1. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas.

   a) $sen\,2x + \sqrt{3}\,cosx = 0$ (1,25 puntos)

   b) $4\,sen^2x + 4\,cosx = 5$ (1,25 puntos)

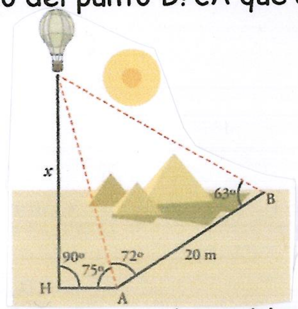
2. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica. (1,5 puntos)

$$tg\,(45^{\underline{o}} + \alpha) - tg\,(45^{\underline{o}} - \alpha) = 2\,tg\,2\alpha$$

3. Si $sen\alpha = -\frac{3}{5}$ $y \cos\alpha < 0$, calcula. (1,5 puntos)

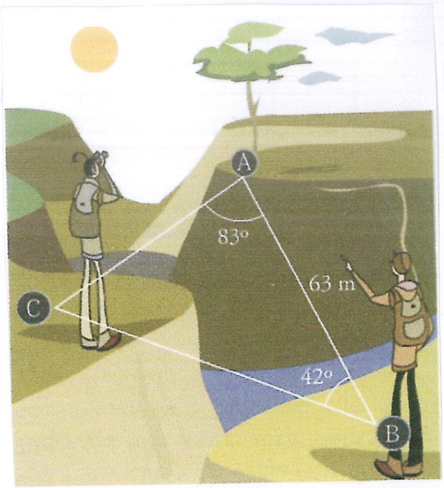
   cos (Π + α) , sen 2α , tg $\frac{\alpha}{2}$, sen ($\frac{\pi}{2} - \alpha$) , tg (Π- α) , sen $(\alpha + 30^{\underline{o}})$

4. Para hallar la altura de un globo, realizamos las mediciones indicadas en la figura. ¿Cuánto dista el globo del punto A?¿Cuánto del punto B?¿A qué altura está el globo?. (1,5 puntos)



5. Una antena de radio está sujeta al suelo con dos cables, que forman con la antena ángulos de 36° y 48°. Los puntos de sujeción de los cables están alineados con el pie de la antena y distan entre sí 98 m. Calcula la altura de la antena. (1,5 puntos)

6. Bernardo conoce la distancia $\overline{AB}$ a la que está del árbol y los ángulos $\widehat{CBA}\ y\ \widehat{BAC}$; y quiere calcular la distancia $\overline{BC}$ a la que está de Carmen. ¿Puedes ayudarle a calcularla?. Dile exactamente a qué distancia se encuentra Carmen de él. (1,5 puntos)



SOLUCIONES

1)

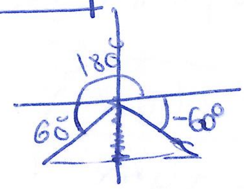
a) $\operatorname{Sen} 2x + \sqrt{3}\cos x = 0;$

$2\operatorname{Sen} x \cos x + \sqrt{3}\cos x = 0;$

$\cos x\,(2\operatorname{Sen} x + \sqrt{3}) = 0$ — $\cos x = 0$ o bien. $2\operatorname{Sen} x + \sqrt{3} = 0$

i) Si $\cos x = 0 \Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} x = 90^\circ + 360^\circ n \\ x = 270^\circ + 360^\circ n \end{array} \quad , n \in \mathbb{Z}}$

ii) Si $2\operatorname{Sen} x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \operatorname{Sen} x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$



$\boxed{\begin{array}{l} x = 300^\circ + 360^\circ n \\ x = 240^\circ + 360^\circ n \end{array} \quad , n \in \mathbb{Z}}$

b) $4\operatorname{Sen}^2 x + 4\cos x = 5;$

$4(1 - \cos^2 x) + 4\cos x = 5;$

$4 - 4\cos^2 x + 4\cos x = 5;$

$-4\cos^2 x + 4\cos x - 1 = 0 \Rightarrow$ Cambio de variable $\boxed{\cos x = t}$

$-4t^2 + 4t - 1 = 0$

$t = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-4)\cdot(-1)}}{2\cdot(-4)} = \dfrac{-4}{-8} = \dfrac{1}{2}$

Deshacemos el cambio:

$\cos x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} x = 60^\circ + 360^\circ k \\ x = 300^\circ + 360^\circ k \end{array} \quad , K \in \mathbb{Z}}$

② $tg(45^\circ+\alpha) - tg(45^\circ-\alpha) = 2tg2\alpha$

$$\frac{tg45^\circ + tg\alpha}{1 - tg45^\circ tg\alpha} - \frac{(tg45^\circ - tg\alpha)}{1 + tg45^\circ tg\alpha} \Rightarrow \text{Como } tg45^\circ = 1$$

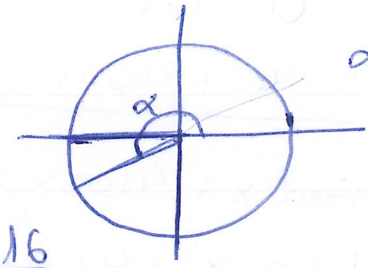
$$\frac{1+tg\alpha}{1-tg\alpha} - \frac{(1-tg\alpha)}{1+tg\alpha} = \frac{(1+tg\alpha)(1+tg\alpha)-(1-tg\alpha)(1-tg\alpha)}{(1-tg\alpha)(1+tg\alpha)} =$$

$$\frac{(1+tg\alpha)^2-(1-tg\alpha)^2}{(1-tg\alpha)(1+tg\alpha)} \xrightarrow{\text{Diferencia de cuadrados es suma con diferencia}} = \frac{((1+tg\alpha)+(1-tg\alpha))\cdot(1+tg\alpha-(1-tg\alpha))}{(1-tg\alpha)(1+tg\alpha)}$$

$$= \frac{2\cdot 2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = 2tg2\alpha$$

Queda demostrado

③ $\boxed{sen\,\alpha = -\frac{3}{5}}$ y $\cos\alpha < 0 \Rightarrow$ $\alpha \in$ III Cuadrante



$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - sen^2\alpha = 1 - \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$

$\boxed{\cos\alpha = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}} \Rightarrow \boxed{tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-3/5}{-4/5} = \frac{3}{4}}$

$[\cos(\pi+\alpha) = \cos\pi\cos\alpha - sen\pi\, sen\,\alpha = -1\cdot\left(\frac{-4}{5}\right) - 0\cdot\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{4}{5}]$

$[sen\,2\alpha = 2sen\,\alpha\cos\alpha = 2\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}]$

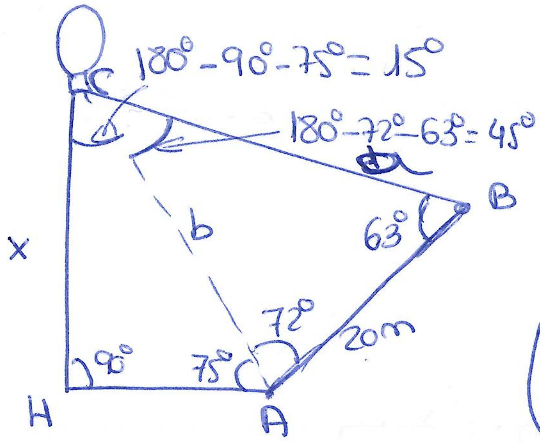
$[tg\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = -\sqrt{\frac{1-(-4/5)}{1-\frac{4}{5}}} = -\sqrt{\frac{9/5}{1/5}} = -\sqrt{9} = -\sqrt{3}]$

$[sen\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = sen\frac{\pi}{2}\cos\alpha - \cos\frac{\pi}{2}sen\,\alpha = 1\cdot\cos\alpha - 0\cdot sen\,\alpha = -\frac{4}{5}]$

$[tg(\pi-\alpha) = \frac{tg\pi - tg\alpha}{1+tg\pi\, tg\alpha} = \frac{0-3/4}{1+0} = -3/4]$

$[sen(\alpha+30^\circ) = sen\,\alpha\cos30^\circ + \cos\alpha\, sen30^\circ = -\frac{3}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{1}{2} = \frac{-3\sqrt{3}-4}{10}]$

(4)



Teorema del Coseno:

$$\boxed{b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B}}$$

Teorema del seno:

$$\boxed{\frac{a}{\operatorname{Sen}\hat{A}} = \frac{b}{\operatorname{Sen}\hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{Sen}\hat{C}}}$$

En este caso, del triángulo $\hat{ABC}$, aplicando el teorema del seno, obtenemos el lado b.

$$\frac{20}{\operatorname{Sen}45°} = \frac{b}{\operatorname{Sen}63°}\ ; \quad \boxed{b = \frac{20 \cdot \operatorname{Sen}63°}{\operatorname{Sen}45°} = 25'2\,m}$$

Ahora, en el triángulo $H\hat{A}C$.

$$\frac{b}{\operatorname{Sen}90°} = \frac{x}{\operatorname{Sen}75°}\ ; \quad \boxed{x = \frac{b \cdot \operatorname{Sen}75°}{\operatorname{Sen}90°} = \frac{25'2 \cdot \operatorname{Sen}75°}{1} = 24'34\,m}$$

Por el teorema del seno

O bien, por definición en un triángulo rectángulo

$$\operatorname{Sen}75° = \frac{x}{b}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$$

$$a^2 = 25'2^2 + 20^2 - 2 \cdot 25'2 \cdot 20 \cdot \cos 72°\ ;$$

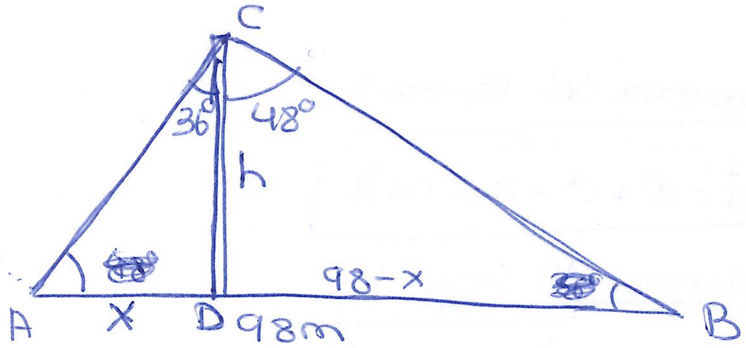
$$a^2 = 723'55\ ; \quad \boxed{a = 26'9\,m}$$

DISTANCIA GLOBO → A ⇒ $\boxed{25'2m}$

DISTANCIA GLOBO → B ⇒ $\boxed{26'9m}$

DISTANCIA GLOBO → H ⇒ $\boxed{24'34m}$ ← ALTURA DEL GLOBO

5



En $A\hat{D}C \Rightarrow tg\,36° = \frac{x}{h}$

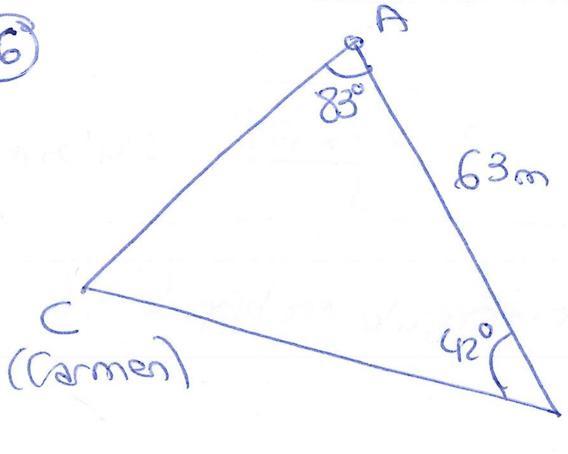
En $C\hat{D}B \Rightarrow tg\,48° = \frac{98-x}{h}$

$0'726 \cdot h = x$

$1'11h = 98-x$

$1'11h = 98 - 0'726h$; $1'836h = 98$; $\boxed{h = \frac{98}{1'836} = 53'38\,m}$

6



$\hat{C} = \cancel{1}80° - 83° - 42° = 55°$

$\boxed{\frac{c}{\text{Sen}\,\hat{C}} = \frac{a}{\text{Sen}\,83°}}$ Teorema del Seno

$\frac{63°}{\text{Sen}\,55°} = \frac{a}{\text{Sen}\,83°}$; $\boxed{a = \frac{63° \cdot \text{Sen}\,83°}{\text{Sen}\,55°} = 76'33\,m}$

Distancia de Bernardo a Carmen 76'33 m.