Sucesiones. 100 Ejercicios para practicar con soluciones

1 **En las sucesiones de término general $a_n = 5n - 3$ y $b_n = 2n$, halla los términos primero, segundo y décimo.**

Solución:

$a_1 = 5 \cdot 1 - 3 = 2 \quad a_2 = 5 \cdot 2 - 3 = 7 \quad a_{10} = 5 \cdot 10 - 3 = 47$

$b_1 = 2 \cdot 1 = 2 \quad b_2 = 2 \cdot 2 = 4 \quad b_{10} = 2 \cdot 10 = 20$

2 **Halla los cinco primeros términos de la sucesión $a_n = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$**

Solución:

$a_1 = \left(\frac{1-1}{1}\right)^2 = 0 \quad a_2 = \left(\frac{2-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad a_3 = \left(\frac{3-1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad a_4 = \left(\frac{4-1}{41}\right)^2 = \frac{9}{16} \quad a_5 = \left(\frac{5-1}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

3 **Comprueba que $a_n = \frac{1}{n}$ es el término general de la sucesión: 1, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$**

Solución:

$a_1 = \frac{1}{1} = 1$, $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = \frac{1}{3}$, $a_4 = \frac{1}{4}$

4 **En las sucesiones de término general $a_n = 10n - 3$ y $b_n = \frac{4n-9}{3n-2}$, halla los términos primero, quinto, décimo y decimoquinto.**

Solución:

a) $a_1 = 7$; $a_5 = 47$; $a_{10} = 97$; $a_{15} = 147$

b) $b_1 = -5$; $b_5 = \frac{11}{13}$; $b_{10} = \frac{31}{28}$; $b_{15} = \frac{51}{43}$

5 **Completa los términos intermedios que faltan en las siguientes sucesiones:**

a) **8,___, 4, 2, ___, -2, ...**
b) **1, 4, ___, 16, ___, 36, 49, ...**

Solución:
a) 8, 6, 4, 2, 0, -2, ...
b) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...

6 **Averigua el término siguiente en cada una de las sucesiones:**

a) **–3, –5, –7, –9, ___**
b) **5, –10, 20, –40, ___**

Solución:
a) − 3, − 5, − 7, —9, − 11
b) 5, − 10, 20, − 40, 80

7 **Comprueba si 5, 7 y 9 son términos de la sucesión que tiene de término general $a_n = 2n + 3$.**

Solución:

Para que sean términos de esa sucesión, debe existir números naturales que sustituidos por n en la fórmula del término general den como resultado, 5, 7 y 9.

$5 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 2 \Rightarrow n = 1$

$7 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 4 \Rightarrow n = 2$

$9 = 2n + 3 \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3$

Por tanto, sí son términos de la sucesión. En concreto, los tres primeros.

8 **Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:**

a) $a_n = 5n + 7$

b) $b_n = \frac{4n-3}{n}$

Solución:

a) $a_1 = 12$; $a_2 = 17$; $a_3 = 22$; $a_4 = 27$; $a_5 = 32$

b) $b_1 = 1$; $b_2 = \frac{5}{2}$; $b_3 = 3$; $b_4 = \frac{13}{4}$; $b_5 = \frac{17}{5}$

9 **Halla los cinco primeros términos de la sucesión $c_n = \frac{2x-1}{n+1}$**

Solución:

$c_1 = \frac{2\cdot1-1}{1+1} = \frac{1}{2}$ $c_2 = \frac{2\cdot2-1}{2+1} = \frac{3}{3} = 1$ $c_3 = \frac{2\cdot3-1}{3+1} = \frac{5}{4}$ $c_4 = \frac{2\cdot4-1}{4+1} = \frac{7}{5}$ $c_5 = \frac{2\cdot5-1}{5+1} = \frac{9}{6} = \frac{1}{2}$

10 **Calcula los términos tercero y décimo de la sucesión cuyo término general es $b_n = 2n - 3n^2$**

Solución:

$b_3 = 2\cdot3 - 3\cdot3^2 = -21$

$b_{10} = 2\cdot10 - 3\cdot10^2 = -280$

11 **Halla el término siguiente en cada una de las sucesiones:**

a) **3, 8, 13, 18, ___**

b) **1, $\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}$, ___**

Solución:

a) 3, 8, 13, 18, <u>23</u>

b) 1, $\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}$

12 **¿Es 24 un término de la sucesión que tiene de término general $a_n = 3n + 12$?**

Solución:

Si existe un número natural que sustituido por n en la fórmula del término general dé como resultado 24, sí lo es.

$24 = 3n + 12 \Rightarrow 3n = 24 - 12 \Rightarrow 3n = 12 \Rightarrow n = 4$

Por tanto, es el cuarto término de la sucesión.

13 **Completa los términos intermedios que faltan en las siguientes sucesiones:**

a) **3, 7,___, 15, ___, 23, 27, ...**

b) **$\frac{1}{2}$, 1, 2, 4, ___, 16, ...**

Solución:

c) 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, ...

d) $\frac{1}{2}$, 1, 2, 4, 8, 16, ...

14 **Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:**

a) **$a_n = 3n + 2$**

b) **$b_n = \frac{n+5}{2n+1}$**

Solución:

a) $a_1 = 5$; $a_2 = 8$; $a_3 = 11$; $a_4 = 14$; $a_5 = 17$

b) $b_1 = 2$; $b_2 = \frac{7}{5}$; $b_3 = \frac{8}{7}$; $b_4 = 1$; $b_5 = \frac{10}{11}$

15 **Halla el término general de la sucesión: $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \frac{32}{243}, ...$**

Solución:

$a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$

16 **Averigua si $\frac{1}{3}$ y 3 son términos de la sucesión de término general $a_n = \frac{n-1}{n+1}$.**

Solución:

Hay que comprobar si existen números naturales que al sustituir por n en la expresión del término general dé como resultado los valores dados.

$\frac{1}{3} = \frac{n-1}{n+1} \Rightarrow n + 1 = 3n - 3 \Rightarrow -2n = -4 \Rightarrow n = 2$

$3 = \frac{n-1}{n+1} \Rightarrow 3n + 3 = n - 1 \Rightarrow 2n = -4 \Rightarrow n = -2$

Por tanto, $\frac{1}{3}$ sí es un término de la sucesión, el segundo, pero 3 no lo es.

17 **Halla el término general de las siguientes sucesiones:**

a) $-2, -4, -6, -8, ...$

b) $1, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \frac{1}{125}, ...$

Solución:

a) $a_n = -2n$

b) $b_n = n^3$

18 **Dadas las sucesiones de término general $a_n = n^2 + 1$, $b_n = \frac{2n}{n-1}$ y $c_n = 3 + n$, realiza las siguientes operaciones:**

a) $(a_n)\cdot(b_n) + (c_n)$

b) $(a_n)\cdot[(b_n) + (c_n)]$

Solución:

a) $(a_n)\cdot(b_n) + (c_n) = (n^2+1)\cdot\frac{2n}{n+1} + 3 + n = \frac{2n^3+2n}{n+1} + 3 + n = \frac{2n^3+2n+3n+3+n^2+n}{n+1} = \frac{2n^3+n^2+6n+3}{n+1}$

b) $(a_n)\cdot[(b_n) + (c_n)] = (n^2+1)\cdot\left[\frac{2n}{n+1} + 3 + n\right] = (n^2+1)\cdot\frac{2n+3n+3+n^2+n}{n+1} = (n^2+1)\cdot\frac{n^2+6n+3}{n+1}$

$= \frac{n^4+6n^3+4n^2+6n+3}{n+1}$

19 **Completa los términos intermedios que faltan en las siguientes sucesiones:**

a) $\frac{1}{3}$, _____, 3, 9, _____, 81,...

b) –5, –3, ____, 1, ____, 5, ...

Solución:

a) $\frac{1}{3}$, <u>1</u>, 3, 9, <u>27</u>, 81,...

b) – 5, – 3, <u>– 1</u>, 1, <u>3</u>, 5, ...

20 **Dadas las sucesiones $(a_n) = (4,6,9,18,23,...)$ y $(b_n) = (-1,3,-2,4,-3,5,...)$ halla $2\cdot(a_n)$ y $(a_n) + (b_n)$.**

Solución:

$2\cdot(a_n) = (8,12,18,36,46,...)$

$(a_n) + (b_n) = (3,9,7,22,20,...)$

21 **Halla el término general de las siguientes sucesiones:**

a) 2, 5, 10, 17, ...

b) 2, 4, 6, 8, ...

Solución:

a) $a_n = n^2 + 1$

b) $b_n = 2n$

22 **Halla el término general de las siguientes sucesiones:**

a) 5, 7, 9, 11, 13, 15,...

b) $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8},$

Solución:

a) $a_n = 2n + 3$

b) $b_n = \frac{1}{n+2}$

23 **Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:**

a) $a_n = (-3)^n$

b) $b_n = \left(\frac{n+1}{n+5}\right)^n$

Solución:

a) $a_1 = -3$; $a_2 = 9$; $a_3 = -27$; $a_4 = 81$; $a_5 = -243$

b) $b_1 = \frac{1}{3}$; $b_2 = 0.18...$; $b_3 = 0.125$; $b_4 = 0.09...$; $b_5 = 0.07$

24 **Estudia si 129 es un término de la sucesión cuyo término general es $a_n = n^2 + 3n - 1$ y en caso afirmativo, indica cuál.**

Solución:

$129 = n^2 + 3n - 1 \Rightarrow n^2 + 3n - 130 = 0 \Rightarrow n = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\cdot1\cdot(-130)}}{2\cdot1} = \frac{-3 \pm 23}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -13 \end{cases}$

Entonces 129 es un término de la sucesión, el décimo.

25 **Dadas las sucesiones de término general $a_n = n + 3$ y $b_n = 5n - 1$, realiza las siguientes operaciones:**

a) $a_n - b_n$
b) $a_n + 3b_n$

Solución:
a) $a_n - b_n =$ (n + 3) - (5n - 1) = -4n + 4

b) $a_n + 3b_n =$ (n + 3) + 3(5n - 1) = n + 3 + 15n - 3 = 16n

26 **Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:**

a) $a_n = (-1)^n \cdot (2n + 5)$
b) $b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$

Solución:
a) $a_1 = -7$; $a_2 = 9$; $a_3 = -11$; $a_4 = 13$; $a_5 = -15$

b) $b_1 = 4$; $b_2 = 5{,}06...$; $b_3 = 5{,}61...$; $b_4 = 5{,}96...$; $b_5 = 6{,}19...$

27 **Halla el término general de las siguientes sucesiones:**

a) **1, 4, 9, 16, ...**
b) **3, 6, 9, 12, ...**

Solución:
c) $a_n = n^2$
d) $b_n = 3n$

28 **Dadas las sucesiones $a_n = 4n - 5$ y $b_n = n^2 + 2n$, calcula el tercer término de las sucesiones:**

c) $(a_n)\cdot(b_n)$
d) $(a_n) + (b_n)$

Solución:
c) $(a_3)\cdot(b_3) = (4\cdot 3 - 5)\cdot(3^2 + 2\cdot 3) = 105$
d) $(a_3) + (b_3) = (4\cdot 3 - 5) + (3^2 + 2\cdot 3) = 22$

29 **Escribe los ocho primeros términos de la sucesión (a_n) dada por: $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$**

Solución:
$a_1 = 1$
$a_2 = 1$
$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$
$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$
$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$
$a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$
$a_7 = a_6 + a_5 = 8 + 5 = 13$
$a_8 = a_7 + a_6 = 13 + 8 = 21$

30 **Dadas las sucesiones de término general $a_n = n - 1$ y $b_n = 2n + 2$, realiza las siguientes operaciones:**

e) $(a_n) - (b_n)$
f) $(a_n) + 2\cdot(b_n)$

Solución:
e) $(a_n) - (b_n) = n - 1 - 2n - 2 = -n - 3$
f) $(a_n) + 2\cdot(b_n) = n - 1 + 4n + 4 = 5n + 3$

31 **Dadas las sucesiones $a_n = \frac{1}{n+1}$ y $b_n = n^2$, calcula:**

g) $(a_n)\cdot(b_n)$
h) $(a_n) + (b_n)$

Solución:
g) $(a_n)\cdot(b_n) = \frac{n^2}{n+1}$

h) $(a_n) + (b_n) = \frac{1}{n+1} + n^2 = \frac{1 + n^3 + n^2}{n+1}$

32 **Escribe los ocho primeros términos de la sucesión (a_n) dada por: $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$**

Solución:
$a_1 = 2$
$a_2 = 3$
$a_3 = a_2 + a_1 = 3 + 2 = 5$
$a_4 = a_3 + a_2 = 5 + 3 = 8$
$a_5 = a_4 + a_3 = 8 + 5 = 13$
$a_6 = a_5 + a_4 = 13 + 8 = 21$
$a_7 = a_6 + a_5 = 21 + 13 = 34$
$a_8 = a_7 + a_6 = 34 + 21 = 55$

33 **Escribe los seis primeros términos de la sucesión dada en forma recurrente: $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + n$.**

Solución:
$a_1 = 1$

$a_2 = a_1 + 2 = 1 + 2 = 3$

$a_3 = a_2 + 3 = 3 + 3 = 6$

$a_4 = a_3 + 4 = 6 + 4 = 10$

$a_5 = a_4 + 5 = 10 + 5 = 15$

$a_6 = a_5 + 6 = 15 + 6 = 21$

34 **Halla los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:**

a) $a_n = 3n - 2^n$

b) $b_n = \left(\frac{3n-1}{2n+5}\right)^{2n}$

Solución:
a) $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_3 = 1$; $a_4 = -4$; $a_5 = -17$

b) $b_1 = 0{,}08\ ...$; $b_2 = 0{,}09\ ...$; $b_3 = 0{,}14\ ...$; $b_4 = 0{,}26\ ...$; $b_5 = 0{,}50$

35 **Dado el término general de la progresión aritmética $a_n = 6 - 5n$. Halla la suma de los veintiocho primeros términos.**

Solución:
$a_1 = 6 - 5 = 1$
$a_{28} = 6 - 5\cdot 28 = -134$
$S_{28} = \frac{28\cdot(a_1 + a_{28})}{2} = \frac{28\cdot(1-134)}{2} = -1862$

36 **Halla la diferencia de una progresión aritmética sabiendo que el primer término es 3 y el sexto 23.**

Solución:
$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow 23 = 3 + 5d \Rightarrow 5d = 20 \Rightarrow d = 4$

37 **Halla la suma de los 20 primeros términos de la progresión aritmética: 2, 5, 8, ...**

Solución:
$d = 3$
$a_{20} = a_1 + 19d = 2 + 19\cdot 3 = 59$
$S_{20} = \frac{20\cdot(a_1 + a_{20})}{2} = \frac{20\cdot(2+59)}{2} = 610$

38 **Halla la diferencia y el término general de la progresión aritmética: -8, -4, 0, 4, ...**

Solución:
$d = 4$
$a_n = a_1 + (n-1)d = -8 + (n-1)4 = -8 + 4n - 4 = 4n - 12 \Rightarrow a_n = 4n - 12$

39 **Halla el término general de una progresión aritmética cuya diferencia es 4 y segundo es 16.**

Solución:
$a_2 = a_1 + d \Rightarrow 16 = a_1 + 4 \Rightarrow a_1 = 12$
$a_n = a_1 + (n-1)d = 12 + (n-1)4 = 12 + 4n - 4 \Rightarrow a_n = 4n + 8$

40 **Halla la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética: 8, $\frac{15}{2}$, 7,...**

Solución:

$d = -\frac{1}{2}$

$a_{12} = a_1 + 11d = 8 + 11\left(-\frac{1}{2}\right) = 8 - \frac{11}{2} = \frac{5}{2}$

$S_{12} = \frac{12 \cdot (a_1 + a_{12})}{2} = \frac{12 \cdot \left(8 + \frac{5}{2}\right)}{2} = \frac{12 \cdot \frac{21}{2}}{2} = 63$

41 **Dado el término general de la progresión aritmética $a_n = 4n + 5$. Halla la suma de los cincuenta primeros términos.**

Solución:

$a_1 = 4 + 5 = 9$

$a_{50} = 200 + 5 = 205$

$S_{50} = \frac{50 \cdot (a_1 + a_{50})}{2} = \frac{50 \cdot (9 + 205)}{2} = 5\,350$

42 **Halla la suma de los 30 primeros términos de la progresión aritmética: 4, 2, 0, ...**

Solución:

d = -2

$a_{30} = a_1 + 29d = 4 + 29(-2) = -54$

$S_{30} = \frac{30 \cdot (a_1 + a_{30})}{2} = \frac{30 \cdot (4 - 54)}{2} = -750$

43 **Halla el término general de la progresión aritmética: 8, 15, 22, 29, ...**

Solución:

d = 7

$a_n = a_1 + (n-1)d = 8 + (n-1)7 = 8 + 7n - 7 = 7n + 1 \Rightarrow a_n = 7n + 1$

44 **Halla el término general de una progresión aritmética cuya diferencia es 8 y segundo es 5.**

Solución:

$a_2 = a_1 + d \Rightarrow 5 = a_1 + 8 \Rightarrow a_1 = -3$

$a_n = a_1 + (n-1)d = -3 + (n - 1)8 = -3 + 8n - 8 \Rightarrow a_n = 8n - 11$

45 **Halla el término general de la progresión aritmética: 6, 4, 2, 0, ...**

Solución:
d = -2
$a_n = a_1 + (n-1)d = 6 + (n-1)(-2) = 6 - 2n + 2 = 8 - 2n \Rightarrow a_n = 8 - 2n.$

46 **Halla la diferencia de una progresión aritmética sabiendo que el segundo término es 8 y el quinto 17.**

Solución:
$a_5 = a_2 + (5-2)d \Rightarrow$ 17 = 8 + 3d $\Rightarrow$ 3d = 9 $\Rightarrow$ d = 3

47 **Halla la diferencia y el término general de la progresión aritmética: 25, 20, 15, 10, ...**

Solución:
d = -5
$a_n = a_1 + (n-1)d$ = 25 + (n-1)(-5) = 25 - 5n + 5 = 30 - 5n $\Rightarrow a_n = 30 - 5n$

48 **Halla la suma de los 23 primeros términos de la progresión aritmética: 6, $\frac{19}{3}, \frac{20}{3}$,...**

Solución:
d = $\frac{1}{3}$

$$a_{23} = a_1 + 22d = 6 + 22\frac{1}{3} = 6 + \frac{22}{3} = \frac{40}{3}$$

$$S_{23} = \frac{23 \cdot (a_1 + a_{23})}{2} = \frac{23 \cdot \left(6 + \frac{40}{3}\right)}{2} = \frac{23 \cdot \frac{58}{3}}{2} = \frac{1334}{6} = \frac{667}{3}$$

49 **Los lados de un cuadrilátero están en progresión aritmética de diferencia 6. Si el perímetro es 52 cm, calcula la longitud de sus lados.**

Solución:

$$52 = \frac{4 \cdot (a_1 + a_4)}{2} \Rightarrow 26 = a_1 + a_4 \Rightarrow a_1 + a_1 + 3d = 26 \Rightarrow 2a_1 + 18 = 26 \Rightarrow a_1 = 4$$

Los lados miden: 4, 10, 16 y 22 cm.

50 **Halla el primer término y el término general de una progresión aritmética, sabiendo que el sexto término es -12 y la diferencia -4.**

Solución:
$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow -12 = a_1 - 20 \Rightarrow a_1 = 8$
$a_n = a_1 + (n-1)d = 8 + (n-1)(-4) = 8 - 4n + 4 \Rightarrow a_n = 12 - 4n$

51 **Halla el primer término y la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que el cuarto término es 39 y el noveno 84.**

Solución:

$a_9 = a_4 + (9-4)d \Rightarrow 84 = 39 + 5d \Rightarrow d = 9$

$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 39 = a_1 + 27 \Rightarrow a_1 = 12$

52 **Halla el primer término y el término general de una progresión aritmética, sabiendo que el décimo término es 15/2 y la diferencia 1/2.**

Solución:

$a_{10} = a_1 + 9d = \frac{15}{2} = a_1 + \frac{9}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{15}{2} - \frac{9}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow a_1 = 3$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n-1)\frac{1}{2} = 3 + \frac{n}{2} - \frac{1}{2} = \frac{n}{2} + \frac{5}{2} = \frac{n+5}{2} \Rightarrow a_n = \frac{n+5}{2}$

53 **En una progresión aritmética conocemos el tercer término que vale 20 y el término trigésimo que vale 101. Halla la diferencia y el término 60.**

Solución:

$a_{30} = a_3 + (30-3)d \Rightarrow$ 101 = 20 + 27d $\Rightarrow$ 27d = 81 $\Rightarrow$ d = 3

$a_{60} = a_{30} + (60-30)d$ = 101 + 30·3 = 101 + 90 $\Rightarrow$ $a_{60} = 191$

54 **En una progresión aritmética el primer término vale 9 y el trigésimo 212, ¿cuánto vale la diferencia?**

Solución:

$a_{30} = a_1 + 29d \Rightarrow 212 = 9 + 29d \Rightarrow 29d = 203 \Rightarrow d = 7$

55 **En una progresión aritmética conocemos el cuarto término que vale 3 y el término 60 que vale -109. Halla la diferencia y el término 80.**

Solución:

$a_{60} = a_4 + (60-4)d \Rightarrow$ -109 = 3 + 56d $\Rightarrow$ 56d = -112 $\Rightarrow$ d = -2

$a_{80} = a_{60} + (80-60)d$ = -109 + 20(-2) = -109 - 40 $\Rightarrow$ $a_{80} = -149$

56 **¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética: 7, 10, 13, ..., para obtener como resultado 282?**

Solución:

Se trata de una progresión aritmética de diferencia 3:

$a_n = a_1 + (n-1)d$ = 7 + (n - 1)3 = 3n + 4

$282 = \frac{n \cdot (7 + 3n + 4)}{2} \Rightarrow 564 = 3n^2 + 11n \Rightarrow 3n^2 + 11n - 564 = 0 \Rightarrow n = -15{,}66\ldots \text{(no válida) y } n = 12$

Por tanto, hay que sumar 12 términos

57 **Halla la suma de los 25 primeros términos de la progresión aritmética: 4, 9/2, 5, ...**

Solución:

d = $\frac{1}{2}$

$a_{25} = a_1 + 24d = 4 + 24\frac{1}{2} = 4 + 12 = 16$

$S_{25} = \frac{25 \cdot (a_1 + a_{25})}{2} = \frac{25 \cdot (4 + 16)}{2} = 250$

58 **Dado el término general de la progresión aritmética $a_n = \frac{n+3}{2}$ .Halla la suma de los veinte primeros términos.**

Solución:

$a_1 = 2$

$a_{20} = \frac{20+3}{2} = \frac{23}{2}$

$S_{20} = \frac{20 \cdot (a_1 + a_{20})}{2} = \frac{20 \cdot \left(2 + \frac{23}{2}\right)}{2} = 10 \cdot \frac{27}{2} = 135$

59 **Halla el primer término y la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que el tercer término es 33 y el undécimo 97.**

Solución:

$a_{11} = a_3 + (11-3)d \Rightarrow 97 = 33 + 8d \Rightarrow d = 8$

$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 33 = a_1 + 16 \Rightarrow a_1 = 17$

60 **Halla la suma de los 30 primeros términos de la progresión aritmética: 10, 7, 4, ...**

Solución:

d = -3

$a_{30} = a_1 + 29d = 10 + 29(-3) = 10 - 87 = -77$

$S_{30} = \frac{30 \cdot (a_1 + a_{30})}{2} = \frac{30 \cdot (10 - 77)}{2} = -1005$

61 **Halla el primer término y la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que el quinto término es 47 y el décimo 97.**

Solución:

$a_{10} = a_5 + (10-5)d \Rightarrow 97 = 47 + 5d \Rightarrow d = 10$

$a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow 47 = a_1 + 40 \Rightarrow a_1 = 7$

62 **Calcula los ángulos de un cuadrilátero que están en progresión aritmética de diferencia 20.**

Solución:
La suma de los ángulos de un cuadrilátero es $S_4 = 360º$

$a_4 = a_1 + 3 \cdot 20 = a_1 + 60$

$360 = \frac{4 \cdot (a_1 + a_4)}{2} \Rightarrow 360 = 2(a_1 + a_4) \Rightarrow 180 = a_1 + a_1 + 60 \Rightarrow 2a_1 = 120 \Rightarrow a_1 = 60$

Por tanto, los ángulos miden: 60º, 80º, 100º y 120º

63 **Halla el primer término y el término general de una progresión aritmética, sabiendo que el décimo término es -20 y la diferencia -3.**

Solución:

$a_{10} = a_1 + 9d \Rightarrow -20 = a_1 - 27 \Rightarrow a_1 = 7$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 7 + (n - 1)(-3) = 7 - 3n + 3 = 10 - 3n \Rightarrow a_n = 10 - 3n$

64 **Halla el primer término y la diferencia de una progresión aritmética, sabiendo que el cuarto término es 9 y el décimo 33.**

Solución:

$a_{10} = a_4 + (10-4)d \Rightarrow \quad 33 = 9 + 6d \Rightarrow \quad d = 4$

$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow 9 = a_1 + 12 \Rightarrow a_1 = -3$

65 **En una progresión aritmética el segundo término es 20 y el quinto 35. Halla el término general.**

Solución:

$a_5 = a_2 + (5-2)d \Rightarrow \quad 35 = 20 + 3d \Rightarrow \quad 3d = 15 \Rightarrow \quad d = 5$

$a_1 = a_2 - 5 = 20 - 5 = 15$

$a_n = a_1 + (n-1)d = 15 + (n - 1)5 = 15 + 5n - 5 = 5n + 10 \Rightarrow a_n = 5n + 10$

66 **En una progresión aritmética la suma de los diez primeros términos vale 530 y el primer término 8. ¿Cuánto vale el término décimo?**

Solución:

$S_{10} = \frac{10 \cdot (a_1 + a_{10})}{2} \Rightarrow 530 = \frac{10 \cdot (8 + a_{10})}{2} \Rightarrow 530 = 5(8 + a_{10}) \Rightarrow 530 = 40 + 5a_{10} \Rightarrow a_{10} = 98$

67 **Halla el primer término de una progresión aritmética sabiendo que el tercer término es 19 y el octavo 54.**

Solución:

$a_8 = a_3 + (8-3)d \Rightarrow 54 = 19 + 5d \Rightarrow \quad 5d = 35 \Rightarrow \quad d = 7$

$a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 19 = a_1 + 14 \Rightarrow a_1 = 5$

68 **¿Cuántos términos hay que sumar de la progresión aritmética: 3, 9, 15, ..., para obtener como resultado 192?**

Solución:
Se trata de una progresión aritmética de diferencia 6
$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (n - 1)\ 6 = 6n - 3$

$192 = \frac{n \cdot (3 + 6n - 3)}{2} \Rightarrow 384 = 6n^2 \Rightarrow n^2 = 64 \Rightarrow n = -8$ (no válida) y $n = 8$

Por tanto, hay que sumar 8 términos

69 **Halla el término general de la progresión geométrica: 4, 2, 1, ...**

Solución:
$r = \frac{1}{2}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^2 \cdot 2^{-n+1} = 2^{3-n} \Rightarrow a_n = 2^{3-n}$

70 **Hallar el término general de la progresión geométrica: 5, 1, 1/5, ...**

Solución:
$r = \frac{1}{5}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = 5 \cdot 5^{-n+1} = 5^{2-n} \Rightarrow a_n = 5^{2-n}$

71 **Hallar la razón y el término general de la progresión geométrica: 2,3, $\frac{9}{2}$,...**

Solución:
$r = \frac{3}{2}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} = \frac{3^{n-1}}{2^{n-2}} \Rightarrow a_n = \frac{3^{n-1}}{2^{n-2}}$

72 **Halla el término general de la progresión geométrica: 5, 10, 20, 40, ...**

Solución:
$r = 2$
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 5 \cdot 2^{n-1}$

73 **Dado el término general de la progresión geométrica: $a_n = 2\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n$, halla los tres primeros términos y la razón.**

Solución:

$$a_1 = -\frac{2}{5};\ a_2 = \frac{2}{25};\ a_3 = -\frac{2}{125}$$

$$r = \left(\frac{2}{25}\right):\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{5}$$

74 **En una progresión geométrica el primer término es 2 y la razón 1/2. Halla la suma de los 6 primeros términos.**

Solución:

$$a_6 = 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{32}\cdot\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1-128}{64}}{-\frac{1}{2}} = \frac{-127}{-128} = \frac{127}{128}$$

75

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^{n-1} = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1} \Rightarrow a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1}$$

Solución:

r = 3

$$a_{10} = a_1 \cdot r^{n-1} = 2\cdot 3^9 = 39\,366$$

$$S_{10} = \frac{a_{10}\cdot r - a_1}{r-1} = \frac{39366\cdot 3 - 2}{3-1} = 59048$$

76 **Halla la suma de los ocho primeros términos de la progresión geométrica: $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \ldots$**

Solución:

r = 2

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = \frac{1}{4}\cdot 2^7 = 32$$

$$S_8 = \frac{a_8\cdot r - a_1}{r-1} = \frac{32\cdot 2 - \frac{1}{4}}{2-1} = \frac{64 - \frac{1}{4}}{1} = 63{,}75$$

77

Dado el término general de la progresión geométrica: $a_n = 4\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n$, halla los tres primeros términos y la razón.

Solución:

$a_1 = 4\cdot\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$; $a_2 = \frac{4}{9}$; $a_3 = \frac{4}{27}$

r = $\frac{4}{9} : \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$

78 **Halla término general de una progresión geométrica cuyo primer término es 1/3 y la razón es 1/9.**

Solución:

$$a_n = a_1\cdot r^{n-1} = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^{n-1} = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1} \Rightarrow a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1}$$

79 **Halla término general de una progresión geométrica cuyo primer término es 1/2 y la razón es 1/4.**

Solución:

$$a_n = a_1\cdot r^{n-1} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} \Rightarrow a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}$$

80 **Estudia si son progresiones geométricas las siguientes sucesiones y en su caso halla la razón:**

a) **4, –8, 16, –32, 64,...**

b) $\mathbf{\frac{1}{2}}$**, 1, 2, 6, 18,...**

c) **1, –1, 1, –1, 1,...**

d) **18, 6, 2,** $\mathbf{\frac{2}{3}}$**,** $\mathbf{\frac{2}{9}}$ **,...**

Solución:

a) $\frac{-8}{4} = \frac{16}{-8} = \frac{-32}{16} = \frac{64}{-32} = -2$. Por tanto, es progresión geométrica y su razón es –2.

b) $\frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{1} \neq \frac{6}{2}$. No es progresión geométrica.

c) $\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$. Es progresión geométrica y su razón es –1.

d) $\frac{6}{18} = \frac{2}{6} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$. Es progresión geométrica y su razón es $\frac{1}{3}$

81 **El tercer término de una progresión geométrica es 12 y la razón 2. Calcula el producto de los seis primeros términos.**

Solución:

$a_1 = \frac{a_3}{r^2} = \frac{12}{4} = 3$

$a_6 = 3 \cdot 2^5 = 96$

$P_6 = \sqrt{(3 \cdot 96)^6} = 23\,887\,872$

82 **Halla el producto de los seis primeros términos de la progresión geométrica: 81, 27, 9, ...**

Solución:

$r = \frac{1}{3}$

$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 81 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{3}$

$P_6 = \sqrt{\left(81 \cdot \frac{1}{3}\right)^6} = 27^3 = 19\,683$

83 **En un cultivo de bacterias, que se reproducen por bipartición cada 30 minutos, había inicialmente 10 bacterias. Averigua cuántas bacterias habrá al cabo de 12 horas.**

Solución:

Sea a_1 = 10 el número de bacterias inicialmente

a_2 = 10 · 2 = 20 el número de bacterias al cabo de 30 min.

a_3 = 20 · 2 = 40 el número de bacterias al cabo de 60 min.

Entonces $a_1, a_2, a_3,$ ..., es una progresión geométrica de razón 2.

Al cabo de 12 horas ⇒ n = 24, el número de bacterias será:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_{24} = 10 \cdot 2^{23}$ = 83 886 080, es decir, aproximadamente tendremos 84 millones de bacterias.

84 **El primer término de una progresión geométrica $\frac{27}{4}$ y el cuarto $-\frac{1}{4}$. Halla la razón.**

Solución:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{27}{4} \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$

85 **En una progresión geométrica el cuarto término es 24 y el primero 3. Halla el producto de los ocho primeros términos.**

Solución:

$a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow 24 = 3 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$

$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 3 \cdot 2^7 = 384$

$P_8 = \sqrt{(3 \cdot 384)^8} = 1152^4 = 1{,}76... \cdot 10^{12}$

86 **En una progresión geométrica de razón -1/2 tercer término es 1. Calcula la suma de infinitos términos.**

Solución:

$a_1 = \dfrac{a_3}{r^2} = \dfrac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

$S = \dfrac{a_1}{1-r} = \dfrac{4}{1+\frac{1}{2}} = \dfrac{4}{\frac{3}{2}} = \dfrac{8}{3}$

87 **El segundo término de una progresión geométrica es 2 y la razón 2/5. Halla el producto de los cinco primeros términos.**

Solución:

$a_1 = \dfrac{a_2}{r} = \dfrac{2}{\frac{2}{5}} = 5$

$a_5 = a_1 \cdot r^4 = 5 \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^4 = \dfrac{5 \cdot 2^4}{5^4} = \dfrac{16}{125}$

$P_5 = \sqrt{\left(5 \cdot \dfrac{16}{125}\right)^5} = \sqrt{\left(\dfrac{16}{25}\right)^5} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^5 = \dfrac{1024}{3125}$

88 **Hallar el término general de la progresión geométrica: 7, $\mathbf{\frac{14}{5}, \frac{28}{25}}$,...**

Solución:

$r = \dfrac{2}{5}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = 7 \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1} \Rightarrow a_n = 7 \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$

89 **Se toma un folio de papel que tenga un espesor de 0,05 mm; se dobla el folio por la mitad, con lo que se obtienen dos cuartillas de grosor doble al folio; se dobla nuevamente, y se obtienen cuatro octavillas con un grosor cuádruple al folio. Suponiendo que la hoja inicial fuese tan grande que se pudiese repetir la operación 40 veces, ¿qué grosor tendría el fajo resultante?**

Solución:
La sucesión de grosores es: 0,05; 0,1; 0,2; ...
Por tanto, es una progresión geométrica de razón 2.
Calculemos el término trigésimo: $a_{40} = a_1 \cdot r^{39} = 0{,}05 \cdot 2^{39} = 2{,}74 \ldots\ 10^{10}$ mm, es decir, aproximadamente 27 000 km.

90 **Halla término general de una progresión geométrica sabiendo que el quinto término es 16 y el segundo -2.**

Solución:
$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 16 = (-2) \cdot r^3 \Rightarrow -8 = r^3 \Rightarrow r = -2$

$a_1 = 1 \Rightarrow a_n = 1 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow a_n = (-2)^{n-1}$

91 **Halla el producto de los ocho primeros términos de la progresión geométrica: 8, 4, 2, ...**

Solución:
$r = \frac{1}{2}$

$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{2^3}{2^7} = \frac{1}{16}$

$P_8 = \sqrt{\left(8 \cdot \frac{1}{16}\right)^8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^8} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

92 **Halla término general de una progresión geométrica sabiendo que el quinto término es 48 y el segundo 6.**

Solución:
$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 48 = 6 \cdot r^3 \Rightarrow 8 = r^3 \Rightarrow r = 2$
$a_1 = 3 \Rightarrow a_n = 3 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

93 **Se toma un folio de papel que tenga un espesor de 0,2 mm; se dobla el folio por la mitad, con lo que se obtienen dos cuartillas de grosor doble al folio; se dobla nuevamente, y se obtienen cuatro octavillas con un grosor cuádruple al folio. Suponiendo que la hoja inicial fuese tan grande que se pudiese repetir la operación 30 veces, ¿qué grosor tendría el fajo resultante?**

Solución:
La sucesión de grosores es: 0,2; 0,4; 0,8; ...
Por tanto, es una progresión geométrica de razón 2.
Calculemos el término trigésimo: $a_{30} = a_1 \cdot r^{29} = 0{,}2 \cdot 2^{29}$ = 107 374 182 mm, es decir, aproximadamente 107 km.

94 **Halla el primer término y la razón de una progresión geométrica, sabiendo que el segundo término vale 9 y el quinto 243.**

Solución:

$a_5 = a_2 \cdot r^{5-2} \Rightarrow 243 = 9 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$

$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow 9 = a_1 \cdot 3 \Rightarrow a_1 = 3$

95 **En una progresión geométrica el primer término vale 4 y el cuarto 1/2. ¿Cuánto vale la razón?**

Solución:

$a_4 = a_1 \cdot r^3 \Rightarrow \frac{1}{2} = 4 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$

96 **El tercer término de una progresión geométrica es $\frac{27}{8}$ y la razón $\frac{3}{2}$. Calcula la suma de los diez primeros términos.**

Solución:

$$a_{10} = a_3 \cdot r^7 = \frac{27}{8} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \frac{59\,049}{1024}$$

$$S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r-1} = \frac{\frac{59\,049}{1024} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{\frac{177\,147 - 3\,072}{2\,048}}{\frac{1}{2}} = \frac{174\,075}{1024}$$

97 **Halla término general de una progresión geométrica sabiendo que el sexto término es 486 y el tercero 18.**

Solución:

$a_6 = a_3 \cdot r^3 \Rightarrow 486 = 18 \cdot r^3 \Rightarrow 27 = r^3 \Rightarrow r = 3$

$a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow 18 = a_1 \cdot 9 \Rightarrow a_1 = 2$

$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

98 **En cierto cultivo, inicialmente, había 1 000 amebas que se reproducen por bipartición cada día. ¿Cuántas amebas habrá al cabo de 30 días desde que se inició el cultivo?**

Solución:

Sea a_1 = 1 000 el número de amebas inicialmente

a_2 = 1000 · 2 = 2 000 el número de amebas al cabo de un día.

a_3 = 2 000 · 2 = 4 000 el número de amebas al cabo de dos días.

Entonces a_1, a_2, a_3, ..., es una progresión geométrica de razón 2.

Al cabo de 30 días ⇒ n = 30, el número de amebas será:

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_{30} = 1000 \cdot 2^{29}$ = 536 870 912 000, es decir, aproximadamente tendremos 537 mil millones de amebas.

99 **Halla la suma de los términos de la progresión geométrica ilimitada: 9, 3, 1, ...**

Solución:

$$r = \frac{1}{3}$$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = \frac{27}{2} = 13{,}5$$

100 **En una progresión geométrica el quinto término es 32 y el segundo 4. Halla la suma de los diez primeros términos.**

Solución:

$$a_5 = a_2 \cdot r^3 \Rightarrow 32 = 4 \cdot r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = 2 \cdot 2^9 = 1\,024$$

$$S_{10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r-1} = \frac{1024 \cdot 2 - 2}{2-1} = 2\,046$$