

Cocientes de polinomios. Regla de Ruffini. Extraer factor común.

1. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, simplificar, y comprobar el resultado:

a) $\frac{4x^3}{2x^2} =$

b) $8x^4 : (-2x^2) =$

c) $\frac{7x^5}{2x^3} =$

d) $-8x^3 : (2x^2) =$

e) $\frac{-3x^7}{-9x^4} =$

f) $\frac{-3x^4 + 6x^3 - 12x^2}{3x^2} =$

g) $(8x^8 - 6x^4 - 4x^3) : (-4x^3) =$

h) $\frac{-12x^9 + 2x^5 - x^4}{4x^4} =$

i) $(-18x^3yz^3) : (6xyz^3) =$

j) $[-3a \cdot (a^3b) + 5a^4b] : (-ab) =$ (Sol: $-2a^3$)

k) $\frac{-3xy^2 \cdot (-2x^3y)}{4x^2y} =$ (Sol: $3x^2y^2/2$)

2. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes **divisiones de polinomios**, y comprobar mediante la regla $D=d \cdot C+R$:

a) $x^4 - x^3 + 7x^2 + x + 15 \overline{) x^2 + 2}$ (Soluc: $C(x)=x^2-x+5$; $R(x)=3x+5$)

b) $2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \overline{) 2x^2 - 3}$ (Soluc: $C(x)=x^3+x+1$; División exacta)

c) $6x^4 - 10x^3 + x^2 + 11x - 6 \overline{) 2x^2 - 4x + 3}$ (Soluc: $C(x)=3x^2+x-2$; División exacta)

d) $x^3 + 2x^2 + x - 1 \overline{) x^2 - 1}$ (Soluc: $C(x)=x+2$; $R(x)=2x+1$)

e) $8x^5 - 16x^4 + 20x^3 - 11x^2 + 3x + 2 \overline{) 2x^2 - 3x + 2}$ (Soluc: $C(x)=4x^3-2x^2+3x+1$; División exacta)

f) $x^4 + 3x^3 - 2x + 5 \overline{) x^3 + 2}$ (Soluc: $C(x)=x+3$; $R(x)=-4x-1$)

g) $x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6 \overline{) x^4 + 1}$ (Soluc: $C(x)=x-2$; $R(x)=3x^2-x-4$)

- h) $x^2 \mid x^2+1$ (Soluc: $C(x)=1$; $R(x)=-1$)
- i) $3x^6+2x^4-3x^2+5 \mid x^3-2x+4$ (Soluc: $C(x)=3x^3+8x-12$; $R(x)=13x^2-56x+53$)
- j) $x^3-4x^2+5x-8 \mid x-2$ (Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)
- k) $2x^5+3x^2-6 \mid x+3$ (Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R(x)=-465$)
- l) $x^4-7x^3+8x^2-2 \mid x-1$ (Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)
- m) $3x^5-x^4+8x^2-5x-2 \mid x^2-x+1$ (Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2-x+5$; $R(x)=x-7$)
- n) $5x^4-2x^3+x-7 \mid x^2-1$ (Soluc: $C(x)=5x^2-2x+5$; $R(x)=-x-2$)
- o) $4x^5-3x^3+5x^2-7 \mid 2x^2-3x+5$ (Soluc: $C(x)=2x^3+3x^2-2x-8$; $R(x)=-14x+33$)
- p) $9x^3+3x^2-7x+2 \mid 3x^2+5$ (Soluc: $C(x)=3x+1$; $R(x)=-22x-3$)
- q) $4x^4-3x^2+5x-7 \mid 2x^2+x-3$ (Soluc: $C(x)=2x^2-x+2$; $R(x)=-1$)
- r) $4x^5+3x^3-2x^2+5 \mid 2x^2-x+3$ (Soluc: $C(x)=2x^3+x^2-x-3$; $R(x)=14$)
- s) $6x^4+5x^2-3x+8 \mid 3x^3-2x-3$ (Soluc: $C(x)=2x$; $R(x)=9x^2+3x+8$)
- t) $4x^4+2x^3-3x^2+5x-1 \mid 2x^2-3$ (Soluc: $C(x)=2x^2+x+3/2$; $R(x)=8x+7/2$)
- u) $x^8 \mid x^2+1$ (Soluc: $C(x)=x^6-x^4+x^2-1$; $R(x)=1$)
- v) $4x^5-8x^4+2x^3+2x^2+1 \mid 4x^3-4x^2+2x$ (Soluc: $C(x)=x^2-x+1$; $R(x)=2x+1$)
- w) $6x^6-2x^5-11x^4+3x^3+18x^2-5x-5 \mid 2x^4-3x^2+5$ (Soluc: $C(x)=3x^2-x-1$; División exacta)

3. Ídem con las siguientes divisiones en las que intervienen coeficientes fraccionarios:

- a) $8x^4+3x^3+2x-2 \mid 4x^2+x-3$ (Soluc: $C(x)=2x^2+x/4+23/16$; $R(x)=21x/16+37/16$)
- b) $2x^5-x^3+3x-9 \mid 2x^2-x+2$ (Soluc: $C(x)=x^3+x^2/2-5x/4-9/8$; $R(x)=35x/8-27/4$)
- c) $6x^3-3x^2+2x-5 \mid 3x-2$ (Soluc: $C(x)=2x^2+x/3+8/9$; $R(x)=-29/9$)
- d) $4x^4-x^3+x+5 \mid 2x^2-x+3$ (Soluc: $C(x)=2x^2+x/2-11/4$; $R(x)=-13x/4+53/4$)
- e) $6x^4+3x^3-5x^2+x-8 \mid 3x^2-5x+2$ (Soluc: $C(x)=2x^2+13x/3+38/9$; $R(x)=121x/9-148/9$)
- f) $8x^4-3x^2+7x-5 \mid 4x^2-3x+2$ (Soluc: $C(x)=2x^2+3x/2-5/8$; $R(x)=17x/8-15/4$)
- g) $6x^5+5x^4+31x^2+2 \mid 2x^2+2$ (Soluc: $C(x)=3x^3+5x^2/2-3x+13$; $R(x)=6x-24$)
- h) $3x^5-6x^4-x^3+10x^2-8x+2 \mid 3x^2-6x+1$ (Soluc: $C(x)=x^3-2x/3+2$; $R(x)=14x/3$)
- i) $6x^4-x^3+2x^2-x-1 \mid 3x^2+2$ (Soluc: $C(x)=2x^2-x/3-2/3$; $R(x)=-x/3+1/3$)

4. Dados los siguientes polinomios: $P(x) = 9x^5 - 21x^4 + 27x^3 + 4x + 37$

$$Q(x) = 9x^2 - 3x + 12$$

Hallar:

a) $Q(x) \cdot Q(x) =$

(Sol: $81x^4 - 54x^3 + 225x^2 - 72x + 144$)

b) $P(x) - 3x \cdot Q(x) =$

(Sol: $9x^5 - 21x^4 + 9x^2 - 32x + 37$)

c) $P(x) : Q(x)$

(Soluc: $C(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$; $R(x) = x + 1$)

d) Extraer el máximo factor común en $Q(x)$

5. Inventar una división de polinomios cuyo cociente sea $C(x) = x^2 - 3x + 1$, el resto $R(x) = x - 1$ y el dividendo un polinomio de 4º grado.

6. Una cuestión de jerarquía: ¿Es lo mismo $(6x^4) : (2x^2)$ y $6x^4 : 2x^2$? Razonar la respuesta.
(Soluc: No es lo mismo)

7. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes divisiones mediante la **regla de Ruffini**, y comprobar mediante la regla $D=d \cdot C+R$:

a) $x^3-4x^2+5x-8 \mid x-2$

(Soluc: $C(x)=x^2-2x+1$; $R=-6$)

b) $x^4-7x^3+8x^2-2 \mid x-1$

(Soluc: $C(x)=x^3-6x^2+2x+2$; División exacta)

c) $2x^4+3x^3-4x^2+x-18 \mid x-2$

(Soluc: $C(x)=x^2+1$; División exacta)

e) $2x^4+x^3-2x^2-1 \mid x+2$

(Soluc: $C(x)=2x^3-3x^2+4x-8$; $R=15$)

f) $2x^5+3x^2-6 \mid x+3$

(Soluc: $C(x)=2x^4-6x^3+18x^2-51x+153$; $R=-465$)

g) $3x^4-10x^3-x^2-20x+5 \mid x-4$

(Soluc: $C(x)=3x^3+2x^2+7x+8$; $R=37$)

h) $2x^4-10x+8 \mid x+2$

(Soluc: $C(x)=2x^3-4x^2+8x-26$; $R=60$)

i) $10x^3-15 \mid x+5$

(Soluc: $C(x)=10x^2-50x+250$; $R=-1265$)

j) $x^3+2x^2+3x+1 \mid x-1$

(Soluc: $C(x)=x^2+3x+6$; $R=7$)

k) $x^4-2x^3+x^2+3x+1 \mid x-2$

(Soluc: $C(x)=x^3+x+5$; $R=11$)

l) $2x^4-7x^3+4x^2-5x+6 \mid x-3$

(Soluc: $C(x)=2x^3-x^2+x-2$; División exacta)

m) $x^5+1 \mid x-1$

(Soluc: $C(x)=x^4+x^3+x^2+x+1$; $R=2$)

n) $x^4+x^3-x^2+x-1 \mid x+2$

(Soluc: $C(x)=x^3-x^2+x-1$; $R=1$)

o) $x^3-7x^2/2-10x/3-70 \mid x-6$

(Soluc: $C(x)=x^2+5x/2+35/3$; División exacta)

p) $x^4-2x^3/3+x^2/2+3x+1 \mid x+3$

(Soluc: $C(x)=x^3-\frac{11}{3}x^2+\frac{23}{2}x-\frac{63}{2}$; $R(x)=\frac{191}{2}$)

q) $2x^3+3x^2-1 \mid x-1/2$

(Soluc: $C(x)=2x^2+4x+2$; División exacta)

r) $3x^3+2x^2+2x-1 \mid x-1/3$

(Soluc: $C(x)=3x^2+3x+3$; División exacta)

s) $ax^3-3a^2x^2+2a^3x+1 \mid x-a$

(Soluc: $C(x)=ax^2-2a^2x$; $R=1$)

8. Extraer el máximo factor común posible (y comprobar, aplicando la propiedad distributiva):

a) $4x^2-6x+2x^3=$

(Soluc: $2x(x^2+2x-3)$)

b) $3x^3+6x^2-12x=$

(Soluc: $3x(x^2+2x-4)$)

c) $12x^4y^2+6x^2y^4-15x^3y=$

(Soluc: $3x^2y(4x^2y+2y^3-5x)$)

d) $-12x^3-8x^4+4x^2+4x^6=$

(Soluc: $4x^2(x^4-2x^2-3x+1)$)

e) $-3xy-2xy^2-10x^2yz=$

(Soluc: $-xy(3+2y+10xz)$)

f) $-3x+6x^2+12x^3=$

(Soluc: $3x(4x^2+2x-1)$)

g) $2ab^2-4a^3b+8a^4b^3=$

(Soluc: $2ab(b-2a^2+4a^3b^2)$)

h) $6x^3y^2-3x^2yz+9xy^3z^2=$

(Soluc: $3xy(2x^2y-xz+3y^2z^2)$)

i) $15x^2y^2-5x^2y+25x^2y^3=$

j) $-2x(x-3)^2+4x^2(x-3)=$

(Soluc: $2x(x-3)(x+3)$)