

MATEMÁTICAS I - EXAMEN FINAL

1.- Resuelve el sistema:
$$\begin{cases} 2x-y-2z=-4 \\ 4x+y+z=3 \\ 3x+y-z=-\frac{11}{2} \end{cases}$$
 por el método de Gauss. Dependiendo del número de soluciones,

¿qué tipos de sistemas hay?

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{1-x} + \sqrt{2x+7} = 3$ b) $3^{x+2} - 3^x + 3^{x-1} = 75$ c) $2 \log x - \log(x-1) = 1 - \log\left(\frac{5}{x}\right)$

3.- a) Calcula $\frac{i^{2002}}{i^{4725} + i^{3478}}$.

b) ¿Cuál es el coeficiente de x^{12} en el desarrollo de $(3x+x^2)^7$.

4.- La diferencia entre las diagonales de un rombo es 2 dm. Si se aumentan las dos en 2 dm, el área aumenta 16 dm². Halla las medidas de las diagonales y el área del rombo original.

5.- De un ángulo del tercer cuadrante se conoce que $\cotg x = 3$.

a) Calcula, sin hallar el ángulo, las restantes razones de x.

b) Calcula $\cos(2x)$, $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$, $\sin(30^\circ + x)$.

6.- Resuelve: a) $\frac{4-x^2}{x+1} \leq 0$ b)
$$\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x-y \leq 0 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

7.- a) Demuestra que $2\tan x + \frac{1}{\sec x} = \frac{2-\sin x}{\cotg x} + \sec x$.

b) Resuelve: $\frac{\sin 2x}{\cos x} + \cos^2 x = \frac{7}{4}$.

8.- Expresa en forma polar y trigonométrica el complejo $z = \sqrt{3} - i$. Calcula $\sqrt[3]{z}$.

9.- La recta r pasa por el punto P=(3,-3) y tiene por pendiente $m = -\frac{3}{4}$. La recta s es perpendicular a r y pasa por el origen de coordenadas.

a) Determina las ecuaciones implícita, explícita y paramétricas de r y s.

b) Calcula el ángulo que forma r con la recta que pasa por A=(0,1) y B=(1,2).

c) Calcula la distancia del punto B a la recta s.

10.- Calcula los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{4+x}-1}{x+3}$ b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3+4x+6}{x^2-x-2}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x+3x^2}{3x^2+5} \right)^{\frac{3x^4+2}{1+x^3}}$

11.- Calcula el dominio, simetría, puntos de corte y asíntotas de la función $f(x) = \frac{2x^2+6}{x+1}$.

12.- Representa gráficamente la función:
$$f(x) = \begin{cases} -2x-4 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2-4 & \text{si } -2 < x < 3 \\ -1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$
 Estudia sus principales aspectos y su continuidad.