

1. Resolver:

(1,5 puntos)

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{array} \right\}$$

2. Resolver:

(1,5 puntos)

$$\sqrt{4x-3} = 1 + \sqrt{x+1}$$

3. Resolver:

(1,25 puntos)

$$(3x^2 + 12)(3x^2 - 12)(3x^2 - 12x) = 0$$

4. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio?  
(1,5 puntos)

5. a) Desarrollar y simplificar:

(1,25 puntos)

$$\left(2x - \frac{1}{3}\right)^4 =$$

- b) Efectuar  $4x^4 + x^3 - x + 1 \overline{) 2x^2 - 1}$ , indicando explícitamente el cociente y el resto, y comprobar.

(1,5 puntos)

6. Dada la ecuación  $x^4+2x^3-7x^2-8x+12=0$ , se pide:

(1 punto)

a) Resolverla por Ruffini. Indicar claramente sus soluciones.

b) Factorizar el polinomio y comprobar dicha factorización.

(0,5 puntos)

1. Resolver:

Indicar claramente cuáles soluciones hay, recurriendo cada una de ellas

(1,5 puntos)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{cases} \rightarrow y = \frac{3}{x} \Rightarrow x^2 + \left(\frac{3}{x}\right)^2 = 10; \quad x^2 + \frac{9}{x^2} = 10 \xrightarrow{\otimes x^2} x^4 + 9 = 10x^2;$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad \text{EC. BICUADRADA}$$

CAMBIO DE VARIABLE  $x^2 = z \Rightarrow z^2 - 10z + 9 = 0$  0.5/

$$z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

0.25/  $z = 9 = x^2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = -3 \rightarrow y_2 = -1 \end{cases}$ 
0.25/  $z = 1 = x^2 \rightarrow \begin{cases} x_3 = 1 \rightarrow y_3 = 3 \\ x_4 = -1 \rightarrow y_4 = -3 \end{cases}$

1,5

soluc:  $x_1 = 3; y_1 = 1$

$x_2 = -3; y_2 = -1$

$x_3 = 1; y_3 = 3$

$x_4 = -1; y_4 = -3$

0.5/

(hay 4 soluciones)

2. Resolver:

(1,5 puntos)

$$\sqrt{4x-3} = 1 + \sqrt{x+1}$$

$$(\sqrt{4x-3})^2 = (1 + \sqrt{x+1})^2$$

$$4x-3 = 1 + 2\sqrt{x+1} + x+1$$

$$3x-5 = 2\sqrt{x+1} \quad \text{0.25/}$$

$$(3x-5)^2 = (2\sqrt{x+1})^2$$

$$9x^2 - 30x + 25 = 4(x+1)$$

$$9x^2 - 30x + 25 = 4x + 4$$

$$9x^2 - 34x + 21 = 0 \quad \text{0.25/}$$

$$x = \frac{34 \pm \sqrt{1156 - 756}}{18} = \frac{34 \pm \sqrt{400}}{18} = \frac{34 \pm 20}{18}$$

0.25/  $x_1 = \frac{54}{18} = 3$   
 $x_2 = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$

1,5

(0,75+0,75)

Comprobación:

$$x=3 \rightarrow \sqrt{9} \stackrel{?}{=} 1 + \sqrt{4}$$

$$3 = 1 + 2 \Rightarrow \boxed{x=3} \text{ es soluc.} \quad \text{0.25/}$$

$$x = \frac{7}{9} \rightarrow \sqrt{\frac{28}{9} - 3} \stackrel{?}{=} 1 + \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} \stackrel{?}{=} 1 + \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3} \stackrel{?}{=} 1 + \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3} \neq \frac{7}{3} \Rightarrow x = \frac{7}{9} \text{ se desecha} \quad \text{0.5/}$$

3. Resolver:

(1,25 puntos)

$$(3x^2 + 12)(3x^2 - 12)(3x^2 - 12x) = 0$$

$$\begin{aligned} (3x^2 + 12)(3x^2 - 12)(3x^2 - 12x) = 0 &\rightarrow 3x^2 + 12 = 0; 3x^2 = -12; x^2 = -4; x = \pm\sqrt{-4} = \cancel{\pm 2i} \quad 0.25 \\ &\rightarrow 3x^2 - 12 = 0; 3x^2 = 12; x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4} = \boxed{\pm 2} \quad 0.5 \\ &\rightarrow 3x^2 - 12x = 0; 3x(x - 4) = 0 \rightarrow 3x = 0; \boxed{x = 0} \quad 0.5 \\ &\rightarrow x - 4 = 0; \boxed{x = 4} \end{aligned}$$

$\boxed{1,25}$

4. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (1,5 puntos)

$x = \text{kg. de naranjas que tenía al principio}$

Vende  $\frac{2}{5}x \Rightarrow$  le quedan  $\frac{3}{5}x$

$\frac{3}{5}x - 8 = \frac{x}{2} \xrightarrow{\otimes 10} 6x - 80 = 5x$  0,5

$x = 80 \text{ kg. de naranjas tenía al principio}$

(1,5 puntos)

otra forma de plantearlo

$$\underbrace{\frac{2}{5}x}_{\text{kg. de naranjas que vende}} + \underbrace{8}_{\text{kg. de naranjas que se le estropean}} = \underbrace{\frac{x}{2}}_{\text{kg. de naranjas que le quedan}}$$

1,5

Comprobación: si vende  $\frac{2}{5}$  de 80 significa que vende 32 kg, con lo cual le quedarán 48 kg. Si después se le estropean 8 kg, le quedarán 40 kg, que son justo la mitad que al principio. 0,5

5. a) Desarrollar y simplificar:

(1,25 puntos)

$(2x - \frac{1}{3})^4 = (2x)^4 - 4 \cdot (2x)^3 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot (2x)^2 \cdot (\frac{1}{3})^2 - 4 \cdot 2x \cdot (\frac{1}{3})^3 + (\frac{1}{3})^4 = 0,5$

$= 16x^4 - 4 \cdot 8x^3 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot 4x^2 \cdot \frac{1}{9} - 8x \cdot \frac{1}{27} + \frac{1}{81} = 0,25$

$= 16x^4 - \frac{32}{3}x^3 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{8}{27}x + \frac{1}{81}$  0,5



- b) Efectuar  $4x^4 + x^3 - x + 1 \div 2x^2 - 1$ , indicando explícitamente el cociente y el resto, y comprobar.

(1,5 puntos)

$$\begin{array}{r} 4x^4 + x^3 - x + 1 \\ -4x^4 + 2x^2 \\ \hline x^3 + 2x^2 - x + 1 \\ -x^3 + \frac{x}{2} \\ \hline 2x^2 - \frac{x}{2} + 1 \\ -2x^2 + 1 \\ \hline -\frac{x}{2} + 2 \end{array}$$

Soluc:  $C(x) = 2x^2 + \frac{x}{2} + 1$   
 $R(x) = -\frac{x}{2} + 2$

0,75

2,75  
(1,25 + 1,5)

Comprobación:

$(2x^2 + \frac{x}{2} + 1)(2x^2 - 1) - \frac{x}{2} + 2 = 4x^4 - 2x^2 + x^3 - \frac{x}{2} + 2x^2 - 1 - \frac{x}{2} + 2 = 4x^4 + x^3 - x + 1$  0,75

6. Dada la ecuación  $x^4+2x^3-7x^2-8x+12=0$ , se pide:

(1 punto)

a) Resolverla por Ruffini. Indicar claramente sus soluciones.

RAÍZ ↑ ①	1	2	-7	-8	12
		1	3	-4	-12
	1	3	-4	-12	0
RAÍZ ↑ ②		2	10	12	
0,25	1	5	6		0

  

$$\frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$\nearrow$   
-2  
 RAÍZ

$\searrow$   
-3  
 RAÍZ  
 0,5

Solve:  $x = 1; x = \pm 2; x = -3$   
 0,25

1,5  
(1+0,5)

b) Factorizar el polinomio y comprobar dicha factorización.

(0,5 puntos)

$P(x) = (x-1)(x+3)(x+2)(x-2)$  =  $(x^2+2x-3) \cdot (x^2-4)$  =  
 0,25  
 $= x^4 - 4x^2 + 2x^3 - 8x - 3x^2 + 12 = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$   
 0,25 O.K.