

CONTROL ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

1. Opera y simplifica:

(2,5 puntos)

a) $\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2} =$

b) $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \cdot \frac{1-x}{x} =$

2. Opera y simplifica, racionalizando en su caso:

(3 puntos)

a) $(4\sqrt{18} - 6\sqrt{8} + 8\sqrt{72}) : \sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}$

c) $\frac{2^3\sqrt{2\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8}}$

3. Halla el valor de x en los siguientes casos, sin utilizar la calculadora:

a) $\log_8 \sqrt[4]{2} = x$

b) $\log x = 3 \cdot \log 2$

c) $3^{x^2-5x} = \frac{1}{9^3}$

(0,5 puntos cada uno)

4. Desarrolla: $\left(a^2 - \frac{2}{a} \right)^5$

(0,75 puntos)

5.- Opera y simplifica, sin utilizar la calculadora (utilizando sólo las propiedades de los logaritmos y las de las operaciones con potencias): (0,75 puntos cada uno)

a) $\frac{6^3 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^4}{\left(\frac{1}{9} \right)^2 \cdot 8^3 \cdot 4^{-2}}$

b) $\log_5(0,04) + \log_5 625 - \log_5 \frac{1}{125}$

c) $\log_2 \left[4\sqrt[4]{2\sqrt{2}} \right]$

SOLUCIONES

1. Opera y simplifica:

$$a) \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x-2)} - \frac{x(x-2)}{(x-1)(x-2)} - \frac{x}{(x-1)(x-2)} =$$

$$\text{m.c.m} = (x-2)(x-1) = \frac{x^2 - x - x^2 + 2x - x}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$b) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \cdot \frac{1-x}{x} = \left(\frac{1-x}{(1+x)(1-x)} + \frac{2x}{(1+x)(1-x)} \right) \cdot \frac{1-x}{x} =$$

$$= \frac{1+x}{(1+x)(1-x)} \cdot \frac{1-x}{x} = \frac{(1+x)(1-x)}{(1+x)(1-x)x} = \frac{1}{x}$$

2. Opera y simplifica, racionalizando en su caso:

$$a) (4\sqrt{18} - 6\sqrt{8} + 8\sqrt{72}) : \sqrt{2} = (4 \cdot 3\sqrt{2} - 6 \cdot 2\sqrt{2} + 8 \cdot 6\sqrt{2}) : \sqrt{2} = 48\sqrt{2} : \sqrt{2} = 48$$

$$b) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} - \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} =$$

$$= 3\sqrt{3} - \sqrt{6}$$

$$c) \frac{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8}} = \frac{2\sqrt[3]{\sqrt{2^2} \cdot 2}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{2\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^3} \cdot \sqrt[4]{2}} = \frac{2\sqrt[4]{2^2 \cdot 2}}{2} = \sqrt[4]{2^3}$$

3. Halla el valor de x en los siguientes casos, sin utilizar la calculadora:

$$a) \log_8 \sqrt[4]{2} = x \rightarrow 8^x = \sqrt[4]{2} \Rightarrow 2^{3x} = 2^{\frac{1}{4}} \Rightarrow 3x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

$$b) \log x = 3 \cdot \log 2 \rightarrow \log x = \log 2^3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$$

$$c) 3^{x^2-5x} = \frac{1}{9^3} \rightarrow 3^{x^2-5x} = 9^{-3} = 3^{-6} \Rightarrow x^2 - 5x = -6 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \left\langle \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right.$$

4. Desarrolla: $\left(a^2 - \frac{2}{a}\right)^5$

$$= \binom{5}{0} (a^2)^5 - \binom{5}{1} (a^2)^4 \cdot \frac{2}{a} + \binom{5}{2} (a^2)^3 \left(\frac{2}{a}\right)^2 - \binom{5}{3} (a^2)^2 \left(\frac{2}{a}\right)^3 + \binom{5}{4} a^2 \left(\frac{2}{a}\right)^4 - \left(\frac{2}{a}\right)^5 =$$

$$= a^{10} - 5a^8 \cdot \frac{2}{a} + 10a^6 \cdot \frac{2^2}{a^2} - 10a^4 \cdot \frac{2^3}{a^3} + 5a^2 \cdot \frac{2^4}{a^4} - \frac{2^5}{a^5} =$$

$$= a^{10} - 10a^7 + 40a^4 - 80a + \frac{80}{a^2} - \frac{32}{a^5}$$

5.- Opera y simplifica:

$$\text{a) } \frac{6^3 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot 8^3 \cdot 4^{-2}} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \frac{2^4}{3^4}}{\left(\frac{1}{3^2}\right)^2 \cdot (2^3)^3 \cdot (2^2)^{-2}} = \frac{2^7 \cdot 3^{-3}}{3^{-4} \cdot 2^5} = 2^2 \cdot 3$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \log_5(0'04) + \log_5 625 - \log_5 \frac{1}{125} &= \log_5 \frac{4}{100} + \log_5 5^4 - \log_5 \frac{1}{5^3} = \\ &= \log_5 \frac{1}{25} + 4\log_5 5 - \log_5 5^{-3} = -2\log_5 5 + 4 + 3\log_5 5 = 5 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \log_2 \left[4\sqrt[4]{2\sqrt{2}} \right] = \log_2 \left[2^2 \sqrt[4]{\sqrt{2^3}} \right] = \log_2 2^2 + \log_2 2^{\frac{3}{8}} = 2 + \frac{3}{8} = \frac{19}{8}$$