en el eje de ordenadas



A. Indica falso o verdadero:

1. El tramo II (AB) lo ha recorrido con aceleración constante de 5, 15 · 10^{-4} m/s^2.

2. El tramo III lo ha recorrido con velocidad constante de 20 km/h.

3. Durante todo el ejercicio el deportista ha recorrido 55 km.

B. Responde:

1. ¿Con qué velocidad inicia el movimiento? ¿Durante cuánto tiempo mantiene dicha velocidad?

2. ¿Durante cuánto tiempo acelera y qué velocidad alcanza al final del trayecto II?

3. ¿Qué distancia recorre en el trayecto II? ¿Y en el trayecto III?

4. ¿En qué trayectos ha tenido movimiento uniforme y en cuáles ha sido acelerado?

5. ¿Cuál fue la velocidad media del deportista?

Respuesta:

A.

1. $$a = \frac{v_B - v_A}{t} = \frac{10 km/h}{1,5h} = \frac{2,78 m/s}{5400 s} = 5,15 \cdot 10^{-4} m/s^2$$

Por tanto, es correcta la afirmación.

2. Verdadero. En el tramo III la velocidad es 20 km/h

3. Distancia recorrida.

Tramo I $e_1 = v_A \cdot t = 10 km/h \cdot 0,5 h = 5 km$

Tramo II $e_2 = \frac{v_A + v_B}{2} \cdot t = 15 km/h \cdot 1,5h = 22,5 km$

Tramo III $e_3 = v_B \cdot t = 20 km/h \cdot 1h = 20 km$

Tramo IV $e_4 = \frac{v_C + v_D}{2} \cdot t = 10 km/h \cdot 1h = 10 km$

Distancia total e = 57,5 km. Recorre más distancia de la indicada.

B.

1. Como indica la figura, cuando t = 0, la velocidad del deportista es 10 km/h y mantiene esa velocidad constante durante media hora.

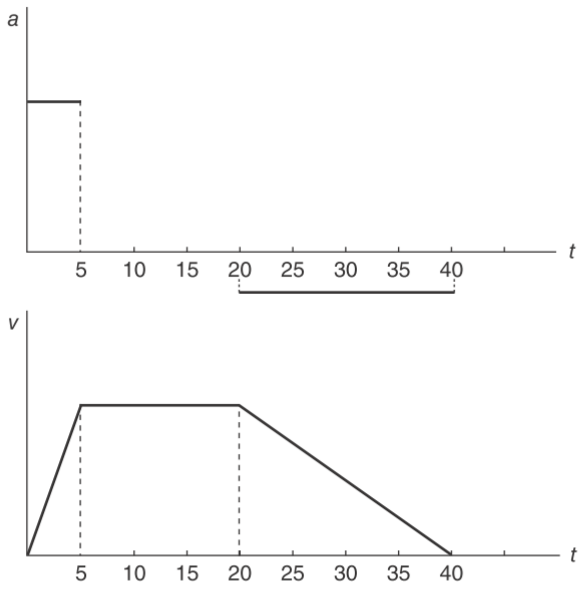
2. Acelera en el tramo II durante 1,5 h alcanzando una velocidad de 20 km/h al final del trayecto.

3. En los trayectos II y III ha recorrido unas distancias de 22,5 km y 20 km respectivamente, como se ha visto anteriormente.

4. En los trayectos I y III el movimiento ha sido uniforme, y en los trayectos II y IV el movimiento ha sido acelerado.

5. Velocidad media $v_m = \frac{e_{total}}{t_{total}} = \frac{57,5 km}{4h} = 14,4 km/h$

23. Un vehículo se mueve sobre una pista rectilínea durante 5 s con aceleración constante. Sigue con velocidad constante durante 15 s y luego frena de manera constante hasta parar, lo que consigue en 20 s. Dibuja los diagramas a - t y v - t de este movimiento.



24. Calcula la aceleración centrípeta de un objeto que se mueve sobre una circunferencia de 10 m de radio a 90 km/h.

Solución:

La aceleración centrípeta viene dada por:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(25\,\text{m/s}^2\right)}{10\,\text{m}} = 62{,}5\,\text{m/s}^2$$

25. Una piedra se ata a una cuerda de 1 m de longitud y se la hace girar describiendo circunferencias con una frecuencia exacta de cinco vueltas por segundo. Calcula:

***a)* La velocidad angular en rpm.**

***b)* La rapidez, en km/h, con que gira la piedra.**

***c)* La aceleración centrípeta a que está sometido el cuerpo.**

Solución:

a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 10\pi = 31{,}42\,\text{rad/s} = 300\,\text{rpm}$

b) La rapidez con que gira será:

$v = \omega\, R = 31{,}42\ \text{rad/s} \cdot 1\ \text{m/rad} = 31{,}42\ \text{m/s} = 112\ \text{km/h}$

c) $a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(31\text{m/s}^2\right)}{1\text{m}} = 961\,\text{m/s}^2$

26. Desde lo alto de una torre de 50 m de altura se deja caer un objeto. En el mismo instante se dispara contra él una bala a 200 m/s desde un punto del

suelo situado a 100 m de la base de la torre. ¿Hará blanco la bala? En caso afirmativo, ¿en qué punto?

Solución:

La bala se dispara en dirección al objeto en el instante en que éste inicia el movimiento. Por tanto, la velocidad inicial de la bala forma un ángulo de

$$tg\alpha = \frac{h}{x} = \frac{50m}{100m} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 26,6°$$

Se trata de un movimiento parabólico.

Tiempo que tarda la bala en llegar a la torre:

$$t = \frac{x}{v_o \cos\alpha} = \frac{100m}{200m/s \cdot \cos 26,6°} = 0,559s$$

En ese instante la bala se encuentra en la vertical de la torre y a una altura

$$h = v_o sen\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = 200\ m/s \cdot sen26,6° \cdot 0,559\ s - 4,9\ m/s^2 \cdot 0,559^2\ s^2 = 48,5m$$

Posición del objeto

$$h = h_o - \frac{1}{2}gt^2 = 50m - 4,9m/s^2 \cdot 0,559^2 s^2 = 48,5m$$

La bala hace blanco en un punto situado a una altura de 48,5 m respecto de la base de la torre.

27. Un oscilador armónico tarda 8 s en realizar 20 vibraciones completas. ¿Qué frecuencia angular posee?

Solución: La frecuencia natural vale $f = \frac{nº\, vib.}{t} = \frac{20vib.}{8s} = 2,5s^{-1}$

Por tanto, la frecuencia angular será:

$\omega = 2\pi f = 5\pi rad/s$

28. El movimiento de una partícula viene dado por x = 0, 4 sen (π/2 · t) en unidades del SI. Calcular:

a) Las constantes del movimiento.

b) ¿Con qué frecuencia vibra la partícula?

c) Calcula la posición de la partícula en los instantes siguientes:

t = 0 ; t = 1 s ; t = 2s ; t = 4 s

Solución:

a) Las constantes del movimiento (A, ω, φ) se obtienen comparando la ecuación que nos dan:

x = 0, 4 sen (π/2 · t)

con la ecuación general del m.a.s. :

x= A sen (ωt +φ)

Por tanto, se cumple que:

∗ La amplitud es A = 0,4 m

∗ La frecuencia angular ω = π/2 rad/s

∗ La fase inicial φ = 0°

b) La frecuencia se obtiene ω = 2 π f

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,5\pi}{2\pi} = 0,25 Hz$$

c) Posiciones en los distintos instantes

t = 0 s , x = 0 m ; t = 1 s, x= 0,4 m ; t = 2 s, x =0 m ; t = 4 s , x = 0 m

29. Escribe la ecuación de un oscilador sabiendo que se mueve entre dos puntos distantes entre sí 10 cm y que tiene una frecuencia de 20 Hz, con una fase inicial de 45°.

Solución:

De acuerdo con el enunciado conocemos:

– La amplitud: $A = 10$ cm $/2 = 5$ cm $= 0,05$ m

– La frecuencia angular: $\omega = 2\,\pi\,f = 40\,\pi$ rad/s

– La fase inicial: $\varphi = 45°$

Por tanto, la ecuación del movimiento será:

$x = A \text{ sen } (\omega\,t + \varphi) = 0,05 \text{ sen } (40\pi\,t + \pi/4)$

30. ¿Cómo varían la velocidad máxima y la aceleración máxima de un oscilador?

a) Si se duplican la amplitud y la frecuencia.

b) Si se duplica la amplitud y no varía la frecuencia.

c) Si se duplica la frecuencia y no varía la amplitud.

d) Si se duplican el periodo y la amplitud.

Solución:

La velocidad máxima y la aceleración máxima valen, respectivamente:

$v_m = \omega\,A = 2\,\pi\,f\,A$ y $a_m = -\,A\,\omega^2 = -\,4\,\pi^2\,f^2\,A$

a) Por tanto, si $f_2 = 2\,f_1$ y $A_2 = 2\,A_1$ se cumple que

$v_{m2} = 2\,\pi \cdot (2\,f_1) \cdot (2\,A_1) = 4 \cdot (2\,\pi\,f_1\,A_1) = 4\,v_{m1}$

La velocidad máxima se hace cuatro veces mayor

$a_{m2} = -\,4\,\pi^2\,(4\,f_1^2)\,(2\,A_1) = -\,8\,(4\,\pi^2\,f_1^2\,A_1)$: La aceleración máxima se hace ocho veces mayor.

b) Si $A_2 = 2\,A_1$ y $f_2 = f_1$

v_{m2} = 2π f_2 A_2 = 2 π f_1 2 A_1 =2 · (2 π f_1 A_1) = 2 v_{m1}

La velocidad máxima se hace el doble.

a_{m2} = 4 π^2 f_2^2 A_2 = 4 π^2 f_1^2 · 2 A_1 = 2 a_{m1}. La aceleración máxima también se duplica.

c) Si f_2 = 2 f_1 y A_2 = A_1

v_{m2} = 2 π f_2 A_2 = 2 π (2 f_1) A_2 = 2 v_{m1}. La velocidad máxima se hace el doble.

a_{m2} = 4 π^2 f_2^2 A_2 = 4 π^2 (2 f_1)^2 A_1 = 4 a_{m1}. La aceleración máxima se hace cuatro veces mayor.

d) Si T_2 = 2 T_1 $\Rightarrow$ f_2 = f_1/2 ; A_2 = 2 A_1

v_{m2} = 2 π f_2 A_2 = 2 π (f_1/2) (2 A_1) = 2 π f_1 A_1 = v_{m1} . La velocidad máxima se conserva

a_{m2} = 4 π^2 f_2^2 A_2 = 4 π^2 (f_1 /2)^2 (2 A_1) = a_{m1} / 2 . La aceleración máxima se reduce a la mitad.

31. Una partícula vibra con una velocidad máxima de 25 m/s y una amplitud de 0,05 m. Calcula la frecuencia con que vibra.

Solución:

La velocidad máxima de un movimiento armónico simple es

v_m = ω A =2 π f A, de donde se obtiene el valor de la frecuencia

$$f = \frac{v_m}{2\pi A} = \frac{25\,m/s}{3{,}14 \cdot 0{,}1\,m} = 80\,Hz$$

Actividades finales

Lectura: Educación y seguridad vial

1. Cuando un coche frena bruscamente, ¿qué tipo de movimiento experimenta?

Solución:
El coche derrapa, tiende a cruzarse girando sobre sí mismo.

2. ¿Crees que una vez que el conductor acciona el freno, el vehículo se detiene inmediatamente? ¿Crees que la distancia de frenado depende de la velocidad a la que va el vehículo? ¿De qué otros factores piensas que depende?

Solución:
No, recorre una cierta distancia antes de detenerse, dependiendo de la velocidad que llevaba, del tiempo de reflejo del conductor y del estado de la carretera.

Experiencia de laboratorio

1. ¿La distancia recorrida es la misma en los dos itinerarios? ¿Por qué?

Solución:
No, porque depende de la trayectoria o itinerario que se ha seguido.

2. ¿Qué representa en esta experiencia la distancia entre las dos iglesias? ¿Esta distancia depende del itinerario seguido? ¿Por qué?

Solución:
Representa el desplazamiento. No depende del itinerario seguido, depende exclusivamente de la posición de partida y de la posición de llegada.

3. ¿Cuántas distancias recorridas puede haber? ¿Cuántos desplazamientos?

Solución:
Tantas como itinerarios seguidos. Un solo desplazamiento.

4. Compara los valores del desplazamiento utilizando primero la escala y luego la suma de vectores.

Solución:
El alumno ha de realizar las dos mediciones y comparar resultados.

5. Observa la Figura 6.60: ¿el desplazamiento $\vec{P_1}\vec{P_2}$ coincide con la suma de las distancias *a*, *b*, *c* , *d*? ¿Coincide con la suma de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$?

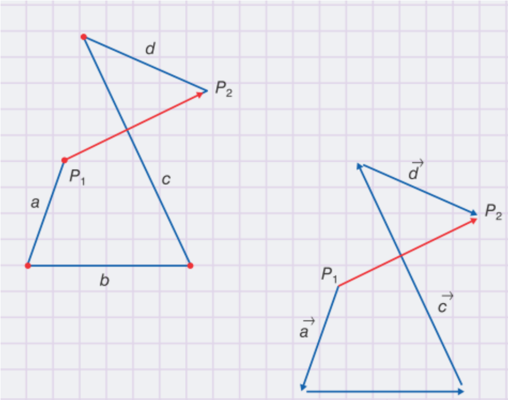


Fig. 6.60.

Solución:

No. Es inferior, *D* < *a* + *b* + *c* + *d*, en cambio sí se cumple $\vec{P_1}\vec{P_2} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

Problemas Propuestos

Magnitudes del movimiento

1. Indica qué afirmaciones son verdaderas. La velocidad media de una partícula en un intervalo de tiempo es:

- ***a)*** **El cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo.**
- ***b)*** **El cociente entre el espacio recorrido y el intervalo de tiempo.**
- ***c)*** **Es igual cualquiera que sea la trayectoria.**
- ***d)*** **Depende de la trayectoria.**

Solución:

Son correctas las respuestas *a)* y *c)*, como se deduce de la propia definición de velocidad media.

2. Un automóvil toma una curva de 100 m de radio con una rapidez constante de 36 km/h. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

- ***a)*** **El coche no tiene aceleración porque su velocidad es constante.**
- ***b)*** **El coche tiene aceleración centrípeta.**
- ***c)*** **La aceleración del coche vale 1,0 m/s^2.**

Solución:

Las soluciones *b)* y *c)* son verdaderas, porque cuando un móvil toma una curva, su vector velocidad cambia de dirección y por esto aparece la aceleración centrípeta, cuyo valor es:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(10m/s)^2}{100m} = 1m/s^2$$

3. Un automóvil toma una curva disminuyendo el módulo de su velocidad. Indica qué afirmaciones son verdaderas.

a) Solamente existe aceleración tangencial.

b) Solamente existe aceleración normal.

c) Existen las dos aceleraciones anteriores.

d) La aceleración es constante.

Solución:

Solamente es verdadera la afirmación c). Las demás son falsas a) y b) porque, en este caso, el automóvil tiene aceleración tangencial (disminuye la velocidad en módulo) y aceleración normal (la velocidad cambia de dirección), y d) es falsa porque la aceleración normal no es constante, depende del módulo de la velocidad, que según el enunciado disminuye, y del radio de la curva.

4. De las siguientes afirmaciones, indica cuáles son falsas:

***a)* Si la velocidad de un cuerpo es nula, la aceleración también lo es.**

***b)* Si la aceleración de un cuerpo es nula, la velocidad también lo es.**

***c)* La velocidad y la aceleración son vectores que tienen siempre la misma dirección, aunque su sentido puede ser diferente.**

Solución:

Se pueden citar ejemplos que demuestran que las tres afirmaciones son falsas.

a) Cuando se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba, su velocidad es cero cuando alcanza el punto más alto. Sin embargo, está sometido a la aceleración de la gravedad. Cuando un péndulo se encuentra en los extremos de la oscilación no tiene velocidad; en cambio, su aceleración es máxima.

b) En el movimiento rectilíneo y uniforme la aceleración es cero; en cambio, la velocidad no lo es.

c) Los vectores velocidad y aceleración tienen distinta dirección en los movimientos curvilíneos.

5. Un avión se ha desplazado 600 km hacia el norte, 1 000 km hacia el sur y 500 km hacia el norte.

***a)* ¿Cuál ha sido el desplazamiento total del avión?**

***b)* ¿Qué distancia ha recorrido?**

***c)* ¿Cuál ha sido su vector velocidad media si ha empleado 5 h en el recorrido?**

Solución:

El desplazamiento es una magnitud vectorial. Los tres desplazamientos han sido en la misma dirección, pero en sentido contrario.

El desplazamiento total será:

600 km − 1 000 km + 500 km = 100 km hacia el norte.

La distancia es una magnitud escalar. Por tanto, se suman los recorridos anteriores:

600 km + 1000 km + 500 km = 2 100 km

El vector velocidad media es:

100 km/5 h **j**= 20 km/h **j**

Sin embargo su velocidad media sobre la trayectoria sería: (600+1000+500)/5= 420 km/h

6. Una persona está sentada en un banco del parque público. En un momento dado decide dar un pequeño paseo: recorre 100 m hacia el oeste, se para y luego recorre 60 m hacia el este.

***a)* ¿Cuál es la posición final de la persona respecto del banco?**

***b)* ¿Cuál es el desplazamiento?**

***c)* ¿Qué espacio ha recorrido?**

Solución:

a) 100 m − 60 m = 40 m al oeste del punto de partida.

b) 40 m hacia el oeste.

c) 160 m.

7. Un ciclista acelera durante 10 s pasando de 5,0 m/s a 36 km/h. Calcula su aceleración media.

Solución:

Aplicamos la definición operativa de aceleración media:

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{10\ \text{m/s} - 5\ \text{m/s}}{10\ \text{s}} = 0{,}5\ \text{m/s}^2$$

Movimientos rectilíneos (trayectoria horizontal)

8. Un automóvil que se mueve en línea recta acelera en un momento dado a razón de 2 m/s^2. ¿Durante cuánto tiempo debe estar acelerando para que el velocímetro pase de 90 km/h a 120 km/h?

Solución:

Incremento de velocidad: 30 km/h = 8,3 m/s

Tiempo empleado: a = Δv / t → t = Δv / a = 8,3 / 2 = 4,16 s

9. Un automóvil, al pasar por un punto A, tiene una velocidad de 128 km/h, y cuando pasa por otro punto B, distante 120 m del anterior, la velocidad es de 35 km/h.

Calcula, si el movimiento es rectilíneo:

***a)* El valor de la aceleración.**

***b)* Cuánto tiempo tarda en pasar de A hasta B.**

***c)* A qué distancia de A se detendrá el automóvil.**

Solución:

Tomamos el punto *A* como referencia. Conocemos los siguientes datos:

— Velocidad inicial $v_0 = v_A = 128$ km/h = 35,6 m/s

— Velocidad final $v_t = v_B = 35$ km/h = 9,7 m/s

— Desplazamiento $x = x_t - x_0 = x_B - x_A = 120$ m

a) La aceleración la obtenemos de: $v_t^2 - v_0^2 = 2ax$

$$a = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\,x} = \frac{(9{,}7\text{ m/s})^2 - (35{,}6\text{ m/s})^2}{240\text{ m}} = -4{,}9\text{ m/s}^2$$

b) Tiempo empleado $t = \dfrac{v_t - v_0}{a} = \dfrac{9{,}7\text{ m/s} - 35{,}6\text{ m/s}}{-4{,}9\text{ m/s}^2} = 5{,}3\text{ s}$

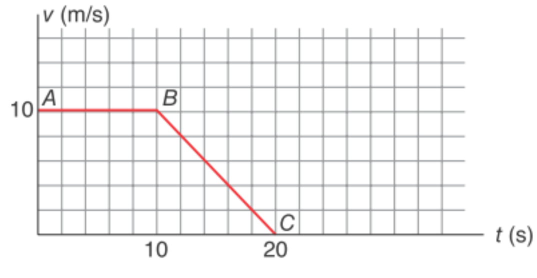
c) Se detiene en un punto *C*, cuando se cumple:

$v_t = v_C = 0$

De la ecuación $v_t^2 - v_0^2 = 2a(x_C - x_A)$ despejamos la distancia entre los puntos *A* y *C*.

$$x_C - x_A = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\,a} = \frac{0 - (35{,}6\text{ m/s})^2}{-9{,}8\text{ m/s}^2} = 129\text{ m}$$

10. Teniendo en cuenta el diagrama de la figura, indica qué afirmaciones son correctas:



***a)* En el tramo AB el móvil está parado.**

***b)* En el tramo BC la aceleración es 1 m/s^2.**

***c)* La distancia recorrida en el tramo BC es de 50 m.**

***d)* En el tramo BC el movimiento es uniforme.**

Solución:

La afirmación correcta es la *c)*.

En el tramo *BC* el movimiento se realiza con aceleración

$$a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{0 - 10\ m/s}{10\ s} = -1\ m/s^2$$

Por lo tanto, la distancia recorrida será:

$x = v_0\, t + 1/2\ a\ t^2$

$x = 10\ m/s \cdot 10\ s - 0{,}5 \cdot 1\ m/s^2 \cdot (10\ s)^2 = 50\ m$

Las demás afirmaciones son falsas, porque:

— En el tramo *AB* el móvil se desplaza con velocidad constante de 10 m/s. Por lo tanto, no está parado.

— En el tramo *BC* la aceleración no es 1 m/s^2, sino −1 m/s^2. Por tanto, el movimiento no es uniforme.

11. Un conductor que viaja de noche en un automóvil a 100 km/h ve de repente las luces de señalización de una valla que se encuentra a 40 m en medio de la calzada. Tarda 0,75 s en pisar el pedal de los frenos y la deceleración máxima del automóvil es de 10 m/s^2. Calcula:

***a)* ¿Chocará con la valla? Si es así, ¿a qué velocidad?**

***b)* ¿Cuál será la velocidad máxima a la que puede viajar el automóvil sin que colisione con la valla?**

Solución:

a) Distancia recorrida antes de frenar:

$x = v\ t = 27{,}8\ m/s \cdot 0{,}75\ s = 20{,}8\ m$

Cuando empieza a frenar, la valla se encuentra a una distancia de 40 m – 20,8 m = 19,2 m.

Velocidad del coche después de recorrer esa distancia:

$v^2 = (27{,}8\ m/s)^2 - 2 \cdot (10\ m/s^2) \cdot 19{,}2\ m = 388{,}84\ m^2/s^2$

$v = 19{,}7\ m/s = 71\ km/h$ → chocará contra la valla a 71 km/h

b) Para parar sin colisionar con la valla, el vehículo debe tener la velocidad:

$$v_0 \cdot 0{,}75\ s + \frac{v_0^2}{2 \cdot 10} = 40\ m$$

$v_0^2 + 15\ v_0 - 800 = 0$ de donde $v_0 = 21{,}76\ m/s$ → 78 km/h

12. Un camión y un automóvil inician el movimiento en el mismo instante, en la misma dirección y sentido desde dos semáforos contiguos de la misma calle. El camión tiene una aceleración constante de 1,2 m/s^2, mientras que el automóvil acelera con 2,4 m/s^2. El automóvil alcanza al camión después de que este ha recorrido 50 m. Calcula:

***a)* ¿Cuánto tiempo tarda el automóvil en alcanzar al camión?**

***b)* ¿Qué distancia separa los dos semáforos?**

***c)* ¿Qué velocidad posee cada vehículo cuando están emparejados?**

Solución:

a) Tiempo transcurrido desde que se inicia el movimiento hasta ser alcanzado por el automóvil:

$x = 1/2\ a\ t^2$; $\sqrt{\frac{2\ x}{a}} = \sqrt{\frac{100\ \text{m}}{1{,}2\ \text{m/s}^2}} = 9{,}1\ \text{s}$

b) Durante ese tiempo el automóvil ha recorrido la distancia $x = x_0 + 50$ m, siendo x_0 la distancia que separa los dos semáforos.

$x_0 + 50\ \text{m} = 1/2 \cdot 2{,}4\ \text{m/s}^2 \cdot (9{,}1\ \text{s})^2 \rightarrow x_0 = 50\ \text{m}$

c) Camión: $v_1 = a_1 t = 1{,}2\ \text{m/s}^2 \cdot 9{,}1\ \text{s} = 10{,}9\ \text{m/s} = 39\ \text{km/h}$

Automóvil: $v_2 = a_2 t = 2{,}4\ \text{m/s}^2 \cdot 9{,}1\ \text{s} = 21{,}8\ \text{m/s} = 79\ \text{km/h}$

13. Dos jóvenes se mueven en la misma dirección, dirigiéndose el uno al encuentro del otro. Inician el movimiento al mismo tiempo desde las porterías de un campo de fútbol con velocidades medias respectivas: v_1 = 3,5 m/s y v_2 = 5,0 m/s. Sabiendo que el encuentro tiene lugar a 28 m de la posición de partida del primero, determina:

***a)* El tiempo transcurrido hasta que se encuentran.**

***b)* La longitud del campo de fútbol.**

Solución:

a) Tiempo transcurrido $t = \frac{e_1}{v_1} = \frac{28\ \text{m}}{3{,}5\ \text{m/s}} = 8\ \text{s}$

Distancia recorrida por el segundo: $e_2 = v_2 \cdot t = 5{,}0\ \text{m/s} \cdot 8\ \text{s} = 40\ \text{m}$

b) La longitud del campo de fútbol será: 28 m + 40 m = 68 m

14. Un tren del metro sale de una estación A; acelera a razón de 0,50 m/s² durante 10,0 s y luego con 2,0 m/s² hasta alcanzar la velocidad de 54 km/h. El tren mantiene la misma velocidad hasta que se acerca a la estación B. En ese momento frena uniformemente hasta pararse en 10,0 s. El tiempo total desde A hasta B ha sido de 60,0 s. ¿Qué distancia hay entre las estaciones A y B?

Solución:

Primera fase, MRUA 1:

$x_1 = 1/2\ a\ t^2 = 1/2 \cdot 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot (10{,}0\ \text{s})^2 = 25\ \text{m}$

$v = a\ t = 0{,}5\ \text{m/s}^2 \cdot 10{,}0\ \text{s} = 5\ \text{m/s}$

Segunda fase MRUA 2:

$$x_2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2\ a} = \frac{(15\ \text{m/s})^2 - (5\ \text{m/s})^2}{2 \cdot 2{,}0\ \text{m/s}^2} = 50\ \text{m}$$

Añadir lo siguiente que estaba sin hacer

$a = \Delta v / t \rightarrow t_2 = \Delta v / a_2$ $\quad t_2 = (15 - 5) / 2 = 5\ \text{s}$

Cuarta fase: MRUA 4

$a_4 = \Delta v / t_4$ **=** $(0– 15) / 10 = - 1{,}5$ m/s^2

$x_4 = (v^2-v_0^2) / 2a_4 = (0-15^2) / 2\cdot(-1{,}5) = 75$ m

Tercera fase: MRU 3:

$t_3 = 60- (10+ 5 +10) = 35$ s

$x_3 = v_3\cdot t_3 = 15 \cdot 35 = 525$ m

Distancia entre A y B: 25 + 50 + 525 + 75 = 675 m

Movimientos rectilíneos con trayectoria vertical (caída libre)

15. Un compañero te dice: «Lanza una piedra verticalmente hacia arriba con todas tus fuerzas y te diré la altura que has alcanzado utilizando un cronómetro». Lanzas la piedra y tu compañero observa que la piedra tarda 8,0 s en volver al suelo.

a) **¿Con qué velocidad lanzaste la piedra?**

b) **¿Qué altura alcanzó esta?**

Solución:

La piedra volverá al suelo cuando se cumpla que $y = y_0 = 0$.

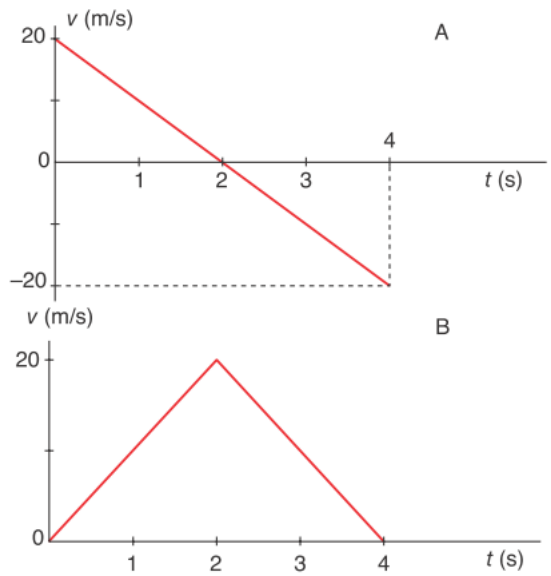
Por tanto, la ecuación del movimiento tomará la forma $0 = v_0\, t + 1/2\, g\, t^2$

De donde $v_0 = -1/2\, g\, t = -1/2 \cdot (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \cdot 8 \text{ s} = 39$ m/s

La altura máxima se alcanza cuando $v_t = 0$, y se puede calcular a partir de $v_t^2 - v_0^2 = 2\, g\, h$

$$h = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2\,g} = \frac{0-(39 \text{ m/s})^2}{-19{,}6 \text{ m/s}^2} = 78 \text{ m}$$

16. En una de las figuras está representado el diagrama *v-t* del movimiento de un objeto lanzado verticalmente hacia arriba desde el suelo.



Indica qué afirmaciones son falsas:

a) **El diagrama que representa dicho movimiento es B, no es A.**

b) **La aceleración cambia de sentido a los 2 s.**

c) **La velocidad cambia de sentido a los 2 s.**

d) **La altura máxima se alcanza a los 2 s.**

e) **El móvil a los 3 s se encuentra a 10 m de altura.**

f) **La altura máxima alcanzada fue de 20 m.**

g) **A los 4 s llega al suelo.**

Datos: *g* = 10 m s^{-2}.

Solución:

Son falsas: a), b) y e).

a) La velocidad inicial en la gráfica B es cero, cuando el enunciado dice que se lanza hacia arriba, lo que supone que tiene una velocidad inicial como indica la A. En la gráfica B va aumentando el módulo de la velocidad, mientras que lo que ocurre es que va disminuyendo hasta hacerse cero como indica la A..

b) La aceleración siempre es la misma, la de la gravedad, g, vertical y hacia abajo.

e) En ese momento h = v_0t -1/2 gt^2 = 20·3 – 0,5 ·9,8 ·3^2 = 15,9 m

17. Desde lo alto de una torre de altura *h* se deja caer un objeto. ¿A qué distancia del suelo tendrá una velocidad igual a la mitad de la que tiene cuando llega al suelo?

Solución:

La velocidad instantánea en función del desplazamiento viene dado por $v^2 - v_0^2 = 2g(y - y_0)$. Tomamos el suelo como sistema de referencia. Se cumple, pues, que $v_0 = 0, y_0 = h$. Cuando se encuentra a una altura *d* del suelo, la velocidad será $v_d = \sqrt{2\,g(d-h)}$ y cuando llega al suelo la velocidad es $v_f = \sqrt{2\,g(0-h)}$. Según el enunciado se cumple que $v_d = \frac{1}{2}v_f$. Por tanto,

$\sqrt{2\ g\ (d-h)} = \frac{1}{2}\sqrt{2\ g\ (0-h)}$,

de donde, $4(d-h) = -h$, es decir, $d = \frac{3}{4}h$.

18. Lanzas un cuerpo verticalmente hacia arriba, de forma que tiene una velocidad de 8,0 m/s cuando ha alcanzado la mitad de la altura máxima a la que puede subir:

a) ¿Con qué velocidad se lanzó?

b) ¿A qué altura sube?

c) ¿Qué velocidad posee un segundo después de ser lanzado?

Solución:

Tomamos como sistema de referencia el punto de lanzamiento, y_0 = 0. Aplicamos la ecuación $v^2 - v_0^2 = 2g\left(y - y_0\right)$, así,

a) Alcanza la altura máxima cuando v = 0, y = h. Por tanto, se cumple $-v_0^2 = 2gh$.

Cuando alcanza la mitad de la altura máxima se cumple: $64\ \text{m}^2/\text{s}^2 - v_0^2 = 2g\frac{h}{2}$,

De ambas ecuaciones se obtiene:

$64\ \text{m}^2/\text{s}^2 - v_0^2 = -\frac{1}{2}v_0^2$, de donde v_0 = 11,3m/s.

b) Altura máxima, se obtiene despejando h de la ecuación $-v_0^2 = 2gh$, es decir,

$h = \frac{-128}{2\cdot(-9{,}8)} = 6{,}5\text{m}$

c) v = v_0 + g t = 11,3 m/s – 9,8 m/s^2 · 1 s^2 = 1,5 m/s

19. Se lanza desde el suelo hacia arriba un objeto al mismo tiempo que se deja caer otro desde una altura de 45 m.

¿Con qué velocidad se debe lanzar el primero para que los dos lleguen al suelo al mismo tiempo?

Solución:

Tomamos como sistema de referencia el suelo. En primer lugar calcularemos el tiempo que tarda el segundo cuerpo en llegar al suelo utilizando la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$, siendo y_0 = 0; y = 45m, v_0 = 0. Es decir, $0 = 45 + \frac{1}{2}(-9{,}8)\cdot t^2$, de donde se deduce que t = 3s.

Este tiempo es el que tarda el primer objeto en volver al suelo. En este caso y_0 = 0; y = 0 , v_0 = 0, es decir, $0 = v_0 \cdot (3\text{s}) - 4{,}9\,\text{m/s}^2 \cdot 9\text{s}^2$, por tanto v_0 = 15 m/s.

20. Se deja caer una piedra desde el brocal de un pozo y tarda 2,3 s en percibirse el sonido producido por el choque con el agua. Si la velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s, ¿a qué profundidad está el agua?

Solución:

Tomamos como sistema de referencia el brocal del pozo y llamamos h a la profundidad pedida. Hay que considerar dos movimientos:

- La caída libre de la piedra, definido por la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$,
- Siendo $y_0 = -h$; $y = 0$; $v_0 = 0$
- El movimiento rectilíneo y uniforme del sonido, definido por $y = v_s(2{,}3\text{s} - t)$
- Así, se cumple que
- $\frac{1}{2}\cdot(-9{,}8\,\text{m/s}^2)t^2 = 340\,\text{m/s}^2 \cdot (2{,}3\text{s} - t)$, de donde se obtiene el tiempo que tarda la piedra en llegar a la superficie del agua, que es t = 2,23s.
- La profundidad pedida será $h = 340\,\text{m/s} \cdot (2{,}3\,\text{s} - 2{,}23\,\text{s}) = 24\,\text{m}$

21. Desde un punto situado en el extremo de la terraza de un edificio de 55 m de altura se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 30 m/s. Si despreciamos la resistencia del aire, tomamos g = 10m/s² como valor de la gravedad y el nivel de la calle como sistema de referencia, calcula:

a) ¿Dónde se encuentra la pelota 2,0 s después de lanzarla?

b) ¿Qué velocidad posee en ese instante?

c) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar el punto más alto de la trayectoria?

d) ¿Qué altura máxima alcanza?

e) ¿Qué velocidad posee cuando se encuentra a 20m por encima del punto de lanzamiento?

f) ¿Cuánto tiempo tarde en llegar a la calle?

g) ¿Con qué velocidad llega a la calle?

h) ¿Qué velocidad tiene la pelota cuando se encuentra a 10 m de la calle?

Solución:

Se trata de un problema de caída libre. Tomamos como sistema de referencia el nivel de la calle. De la ecuación $y = y_0 + v_0 + \frac{1}{2}gt^2$ se obtiene la posición, y, en cualquier instante. Siendo y_0 = 55m y g = −10m/s²:

a) $y = 55\,\text{m} + 30\,\text{m/s} \cdot 2{,}0\,\text{s} - 5\,\text{m/s}^2 \cdot 4{,}0\,\text{s}^2 = 95\,\text{m}$

b) $v = v_0 + gt = 30\,\text{m/s} - 10\,\text{m/s}^2 \cdot 2{,}0\,\text{s} = 10\,\text{m/s}$

c) Llegará al punto más alto cuando v = 0. De la ecuación $v = v_0 + gt$; 0 = 30 -9,8 t; se obtiene t = 3s.

d) La altura máxima viene dada por $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$. Cuando t = 3s,

$$y = 55\,\mathrm{m} + (30\,\mathrm{m/s} \cdot 3\,\mathrm{s}) - (5\,\mathrm{m/s^2} \cdot 9\,\mathrm{s^2}) = 100$$

e) La velocidad en función de la posición viene dada por $v^2 - v_0^2 = 2g(y - y_0)$, siendo $y - y_0$ = 20 m. Resolviendo esta ecuación se obtiene v = ±22 m/s.

Hay dos instantes en que la pelota pasa por el punto indicado: cuando sube (v = 22m/s) y cuando baja (v = −22m/s).

f) De la ecuación $y = y_0 + v_0^t + \frac{1}{2}gt^2$se obtiene el tiempo que tarda en llegar a la calle. Esto ocurre cuando y = 0. Resolviendo la ecuación → 0 = 55 + 30 t − 5 · t^2 → t = 7,5 s.

g) El tiempo obtenido en la pregunta anterior lo sustituimos en $v = v_0 + gt$, → v = 30 +(-10) · 7,5 = - 45 → resultando v = −45 m/s.

h) De la expresión $v^2 - v_0^2 = 2g(y - y_0)$,, siendo y = 10m; y_0 = 55m, se obtiene v = −42m/s.

22. Desde un globo que se está elevando a 2m/s se deja caer un paquete cuando se encuentra a 60 m de altitud. Calcula:

***a)* ¿Cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo?**

***b)* ¿Con qué velocidad llega?**

***c)* ¿Dónde se encuentra el globo cuando llega al suelo el paquete?**

Solución:

El paquete tiende a subir, por inercia, con la velocidad que tiene el globo en el instante de soltar el paquete. Por tanto, v_0 = 2m/s.

a) Tomamos el suelo como sistema de referencia. Es decir, se cumple: y = 0, y_0 = 60m.

Sustituyendo estos valores en la ecuación $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$, obtenemos t = 3,7 s.

b) De la ecuación $v = v_0 + gt$ se obtiene la velocidad con que llega al suelo,

v = 2 +(-9,8 ·3, 7) → v = −34,3 m/s.

c) El globo asciende con velocidad constante, para hallar su posición utilizamos la ecuación $y = y_0 + vt = 60\,\mathrm{m} + (2\,\mathrm{m/s} \cdot 3{,}7\,\mathrm{s}) = 67\,\mathrm{m}$.

Movimiento circular

23. Un móvil describe una trayectoria circular de 1,0 m de radio 30 veces por minuto. Calcula:

***a)* El periodo.**

***b)* La frecuencia.**

***c)* La velocidad angular.**

***d)* La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta de este movimiento.**

Solución:

a) Periodo es el tiempo empleado en dar una vuelta.

Por tanto, vale: $T = \dfrac{60\ \text{s}}{30\ \text{vueltas}} = 2\ \text{s/vuelta}$

b) La frecuencia es inversa del periodo: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2\ \text{s/vuelta}} = 0{,}5\ \text{vueltas/s}$

c) La velocidad tangencial y la aceleración centrípeta son respectivamente:

$v = \omega R = 3{,}14\ \text{rad/s} \cdot 1{,}0\ \text{m/rad} = 3{,}14\ \text{m/s}$

$a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(3{,}14\ \text{m/s})^2}{1{,}0\ \text{m}} = 9{,}9\ \text{m/s}^2$

24. Un ventilador gira a 360 rpm. En un momento dado se desenchufa de la corriente y tarda 36 s en pararse. Calcula:

***a)* ¿Qué aceleración angular tiene?**

***b)* ¿Con qué velocidad gira 15 s después de apagarlo?**

***c)* ¿Cuántas vueltas da hasta que se para?**

Solución:

a) Velocidad angular en A y B:

$\omega_A = \dfrac{v_A}{R} = \dfrac{0{,}5\,\text{m/s}}{2\,\text{m}} = 0{,}25\,\text{rad/s}$

$\omega_B = \dfrac{v_B}{R} = 0{,}37\,\text{rad/s}$

b) b) Aceleración tangencial $a_t = \dfrac{v_B - v_A}{t} = \dfrac{0{,}75\,\text{m/s} - 0{,}5\,\text{m/s}}{2\,\text{s}} = 0{,}12\,\text{m/s}^2$.

Aceleración angular $\alpha = \dfrac{a}{R} = \dfrac{0{,}12\ \text{m/s}}{2\,\text{m}} = 0{,}06\,\text{rad/s}^2$

c) Aceleración normal en A y B

$a_{nA} = \dfrac{v_A^2}{R} = 0{,}125\,\text{m/s}^2$

$a_{nB} = \dfrac{v_B^2}{R} = 0{,}28\,\text{m/s}^2$

---

a) ω_0 = 360 .2π rad/60s = 12π rad/s

$\alpha = \dfrac{\omega - \omega 0}{t} = \dfrac{0-12\pi}{36} = -\dfrac{\pi}{3}$ rad/s^2

b) $\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$; $\omega(15) = 12\pi + (-\pi/3)\cdot 15 = 7\pi$ rad/s

c) $\varphi = \omega_0 \cdot t + ½\ \alpha \cdot t^2$, $\varphi(36) = 12\pi \cdot 36 + ½\ (-\pi/3) \cdot 36^2 = 6 \cdot 36\ \pi$ rad

$6 \cdot 36\,\pi \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi rad} = 108$ vueltas

25. **Un punto material describe una circunferencia de 2,0 m de radio con aceleración constante. En un punto A de la trayectoria la velocidad es de 0,5 m/s y transcurridos 2,0 s la velocidad en otro punto B es 0,75m/s. Calcula:**

a) **La velocidad angular en A y B.**

b) **La aceleración tangencial y la aceleración angular de la partícula.**

c) **La aceleración normal en los puntos A y B.**

Solución:

a) Velocidad angular en A y B:

$$\omega_A = \frac{v_A}{R} = \frac{0{,}5 \text{m/s}}{2\text{m}} = 0{,}25 \text{rad/s}$$

$$\omega_B = \frac{v_B}{R} = 0{,}37 \text{rad/s}$$

b) Aceleración tangencial: $a_t = \frac{v_B - v_A}{t} = \frac{0{,}75 m/s - 0{,}5 m/s}{2{,}0 s} = 0{,}125 m/s^2$

Aceleración angular $\alpha = \frac{a}{r} = \frac{0{,}125 m/s^2}{2{,}0 m} = 0{,}0625 rad/s^2$

c) Aceleración normal en A y B

$$a_{nA} = \frac{v_A^2}{R} = 0{,}125 \text{m/s}^2$$

$$a_{nB} = \frac{v_B^2}{R} = 0{,}28 \text{m/s}^2$$

Movimiento de proyectiles

26. Una fuente tiene el caño a una distancia vertical del suelo de 0,50 m. El chorro del líquido, que sale horizontalmente, da en el suelo a 0,80 m del pie de la vertical. ¿Con qué velocidad sale el agua?

Solución:

El agua tiene dos movimientos independientes:

— Uno horizontal, debido a la presión, $x = v\,t$.

— Otro vertical de caída libre, $y = y_0 + 1/2\, g\, t^2$.

De la composición de estos dos movimientos resulta el movimiento parabólico que se observa.

Si tomamos el suelo como referencia, se tiene que: $y = 0$, $y_0 =$

= 0,50 m. Si eliminamos el tiempo en las ecuaciones anteriores, se obtiene la ecuación cartesiana de la trayectoria parabólica:

$$y = y_0 + \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v}\right)^2$$

De donde despejamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{g\,x^2}{2\,(y - y_0)}} = \sqrt{\frac{-9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (0{,}80\ \text{m})^2}{2\,(0 - 0{,}50)\ \text{m}}} = 2{,}8\ \text{m/s} \rightarrow$$

27. Un avión vuela horizontalmente a 900 m del suelo con una velocidad constante de 540 km/h. ¿A qué distancia de la vertical sobre un claro de la selva debe lanzar una caja de ayuda humanitaria para que llegue a su destino?

Solución:

La caja, al abandonar el avión, está sometida a dos movimientos: el del avión y el de caída libre:

$x = v\,t$, siendo v = 540 km/h = 150 m/s

$y = y_0 + 1/2\ g\ t^2$

Si tomamos el suelo como nivel de referencia y_0 = 900 m, y = 0 cuando la caja llega al suelo.

Tiempo que tarda en caer:

0 = 900 m – 0,5 · 9,8 m/s^2 · t^2

De donde se obtiene que t = 13,6 s

Luego la distancia será:

$x = v\,t$ = 150 m/s · 13,6 s = 2 040 m

28. Se dispara un proyectil con una velocidad inicial de 500 m/s batiendo un objetivo situado a 1 200 m en la misma horizontal del punto de lanzamiento. Calcula el ángulo de elevación.

Solución:

Las ecuaciones que rigen el movimiento del proyectil son:

$y = y_0 + (v_0 \operatorname{sen}\alpha)t + \frac{1}{2} g t^2$ para el movimiento vertical y

$x = (v_0 \cos\alpha)t$ para el movimiento horizontal.

Cuando el proyectil llega al suelo se cumple:

$y = y_0$; x = 1200m.

Si eliminamos el tiempo en el sistema de ecuaciones anterior, se obtiene la ecuación

$$x = v_0 \cos\alpha \frac{(-2v_0 \operatorname{sen}\alpha)}{g} = -v_0^2 \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{g}$$

$$\operatorname{sen} 2\alpha = \frac{xg}{v_0^2} = \frac{1\,200\,\text{m} \cdot (-9{,}8\,\text{m/s}^2)}{250\ 000\,\text{m}^2/\text{s}^2}$$

De donde α = 1,34°

29. Se lanza desde el suelo una pelota bajo un ángulo de 30° con la horizontal y cae en la terraza de un edificio situado a 30 m de distancia. Si la terraza está a una altura de 10 m, calcula la velocidad con que se lanzó.

Solución:

Cuando la pelota llega a la terraza ha experimentado un desplazamiento vertical $y - y_0 = 10\,\text{m}$, y un desplazamiento horizontal de x_0 = 30m. Por tanto, se cumple:

$$10\,\text{m} = (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$30\,\text{m} = (v_0 \cos\alpha)t$$

g = -9,8 m/s^2

De la solución de este sistema se obtiene v_0 = 29 m/s.

30. Un motorista asciende por una rampa de 20° y cuando está a 2,0 m sobre el nivel del suelo «vuela» a fin de salvar un río de 10 m de ancho. ¿Con qué velocidad debe despegar si quiere alcanzar la orilla sin mojarse?

Solución:

Se trata de un tiro oblicuo. Por tanto, el movimiento viene dado por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = (v_0 \cos\alpha)t$$

En este caso y_0 = 2,0 m; y = 0; x = 10 m;α = 20°. Por tanto, las ecuaciones toman la forma:

$$-2{,}0\,\text{m} = (v_0 \text{sen}20^\circ)t + \frac{1}{2}\cdot 9{,}8t^2$$

$$10\,\text{m} = (v_0 \cos 20^\circ)t$$

Resolviendo el sistema obtenemos v_0 = 10 m/s, y el tiempo que tarda en cruzar el río t = 1s.

31. Desde la cima de un acantilado se lanza horizontalmente un proyectil y se observa que tarda 3,0 s en tocar el agua en un punto que dista 60 m de la base del acantilado. Calcula:

***a)* La altura que tiene el acantilado.**

***b)* Con qué velocidad se lanzó el proyectil.**

***c)* Con qué velocidad llega al agua.**

Solución:

Si tomamos el punto de lanzamiento como sistema de referencia, se cumple que y_0 = 0; y = $-h$ (siendo h la altura del acantilado); x = 60m; α = 0°.

En este caso las ecuaciones de movimiento toman la forma:

$$-h = \frac{1}{2} g\, t^2$$

$$60\,\text{m} = v_0^t$$

a) De la primera ecuación, para *t* = 3,0 s, se obtiene *h* = 44m

b) De la segunda ecuación se obtiene $v_0 = \frac{60\text{m}}{t} = 20\text{m/s}$

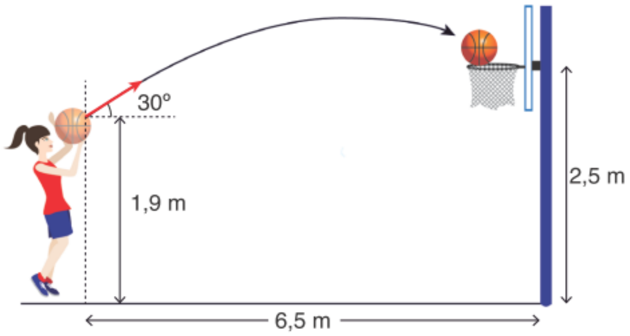
c) La velocidad al llegar al agua tiene dos componentes:

$$v_x = 20 \text{ m/s}$$

$$v_y = gt = -29{,}4 \text{ m/s}$$

$$|\vec{v}| = 36 \text{ m/s}$$

32. Una jugadora de baloncesto pretende realizar una canasta de tres puntos. Para ello lanza la pelota desde una distancia de 6,5 m y a una altura de 1,9 m del suelo. Si la canasta está situada a una altura de 2,5 m como en la figura, ¿con qué velocidad debe realizar el tiro si lo hace con un ángulo de elevación de 30°?



Solución:

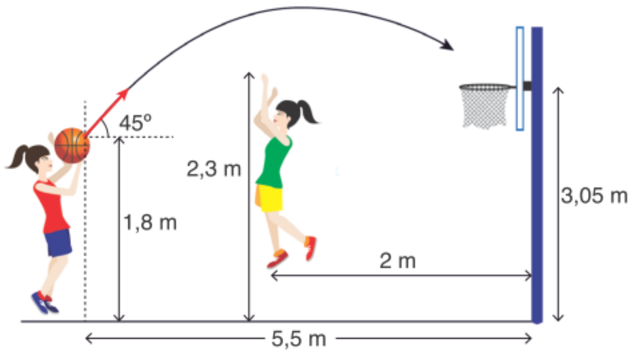
De la figura se deduce que y_0 = 1,9 m; *y* = 2,5 m; *x* = 6,5 m; α = 30°. Se trata de un tiro oblicuo. Por tanto, el movimiento viene dado por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = (v_0 \cos\alpha)t$$

Sustituyendo los valores anteriores y resolviendo el sistema se obtiene v_0 = 9,3 m/s.

33. Una jugadora de baloncesto tira a la canasta desde un punto situado a 5,50 m de la vertical de la canasta, que está situada a 3,05 m del suelo. Lanza desde una altura de 1,80 m, con un ángulo de 45°. Una jugadora contraria que está situada a 2,0 m delante de la canasta pretende taponar saltando hasta 2,3 m. ¿Logrará impedir la canasta?



Solución:

Impedirá la canasta si la posición y del balón al pasar por la vertical donde salta la segunda jugadora es inferior a 2,3 m. Es decir, si en el sistema de ecuaciones para x = 3,5 m, sucede que y < 2,3 m.

En primer lugar, hallamos la velocidad con que debe lanzar el balón para que este alcance la canasta. Cuando esto ocurre se cumple y_0 = 3,05 m; y = 1,8 m; x = 5,5 m; α = 45°.

Se trata de un tiro oblicuo definido por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$y = y_0 + x\tan\alpha + \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2$$

Sustituyendo los valores y despejando v_0, tenemos que debe lanzar con una velocidad v_0 = 8,35 m/s.

Para ver si la segunda jugadora impide la canasta calculamos, en la ecuación de la trayectoria, el valor de y cuando x = 8,35 m.

$y = 1{,}8\ \text{m} + (3{,}5\cdot 1) - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2\cdot\left(\frac{3{,}5}{8{,}35\,\text{m/s}\cdot 0{,}5}\right)^2 = 3{,}6\,\text{m} > 2{,}3\,\text{m}$. Por tanto, no logrará impedir la canasta.

34. Un alumno intenta encestar en la papelera una bola de papel. Teniendo en cuenta que está sentado a 5,0 m de ella y que la altura de su brazo estirado y vertical sobre el nivel de la boca de la papelera es de 1,5 m. Calcula:

_a)_ La velocidad con que debe lanzar la bola.

_b)_ El ángulo con que incide la bola en la papelera.

Solución:

Se trata de un lanzamiento horizontal. Tomamos como referencia el punto de lanzamiento y como nivel horizontal la boca de la papelera. Por tanto, y_0 = 1,5 m; y = 0; x = 5 m.

a) El movimiento de la bola de papel viene determinado por las ecuaciones de tiro horizontal:

$$y = y_0 + \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = v_0 t$$

$0 = 1{,}5 + (-4{,}9)\ t^2$

5 = $v_0 \cdot t$ de donde t = 0,55 s y v_0 = 9 m/s

$$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

b) La velocidad en cualquier instante es tangente a la trayectoria y tiene dos componentes cuyo cociente nos da la pendiente del vector velocidad.

Al llegar a la papelera estas componentes valen:

$$v_y = -gt = -g\frac{x}{v_x} = -5{,}44\,\text{m/s}$$

$$v_x = 9\,\text{m/s}$$

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-5{,}44\,\text{m/s}}{9\,\text{m/s}} = -0{,}6 \Rightarrow \alpha = -31^{\circ}$$

35. En un campo de golf un hoyo está situado a 200 m horizontalmente del punto de lanzamiento y a una altitud de 4,0 m. ¿Cuál debe ser el valor de la velocidad y el ángulo de elevación si la pelota cae junto al hoyo 5,0 s después de ser lanzada?

Solución:

Se trata de un tiro oblicuo en donde y_0 = 0; y = 4 m; x = 200 m; t = 5s. Si tomamos como sistema de referencia el punto de lanzamiento, las ecuaciones de movimiento son:

$$y = y_0 + (v_0 \text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow v_0\text{sen}\alpha = \frac{4}{5}\text{m/s} - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\text{m/s}^2 \cdot 5 = 25{,}3\text{m/s}$$

$$x = (v_0\cos\alpha)t \Rightarrow v_0\cos\alpha = \frac{x}{t} = \frac{200\text{m}}{5\text{s}} = 40\text{m/s}$$

$$\tan\alpha = \frac{25{,}3\text{m/s}}{40\text{m/s}} = 0{,}63 \Rightarrow \alpha = 32{,}3^{\circ}$$

36. Una pelota de béisbol abandona el bate a una altura de 1,0 m por encima del suelo y con un ángulo de elevación de 45°, con una velocidad tal que el alcance horizontal hubiera sido 100 m. A la distancia de 90 m del punto de lanzamiento se encuentra una valla de 8,0 m de altura. ¿Pasará la pelota por encima de la valla?

Solución:

Se trata de un tiro oblicuo definido por ecuaciones de movimiento:

$$y = y_0 + (v_0\text{sen}\alpha)t + \frac{1}{2}gt^2 \text{ para el desplazamiento vertical}$$

$$x = (v_0\cos\alpha)t \text{ para el desplazamiento horizontal}$$

Si tomamos el suelo como sistema de referencia se cumple y = 0 m y_0 = 1m; x = 100 m; α = 45°.

En el sistema anterior eliminamos el tiempo y calculamos la velocidad de lanzamiento:

$$t = \frac{100\,\text{m}}{v_0 \cos\alpha};$$

$$0 = -1 + 100\,\text{m} \cdot \tan 45º - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2 \cdot \left(\frac{100\,\text{m}}{v_0 \cos\alpha}\right)$$

De donde se deduce que v_0 = 31,4m/s.

Pasará la valla si y > 8m, cuando la pelota se haya desplazado una distancia horizontal de x = 90 m.

El tiempo empleado en recorrer esa distancia es

$$t = \frac{90\,\text{m}}{31{,}4\,\text{m/s} \cdot 0{,}7} = 4{,}1\,\text{s}$$

La posición de la pelota en ese instante es:

$$y = 1\,\text{m} + 90\,\text{m} + \frac{1}{2} g t^2 = 91\,\text{m} - 4{,}9 \cdot (4{,}1\,\text{s})^2 = 9\,\text{m}$$

Sí pasará la valla porque y = 9 m > 8 m.

Movimiento armónico

37. Una partícula vibra con una frecuencia de 5 Hz. ¿Cuánto tiempo tardará en desplazarse desde un extremo hasta la posición de equilibrio?

Solución:

Por definición, una partícula animada de m.a.s. tarda un cuarto de periodo en desplazarse desde un extremo hasta la posición de equilibrio.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5s^{-1}} = 0{,}2s$$

Por tanto, el tiempo transcurrido será:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{0{,}2s}{4} = 0{,}05s$$

38. Una partícula animada de m.a.s. vibra con una amplitud de 0,20 cm y una velocidad máxima de 8 m/s. ¿Con qué frecuencia vibra la partícula?

Solución:

Despejamos la frecuencia de la igualdad que expresa la velocidad máxima

$$v_m = \omega A = 2\pi f A$$

$$f = \frac{v_m}{2\pi A} = \frac{8,0 m/s}{6,28 \cdot 0,20 \cdot 10^{-1} m} = 6,4 \cdot 10^2 Hz$$

39. Una partícula vibra de modo que tarda 0,50 s en ir desde un extremo a la posición de equilibrio, distantes entre sí 8 cm. Si para t = 0 la elongación de la partícula es 4 cm, halla la ecuación que define este movimiento.

Solución:

Del enunciado se deduce que el periodo del movimiento es T = 4 · 0,50 s = 2 s , y que, por tanto, la frecuencia angular vale

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{ rad/s}$$

Para hallar la fase inicial, aplicamos, para t = 0, la ecuación del movimiento:

x = A sen (ω t + φ) ; A/2 = A sen φ $\Rightarrow$; De donde φ = 30° = π/6 rad

De acuerdo con estos valores, el movimiento indicado está definido por la ecuación

$$x = 8,0 \cdot 10^{-2} sen(\pi \cdot t + \frac{\pi}{6})$$

40. Un m.a.s. está definido por la siguiente ecuación: x = 0,40 · sen(120t + π/6) con las unidades en el SI. Calcula:

a) Las condiciones iniciales x_o , v_o .

b) La frecuencia del movimiento.

Solución:

a) Para hallar la posición inicial sustituimos en la ecuación del movimiento el valor del tiempo t = 0.

x_0 = 0,4 sen(120 · 0 + 30°) = 0,20 m

La velocidad viene dada por

$v_o = 0{,}4 \cdot 120 \cos(120\,t + 30)$, que para t = 0 toma el valor

$v_o = 0{,}4 \cdot 120 \cos 30° = 42$ m/s

b) La frecuencia será

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{120 rad/s}{6{,}28} = 19 Hz$$

41. Una partícula que se encuentra animada de m.a.s tiene una aceleración de 8,0 m/s^2 cuando se encuentra a 0,15 m de la posición de equilibrio. Calcula su periodo.

Solución:

La aceleración se puede expresar en función del periodo:

$$a = \omega^2 x = \frac{4\pi^2}{T^2} x$$

De donde se obtiene el valor de T

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 x}{a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 9{,}86 \cdot 0{,}15 m}{8{,}0 m/s^2}} = 0{,}86 s$$

Aplica lo aprendido

42. Un avión que parte del reposo acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad de despegue de 75 m/s en 5,0 s.

a) ¿Con qué velocidad en km/h despega el avión?

b) ¿Cuál es su aceleración?

c) ¿Qué longitud de pista ha recorrido hasta despegar?

d) ¿Qué distancia recorre en el último segundo?

Solución:

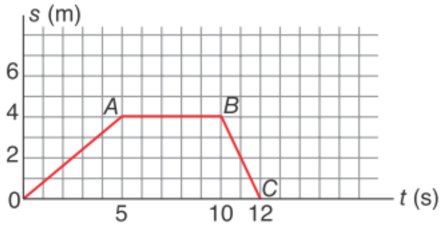
a) $75 \, \frac{m}{s} \cdot 3\,600 \, \frac{s}{h} \cdot \frac{1}{1\,000} \cdot \frac{km}{m} = 270$ km/h

b) $a = \frac{v_t - v_0}{t} = \frac{75 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{5{,}0 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}^2$

c) $x = v_0 t + 1/2\ a\ t^2 = 0{,}5 \cdot 15\ m/s^2 \cdot (5{,}0\ s)^2 = 188\ m$

d) $x_{4-5} = 188\ m - 0{,}5 \cdot 15\ m/s^2 \cdot (4{,}0\ s)^2 = 68\ m$

43. Dado el diagrama de la Figura, indica qué afirmaciones son falsas:



***a)* En el tramo OA la velocidad ha sido 0,8 m/s.**

***b)* En el tramo AB la velocidad es 0,8 m/s.**

***c)* En el tramo BC la velocidad es –2 m/s.**

***d)* En el tramo AB el móvil está parado.**

e) Dibuja las gráficas v – t, a – t a partir de la gráfica s – t.

f) Escribe para cada tramo las ecuaciones del movimiento sustituyendo los valores numéricos que conozcas.

g) Imagina una situación real que pudiera dar lugar a la gráfica s – t proporcionada y descríbela.

Solución:

Es falsa la afirmación *b)*, porque en el tramo *AB* la posición permanece constante. Por tanto, la velocidad es cero.

Las demás afirmaciones son verdaderas:

— En el tramo *OA* la velocidad media es 4 m/5 s = 0,8 m/s

— En el tramo *BC* la velocidad es $\frac{0-4\ m}{2\ s} = -2\ m/s$

— En el tramo *AB* el móvil está parado.

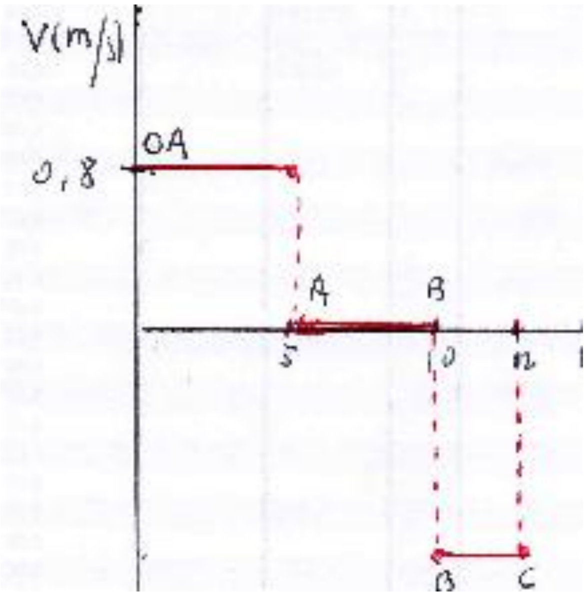
e) Velocidad y aceleración en cada tramo.

0A : $v_{OA} = \frac{s}{t} = \frac{4m}{5s} = 0{,}8\,m/s$; $a_{OA} = 0$

AB : $v_{AB} = 0$; $a_{AB} = 0$

BC : $v_{BC} = \frac{-4m}{2s} = -2\,m/s$; $a_{BC} = 0$

De acuerdo con estos valores la gráfica v – t es escalonada y la gráfica a – t es una recta horizontal:



f) El tramo OA se recorre en sentido positivo con velocidad constante de 0,8 m/s. En el tramo AB no hay movimiento v_{AB} = 0 . El tramo BC se recorre en sentido contrario al tramo OA con velocidad V_{BC}= – 2 m/s. Volviendo al punto de partida.

Las ecuaciones de posición serían:

$s_{OA} = v_{OA} \cdot t = 0,8\ t$ $\qquad$ $s_{AB} = 4$ $\qquad$ $s_{BC} = v_{BC} \cdot t = -\ 2\ t$

g) Sales de casa con velocidad de 0,8 m/s , 5 segundos después te das cuenta que has olvidado el móvil, durante 5 s estás parado pensando en donde lo has dejado, y vuelves deprisa al punto de partida con una velocidad de 2 m/s.

44. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba desde un puente situado a 35 m del agua. Si la piedra golpea el agua 4,0 s después de soltarla, calcula:

- ***a)* La velocidad con que se lanzó.**
- ***b)* La velocidad con que golpeó el agua.**
- **c) Profundidad máxima que alcanza la pelota si su aceleración dentro del agua es de 20 m/s^2.**

Solución:

Tomamos como punto de referencia el puente. Por tanto, y_0 = 0; y = −35m.

a) Resolviendo la ecuación $y = y_0 + v_0^{t} + \frac{1}{2}gt^2$ se obtiene v_0 = 11 m/s.

b) La velocidad con que llega al agua se obtiene de

$$v = v_0 + gt = 11{,}3\,m/s - 9{,}8\,m/s^2 \cdot 4\,s = -28\,m/s$$

c) La pelota penetrará en el agua hasta que su velocidad final sea cero. Si tomamos el nivel del agua como referencia , la pelota se para cuando se haya desplazado h debajo del nivel del agua.

La distancia que recorre hasta pararse la obtenemos a partir de la expresión:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2ah \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2a} = \frac{0 - 28^2\,m^2/s^2}{40\,m/s^2} = -20\,m$$

45. Un ciclista parte del reposo en un velódromo circular de 50 m de radio, y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado hasta que, a los 50 s de iniciada la marcha, alcanza una velocidad de 36 km/h; desde este momento conserva su velocidad. Calcula:

***a)* La aceleración tangencial y la aceleración angular en la primera etapa del movimiento.**

***b)* La aceleración normal en el momento de cumplirse los 50 s.**

***c)* La longitud de pista recorrida en los 50 s.**

***d)* El tiempo que tarda en dar una vuelta a la pista con velocidad constante.**

***e)* El número de vueltas que da en 10 minutos contados desde que inició el movimiento.**

Solución:

a) Aplicamos la definición de aceleración tangencial: $a_t = \frac{v - v_0}{t} = \frac{10\,m/s - 0}{50\,s} = 0{,}2\,m/s^2$

La aceleración angular será: $\alpha = \frac{a}{R} = 4 \cdot 10^{-3}\,rad/s^2$

b) $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{100\,m^2/s^2}{50\,m} = 2\,m/s^2$

c) $e = \frac{1}{2}at^2 = 0{,}1\,m/s^2 \cdot (50\,s)^2 = 250\,m$

d) $t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{314\,m}{10\,m/s} = 31{,}4\,s$

e) Espacio recorrido con velocidad constante, $e = vt = 10\,m/s \cdot (600\,s - 50\,s) = 5\,500\,m$. Espacio total: 5500 m + 250 m = 5750 m.

Número de vueltas: $n^o = \frac{5\,750\,m}{314\,m/vuelta} = 18{,}3\,vueltas$

46. El récord mundial de salto de longitud está en 8,95 m. ¿Cuál debe ser la velocidad mínima de un saltador, cuya trayectoria forma un ángulo de 45,0° respecto al suelo, para sobrepasar dicha distancia?

Solución:

Se puede considerar un tiro oblicuo de ecuaciones:

$x = v_0 \cos \alpha\, t$

$y = v_0 \operatorname{sen} \alpha\, t - 1/2\, g\, t^2$

Cuando vuelve a tocar el suelo se cumple que $y = 0$.

El tiempo que el saltador está en el aire:

$$t = \frac{2\, v_0 \operatorname{sen} \alpha}{g}$$

El alcance horizontal será:

$$x = v_0 \cos \alpha \frac{2\, v_0 \operatorname{sen} \alpha}{g} = \frac{2\, v_0^2\, 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}$$, para α = 45°

Luego, la velocidad será $v = \sqrt{x\, g} = \sqrt{8{,}95\ \text{m} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2} = 9{,}37\ \text{m/s}$

47. Una bola que rueda sobre una mesa horizontal de 0,90 m de altura cae al suelo en un punto situado a una distancia horizontal de 1,5 m del borde de la mesa. ¿Qué velocidad tenía la bola en el momento de abandonar la mesa?

Solución:

Si tomamos el suelo como sistema de referencia se cumple y_0 = 0,90 m; y = 0; x = 1,5 m; α = 0°. Las ecuaciones que determinan el movimiento de la pelota toman la forma:

$$0 = 0{,}90\text{m} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\text{m/s} \cdot t^2$$

$$1{,}5 = v_0 . t$$

De la primera ecuación se obtiene el tiempo que tarda en llegar al suelo, t = 0,428 s.

De la segunda ecuación se obtiene la velocidad con que abandona la mesa, v_0 = 3,5 m/s.

48. Una partícula vibra de acuerdo con la ecuación: x = 0,080 sen 100t, en unidades del SI. Calcula:

a) La frecuencia

b) La velocidad máxima de vibración.

c) La velocidad de la partícula cuando se encuentra a 5,0 cm de la posición de equilibrio.

Solución:

La frecuencia angular de este movimiento es 100 rad/s, como indica su enunciado. De la expresión $\omega = 2\pi$ f obtenemos la frecuencia natural del oscilador.

a)

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100 rad/s}{6,28} = 16 Hz$$

b) Velocidad máxima: $v_m = \omega A = 100$ rad/s · 0,080 m = 8,0 m/s

c) La velocidad, en función de la elongación, viene dada por