
Los Números Reales

1.- Calcula:

$$a) \left(1 - \left(\frac{5}{4} + \frac{2}{3} \right)^2 \right) : \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} \right)^2 \right)$$

$$b) \frac{2}{5} : \left(\frac{2}{5} - 1 \right)^2$$

$$c) \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{5}{2} + 1 \right)^2$$

$$d) 2 \cdot \left(\frac{1}{3} + 1 \right)^3 - \frac{5}{2} : \left(\frac{1}{2} - 3 \right)^2$$

$$e) \frac{1}{2} : \left(\frac{3}{4} - 1 + \frac{5}{8} - \left(\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - 2 + \frac{2}{5} \right)^2 \right)^2 \right)^2$$

$$f) \frac{\frac{4}{5} + 3 - \frac{7}{15}}{\frac{1}{6} - \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{2}}$$

$$g) \frac{\frac{1}{9} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{7} + \frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{4}}{2}}$$

$$h) \frac{14}{3 - \frac{1}{5}} + \frac{\frac{2}{3}}{-1} \cdot \frac{5 \cdot \frac{1}{4} - \frac{10}{8}}{\frac{4}{7}}$$

2.- Simplifica:

$$a) \sqrt{72} - \sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{200}$$

$$b) 2\sqrt{75} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{27} - 7\sqrt{48} + \sqrt{300}$$

$$c) \sqrt{50a} - \sqrt{18a}$$

$$d) \sqrt{3} + \frac{3}{4}\sqrt{3} - \frac{5}{3}\sqrt{3}$$

$$e) \frac{2}{3}\sqrt{8} + 4\sqrt{72} - \frac{7}{2}\sqrt{18}$$

$$f) \frac{3}{4}\sqrt{2} + 4\sqrt{8} - \frac{1}{4}\sqrt{32} + \frac{1}{5}\sqrt{50}$$

$$g) 5\sqrt{12} + \frac{2}{3}\sqrt{27} - 8\sqrt{75} + \frac{1}{2}\sqrt{48}$$

$$h) \frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{1}{4}\sqrt{20} + \frac{3}{5}\sqrt{180}$$

3.- Realiza los siguientes productos y cocientes de radicales, escribiendo como un único radical:

$$a) \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$b) \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[8]{5}$$

$$c) \sqrt[3]{4} : \sqrt{6}$$

$$d) \sqrt[3]{9} : \sqrt[6]{18}$$

$$e) \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[6]{3}$$

$$f) \sqrt[3]{2} : \sqrt[5]{3}$$

g) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}$

i) $\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[4]{2}$

k) $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8}}$

h) $\sqrt{8} : \sqrt[3]{4}$

j) $\frac{\sqrt[8]{8}}{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{2}}$

l) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{9^2}}$

4.- Escribe como un único radical:

a) $2 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}$

e) $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}$

g) $\frac{\sqrt[3]{a^2} \cdot a^3}{a^2 \cdot \sqrt{a}}$

i) $\frac{\sqrt[3]{ab} \cdot \sqrt{a^2b}}{\sqrt[4]{ab}}$

b) $\sqrt[3]{a^8} : a^2$

d) $a \cdot \sqrt{\frac{1}{a}}$

f) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a\sqrt{a}}$

h) $\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[6]{a^5}$

j) $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}}$

5.- Calcula:

a) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

c) $(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2})$

e) $(3\sqrt{2} + 2)^2$

g) $2(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2$

i) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

b) $(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})^2$

d) $(5\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot (5\sqrt{3} - \sqrt{7})$

f) $(5 - 6\sqrt{3})^2$

h) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{7} - \sqrt{2})^2$

j) $(2\sqrt{3} + 2)^2 - (2\sqrt{3} - 2)^2$

6.- Racionaliza:

a) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

c) $\frac{10}{\sqrt[3]{5}}$

e) $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

g) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

i) $\frac{8}{\sqrt[3]{7^2}}$

k) $\frac{6}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

m) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{7}{\sqrt[3]{14}}$

f) $\frac{5}{2 - \sqrt{3}}$

h) $\frac{10}{\sqrt{6}}$

j) $\frac{12}{\sqrt[3]{4}}$

l) $\frac{14}{3 - \sqrt{3}}$

n) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

o) $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

q) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$

s) $\frac{21}{\sqrt[3]{7}}$

u) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

w) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

p) $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

r) $\frac{9}{\sqrt[3]{3^2}}$

t) $\frac{35}{\sqrt[5]{7^3}}$

v) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

x) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

7.- Racionaliza:

a) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\frac{3}{2-\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt[3]{9}}$

g) $\frac{8}{\sqrt{5}-1}$

i) $\frac{2}{1+\sqrt{2}}$

k) $\frac{23}{5-\sqrt{2}}$

m) $\frac{11}{2\sqrt{5}+3}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$

d) $\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

f) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

h) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

j) $\frac{14}{3-\sqrt{2}}$

l) $\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

n) $\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$

8.- Escribe en forma de desigualdad y representa gráficamente los siguientes intervalos:

a) $(1,5)$

c) $[-2,5)$

e) $(-\infty,4)$

g) $(2,\infty)$

b) $[-3,2]$

d) $(-5,-1]$

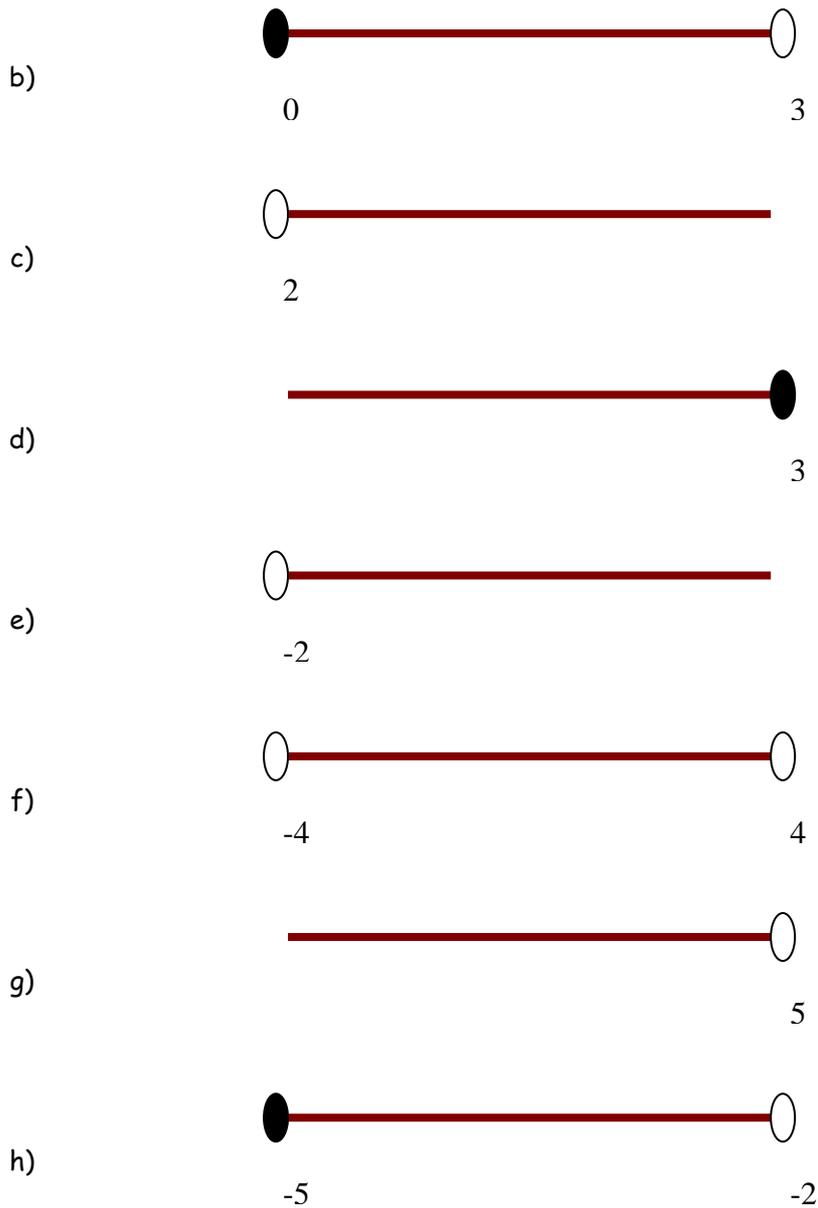
f) $(-\infty,-1]$

h) $[-1,\infty)$

9.- Escribe los intervalos y en forma de desigualdad:

a)





10.- Escribe las siguientes desigualdades en forma de intervalo:

a) $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 4\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 3\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : x > -2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 4\}$

f) $\{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 4\}$

g) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\}$

h) $\{x \in \mathbb{R} : x < -3\}$

11.- Para los siguientes intervalos calcula $A \cap B$:

a) $A = [0,5] ; B = [2,7]$

b) $A = [2,5] ; B = [-1,3]$

c) $A = [2, \infty) ; B = (-\infty, 5)$

d) $A = [-3, 11) ; B = \{6, 11\}$

e) $A = \mathbb{R} ; B = [-3, 4)$

f) $A = [-3, 0) ; A = [1, 4]$

12.- Para los siguientes intervalos calcula $A \cup B$:

a) $A = [-3,4]$; $B = [-1,7]$

c) $A = (-4,2)$; $B = (5,\infty)$

e) $A = (-\infty,3)$; $B = (2,\infty)$

b) $A = (-\infty,2)$; $B = \{-2,2\}$

d) $A = [-2,5]$; $B = (0,7)$

f) $A = (-2,5]$; $B = [4,7)$

13.- Para los siguientes intervalos calcula $A - B$:

a) $A = [-3,5]$; $B = \{5\}$

c) $A = [-10,7]$; $B = \{-10,7\}$

e) $A = (-2,6)$; $B = [3,\infty)$

b) $A = \mathbb{R}$; $B = [-2,3)$

d) $A = \mathbb{R}$; $B = (-5,9)$

f) $A = (-\infty,2)$; $B = (-3,\infty)$

14.- Dados los intervalos $A = (-\infty,7)$, $B = [-4,0]$ y $C = [0,\infty)$ calcula:

a) $A \cap B$

c) $A \cap C$

e) $B \cup C$

g) $(A \cap B) \cap C$

b) $B \cap C$

d) $A \cup B$

f) $A \cup C$

h) $(A \cap C) \cup B$

15.- Dados los intervalos $A = [-3,3]$, $B = (-3,3)$, $C = [-1,4]$ y $D = (-4,5]$ calcula:

a) $A \cup D$

c) $B - C$

e) $(A - C) \cap D$

b) $A \cap C$

d) $A \cap (B \cup C)$

f) $(D - C) \cap A$

16.- Dados los intervalos $A = [-3,3]$, $B = (-3,3)$, $C = (-1,4]$, $D = (-4,-3)$, $E = [-1,4)$ y $F = (-4,3)$ calcula:

a) $A \cup E$

c) $D \cup A$

e) $(F - E) \cap (E - F)$

g) $C \cap (F \cup D)$

b) $E - F$

d) $A \cap E$

f) $C \cap (R - (F \cup D))$

h) $R - (F \cap D)$

17.- Dados los intervalos $A = (-5,7)$, $B = [-1,13]$, $C = [3,\infty)$ y $D = (-2,2]$ calcula:

a) $((A - C) \cap B) \cup D$

c) $(B - D) - C$

b) $(A - (B \cup D)) \cap C$

d) $A - ((B - C) \cap D)$

18.- Dados los siguientes intervalos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : -5 < x \leq 7\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$$

Calcula:

a) $(A \cup B) \cap C$

b) $(A \cap B) \cup C$

19.- Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 27$

c) $\log 1000$

b) $\log_2 64$

d) $\log_2 2$

e) $\log_5 125$

g) $\log_3 81$

i) $\log_6 216$

k) $\log_3 \frac{1}{243}$

m) $\ln \sqrt{e}$

o) $\ln \frac{1^{2009}}{e^5}$

f) $\log_4 64$

h) $\log_{15} 225$

j) $\ln 1$

l) $\log 0,0000001$

n) $\log(\ln e)$

p) $\log_5 \sqrt{3125}$

20.- Calcula:

a) $\frac{1}{2} \log_6 216 - \frac{1}{3} \log 1000 + \frac{1}{2} \log_2 32 - \log_3 1$

b) $-\frac{1}{5} \log_5 1 - \frac{1}{3} \log_2 16 + \frac{2}{5} \log 10 - \log_4 64$

c) $\log_a \sqrt{a} - \log_b \sqrt{b}$

d) $\frac{1}{2} \log_3 27 - \frac{3}{5} \log_5 1 - \log 100$

e) $\frac{1}{3} \log_5 125 - 2 \log 10 + \frac{4}{3} \log_4 64$

f) $\frac{2}{3} \log_a \left(\frac{1}{a^3} \right) - \frac{1}{2} \log_b \sqrt{b} + \frac{2}{5} \log_2 32$

g) $\log 10000 - \log 1000 + \log 100 - \log 10 + \log 1$

h) $\frac{3}{4} \ln \sqrt[3]{e} - \frac{3}{2} \log 0,01 + \log_3 \frac{1}{81}$

i) $\frac{6}{5} \log 0,00001 + \log 100 - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{e} + 3 \log_2 \sqrt[3]{4}$

j) $\log_a \sqrt{a} + 2 \log_b \sqrt[3]{\frac{1}{b}} + 3 \log_c \sqrt[4]{c} + 4 \log_d \sqrt[5]{\frac{1}{d}}$

21.- Calcula los siguientes logaritmos utilizando la fórmula del cambio de base y con cuatro decimales:

a) $\log_2 3$

c) $\log_4 9$

e) $\log_5 12$

g) $\log_8 10$

b) $\log_3 2$

d) $\log_9 4$

f) $\log_6 7$

h) $\log_7 4$

22.- Calcula el valor de x en los siguientes casos:

a) $\log_x \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3}$

c) $\log_x 0,0000001 = -7$

e) $\log_x 1 = 0$

b) $\log_x 1024 = 10$

d) $\log_x 2187 = 7$

f) $\log_x \frac{1}{e} = -1$

23.- Calcula el valor de x en los siguientes casos:

a) $\log x = 5$

c) $\log_2 x = \frac{1}{3}$

e) $\log_3 x = 0$

b) $\log_6 x = 5$

d) $\ln x = -\frac{1}{2}$

f) $\log_4 x = 2$

24.- Calcula el valor de x en los siguientes casos:

a) $\log 0,1 = x$

c) $\log_9 729 = x$

e) $\log_2 \frac{1}{512} = x$

b) $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} = x$

d) $\ln \frac{1}{\sqrt[4]{e}} = x$

f) $\ln \sqrt{e} = x$

SOLUCIONES:

- 1.- a) $-\frac{55}{8}$ b) $\frac{10}{9}$
c) 7 d) $\frac{142}{45}$
e) $\frac{632812500000}{385259800249}$ f) -5
g) $\frac{416}{177}$ h) 5
- 2.- a) $12\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$
c) $2\sqrt{2a}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{12}$
e) $\frac{89}{6}\sqrt{2}$ f) $\frac{35}{4}\sqrt{2}$
g) $-26\sqrt{3}$ h) $\frac{18}{5}\sqrt{5}$
- 3.- a) $\sqrt[6]{500}$ b) $\sqrt[24]{10125}$
c) $\sqrt[6]{\frac{2}{27}}$ d) $\sqrt[6]{\frac{9}{2}}$
e) $\sqrt[12]{\frac{125}{9}}$ f) $\sqrt[15]{\frac{32}{27}}$
g) $\sqrt[6]{243}$ h) $\sqrt[6]{32}$
i) $\sqrt[12]{2^{11}}$ j) $\frac{1}{\sqrt[8]{18}}$
k) $\frac{1}{\sqrt[12]{2^7}}$ l) $\sqrt[4]{\frac{8}{9}}$
- 4.- a) $\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[3]{a^2}$
c) $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}}$ d) \sqrt{a}
e) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$ f) $\sqrt[6]{\frac{1}{a^5}}$
g) $\sqrt[6]{a^7}$ h) $\sqrt[12]{a^{19}}$
i) $\sqrt[12]{a^{13}b^7}$ j) $\sqrt[4]{x^3}$
- 5.- a) $5 - 2\sqrt{6}$ b) $4\sqrt{15} + 17$
c) 4 d) 68
e) $12\sqrt{2} + 22$ f) $133 - 60\sqrt{3}$

g) $33 - 2\sqrt{30}$

i) $-4\sqrt{6}$

h) $4\sqrt{14}$

j) $16\sqrt{3}$

6.-

a) $2\sqrt{3}$

c) $2\sqrt[3]{25}$

e) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

g) $\sqrt{2}$

i) $\frac{8}{7}\sqrt[3]{7}$

k) $3\sqrt{7} + \sqrt{5}$

m) $4\sqrt{2}$

o) $\frac{\sqrt{3}}{3} + 1$

q) $2 \cdot \sqrt[3]{4}$

s) $3 \cdot \sqrt[5]{2401}$

u) $3 - \sqrt{6}$

w) $2\sqrt{6} + 5$

b) $2\sqrt{2}$

d) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{196}$

f) $5\sqrt{3} + 10$

h) $\frac{5}{3}\sqrt{6}$

j) $6\sqrt[3]{2}$

l) $\frac{7}{3}\sqrt{3} + 7$

n) $2\sqrt{3}$

p) $\frac{\sqrt{5}}{5} - 1$

r) $3 \cdot \sqrt[3]{3}$

t) $5 \cdot \sqrt[5]{49}$

v) $\sqrt{6} + 2$

x) $5 - 2\sqrt{6}$

7.-

a) $\frac{\sqrt[6]{2000}}{2}$

c) $6 + 3\sqrt{3}$

e) $\frac{\sqrt[5]{27}}{3}$

g) $2\sqrt{5} + 2$

i) $2(\sqrt{2} - 1)$

k) $5 + \sqrt{2}$

m) $2\sqrt{5} - 3$

b) $\frac{\sqrt{35}}{7}$

d) $4(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

f) $\frac{\sqrt[3]{675}}{5}$

h) $3 - \sqrt{6}$

j) $2(3 + \sqrt{2})$

l) $-2 - \sqrt{3}$

n) $-\frac{11 + 4\sqrt{6}}{5}$

8.-

DESIGUALDAD

a) $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 5\}$

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



b) $\{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x \leq 2\}$



c) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 5\}$



d) $\{x \in \mathbb{R} : -5 < x \leq -1\}$



e) $\{x \in \mathbb{R} : x < 4\}$



f) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -1\}$



g) $\{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$



h) $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -1\}$



- 9.- a) $(-2,4) = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 4\}$
 c) $(2,\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$
 e) $(-2,\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > -2\}$
 g) $(-\infty,5] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 5\}$

- b) $[0,3) = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 3\}$
 d) $(-\infty,3] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 3\}$
 f) $(-4,4) = \{x \in \mathbb{R} : -4 < x < 4\}$
 h) $[-5,-2) = \{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x < -2\}$

- 10.- a) $(2,4)$
 c) $(-2,\infty)$
 e) $(-2,4]$
 g) $[3,\infty)$

- b) $[-1,3)$
 d) $(-\infty,1]$
 f) $[-5,1]$
 h) $(-\infty,-3)$

- 11.- a) $A \cap B = [2,5]$
 c) $A \cap B = [2,5)$
 e) $A \cap B = [-3,4)$
- 12.- a) $A \cup B = [-3,7]$
 c) $A \cup B = (-4,2) \cup (5, \infty)$
 e) $A \cup B = \mathbb{R}$
- 13.- a) $A - B = [-3,5)$
 c) $A - B = (-10,7)$
 e) $A - B = (-2,3)$
- 14.- a) $[-4,0]$
 c) $[0,7)$
 e) $[-4, \infty)$
 g) $\{0\}$
- 15.- a) $D = (-4,5]$
 c) $(-3,-1)$
 e) $[-3,-1)$
- 16.- a) $[-3,4)$
 c) $(-4,3]$
 e) \emptyset
 g) $(3,4]$
- 17.- a) $(-2,3)$
 c) $(2,3)$
- 18.- a) C
 b) C
- 19.- a) 3
 c) 3
 e) 3
 g) 4
 i) 3
 k) - 5
 m) $\frac{1}{2}$
 o) - 5
- b) $A \cap B = [2,3)$
 d) $A \cap B = \{6\}$
 f) $A \cap B = \emptyset$
- b) $A \cup B = (-\infty,2]$
 d) $A \cup B = (-2,7]$
 f) $A \cup B = (-2,7)$
- b) $A - B = (-\infty,-2) \cup [3, \infty)$
 c) $A - B = (-\infty,-5] \cup [9, \infty)$
 f) $A - B = (-\infty,3]$
- b) $\{0\}$
 d) $(-\infty,7]$
 f) \mathbb{R}
 h) $[-4,7)$
- b) $[-1,3]$
 d) $(-3,3]$
 f) $[-3,-1)$
- b) $[3,4)$
 d) $[-1,3]$
 f) $[3,4]$
 h) $(-\infty,-4] \cup [-3, \infty)$
- b) $[3,7)$
 d) $(-5,-1) \cup (2,7)$
- b) 6
 d) 1
 f) 3
 h) 2
 j) 0
 l) - 7
 n) 0
 p) $\frac{5}{2}$

