Números reales. Potencias y radicales

NOMBRE: ____

1) a) Escribir en forma de intervalo: $\{x \in R \,/\, -3 < x \leq 1\}$ *(1 punto todo el ejercicio)*

b) Ídem para el conjunto de números comprendidos entre –1 y 0, excluidos ambos.

c) Ídem para $[-3, 1) \cup [-2, 4)$

d) Ídem para $[-3, 1) \cap (-2, 4)$

2) Expresar en notación científica: *(2 puntos)*

a) $2975{,}6 \cdot 10^{-910}$

b) $0{,}084 \cdot 10^{130}$

c) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica: $-5{,}13 \cdot 10^{-15}$

d) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica: $-5{,}13 \cdot 10^{15}$

3) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: *(2 puntos)*

a) $\dfrac{6^{43}(-12)^{22}}{-4^{65}}$

b) $\left(\dfrac{(2+a)^5}{(2+a)^{-2}}\right)^3$

4) Simplificar, aplicando propiedades de radicales y potencias, y dejando racionalizado el denominador, en su caso:

a) $\dfrac{\sqrt{3^3}\,\sqrt[4]{5^5}}{\sqrt{3}\,\sqrt[5]{2^3}\,\sqrt[5]{2^2}\,\sqrt[4]{5}}$ *(1 punto)*

b) $\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{9x^3}}$ *(1 punto)*

c) $\dfrac{3}{3-2\sqrt{2}}$ *(1 punto)*

d) $\sqrt{3\sqrt[3]{18a^2}}$ *(0,5 puntos)*

e) $7\sqrt{18}+6\sqrt{45}-2\sqrt{2}-\sqrt{5}$ *(0,5 puntos)*

5) Calcular sin utilizar la calculadora, con el resultado simplificado: *(1 punto)*

$$\dfrac{\dfrac{81}{243}\,\dfrac{128}{256}+\dfrac{35}{42}}{3-\dfrac{63}{36}}$$

<u>**SOLUCIONES**</u>

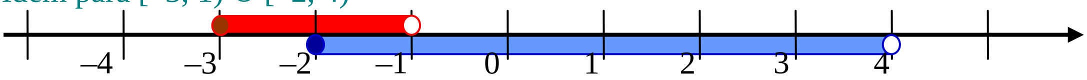
1) a) Escribir en forma de intervalo: $\{x \in R \,/\, -3 < x \leq 1\}$ *(1 punto todo el ejercicio)*

$\boxed{(-3, 1]}$ Son todos los números reales comprendidos entre -3 y 1, excluyendo a -3 e incluyendo a 1.

b) Ídem para el conjunto de números comprendidos entre -1 y 0, excluidos ambos.

$\boxed{(-1, 0)}$.

c) Ídem para $[-3, 1) \cup [-2, 4)$



$[-3, 1)$ está dibujado en rojo, mientras que $[-2, 4)$ lo está en azul. La *unión* de ambos intervalos está formada por todos los elementos que pertenezcan a alguno de los dos intervalos (lo que incluye a los que están en ambos a a la vez). Por ello:

$$\boxed{[-3, 1) \cup [-2, 4) = [-3, 4)}$$

d) Ídem para $[-3, 1) \cap (-2, 4)$

Razonando sobre el gráfico anterior, pero teniendo presente esta vez que -2 no pertenece al segundo de los intervalos, la *intersección* resulta ser la zona común a ambos intervalos. Es decir:

$$\boxed{[-3, 1) \cap (-2, 4) = (-2, 1)}$$

Porque hay que hacer notar que ni -2 ni -1 pertenecen a ambos intervalos.

2) Expresar en notación científica: *(2 puntos)*

a) $2975{,}6 \cdot 10^{-910} = 2{,}9756 \cdot 10^{3} \cdot 10^{-910} = 2{,}9756 \cdot 10^{3-910} = \boxed{2{,}9756 \cdot 10^{-907}}$

b) $0{,}084 \cdot 10^{130} = 8{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{130} = \boxed{8{,}4 \cdot 10^{128}}$

c) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica:

$-5{,}13 \cdot 10^{-15} = \boxed{-0{,}00000000000000513}$

d) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica:

$-5{,}13 \cdot 10^{15} = \boxed{-5130.000.000.000.000}$

3) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: *(2 puntos)*

a) $\dfrac{6^{43}(-12)^{22}}{-4^{65}}$

$$\frac{6^{43}(-12)^{22}}{-4^{65}} = \frac{(2\cdot 3)^{43}(12)^{22}}{-(2^{2})^{65}} = -\frac{2^{43}\cdot 3^{43}(2^{2}3)^{22}}{2^{130}} = -\frac{3^{43}2^{44}3^{22}}{2^{130-43}} =$$

$$= -\frac{3^{65}2^{44}}{2^{87}} = \boxed{-\frac{3^{65}}{2^{43}}}$$

b) $\left(\dfrac{(2+a)^{5}}{(2+a)^{-2}}\right)^{3}$

$$\left(\frac{(2+a)^5}{(2+a)^{-2}}\right)^3 = \frac{(2+a)^{5\cdot3}}{(2+a)^{-2\cdot3}} = \frac{(2+a)^{15}}{(2+a)^{-6}} = (2+a)^{15-(-6)} = \boxed{(2+a)^{21}}$$

4) Simplificar, aplicando propiedades de radicales y potencias, y dejando racionalizado el denominador, en su caso:

a) $\dfrac{\sqrt{3^3}\,\sqrt[4]{5^5}}{\sqrt{3}\,\sqrt[5]{2^3}\,\sqrt[5]{2^2}\,\sqrt[4]{5}}$ *(1 punto)*

$$\frac{\sqrt{3^3}\,\sqrt[4]{5^5}}{\sqrt{3}\,\sqrt[5]{2^3}\,\sqrt[5]{2^2}\,\sqrt[4]{5}} = \frac{\sqrt{3^2 3}\,\sqrt[4]{5^4 5}}{\sqrt{3}\,\sqrt[5]{2^{3+2}}\,\sqrt[4]{5}} = \frac{3\sqrt{3}\;5\sqrt[4]{5}}{\sqrt{3}\,\sqrt[5]{2^5}\,\sqrt[4]{5}} = \frac{3\cdot5}{2} = \boxed{\frac{15}{2}}$$

b) $\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{9x^3}}$ *(1 punto)*

$$\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{9x^3}} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{3^2x^3}}\,\frac{\sqrt[5]{3^3x^2}}{\sqrt[5]{3^3x^2}} = \frac{3\,\sqrt[2\cdot5]{x^5}\,\sqrt[5\cdot2]{3^6x^4}}{\sqrt[5]{3^5x^5}} = \frac{3\sqrt[10]{3^6x^9}}{3x} = \boxed{\frac{\sqrt[10]{3^6x^9}}{x}}$$

c) $\dfrac{3}{3-2\sqrt{2}}$ *(1 punto)*

$$\frac{3}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3}{3-2\sqrt{2}}\,\frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3(3+2\sqrt{2})}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{9+6\sqrt{2}}{9-2^2(\sqrt{2})^2} = \frac{9+6\sqrt{2}}{9-4\cdot2} =$$
$$= \boxed{9+6\sqrt{2}}$$

d) $\sqrt{3\sqrt[3]{18a^2}}$ *(0,5 puntos)*

$$\sqrt{3\sqrt[3]{18a^2}} = \sqrt{\sqrt[3]{3^3 3^2 2a^2}} = \boxed{\sqrt[6]{3^5 2a^2}}$$

e) $7\sqrt{18}+6\sqrt{45}-2\sqrt{2}-\sqrt{5}$ *(0,5 puntos)*

$$7\sqrt{18}+6\sqrt{45}-2\sqrt{2}-\sqrt{5} = 7\sqrt{3^2 2}+6\sqrt{3^2 5}-2\sqrt{2}-\sqrt{5} =$$
$$= 7\cdot3\sqrt{2}+6\cdot3\sqrt{5}-2\sqrt{2}-\sqrt{5} = 21\sqrt{2}+18\sqrt{5}-2\sqrt{2}-\sqrt{5} = \boxed{19\sqrt{2}+17\sqrt{5}}$$

5) Calcular sin utilizar la calculadora, con el resultado simplificado: *(1 punto)*

$$\frac{\frac{81}{243}\,\frac{128}{256}+\frac{35}{42}}{3-\frac{63}{36}}$$

$$\frac{\frac{81}{243}\,\frac{128}{256}+\frac{35}{42}}{3-\frac{63}{36}} = \frac{\frac{3^4}{3^5}\,\frac{2^7}{2^8}+\frac{5}{6}}{3-\frac{7}{4}} = \frac{\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}{\frac{12}{4}-\frac{7}{4}} = \frac{\frac{1}{6}+\frac{5}{6}}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{6}{6}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \boxed{\frac{4}{5}}$$