

Ecuaciones con denominadores

Pasos a seguir:

- Eliminar denominadores, multiplicando los dos miembros de la ecuación por el m.c.m. de los denominadores.
- Transponer términos, agrupando los monomios que llevan la incógnita y en el otro todos los sumandos numéricos.
- Despejar la incógnita, dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita.

Ejemplo:

$$x - \frac{6x}{5} - \frac{3}{2} = \frac{x}{2} - 1$$

m.c.m.(5,2) = 10, multiplicamos toda la ecuación por 10, obteniendo la siguiente ecuación entera:

$$10x - 12x - 15 = 5x - 10 \Rightarrow 10x - 12x - 5x = 10 + 15 \Leftrightarrow -7x = 25 \Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{25}{7}}$$

Ejemplos:

$$1) \frac{2x}{3} - 2 + 3x = \frac{3x}{2}$$

Multiplicamos todos los términos por el m.c.m. (3, 2) = 6:

$$4x - 12 + 18x = 9x \rightarrow 4x + 18x - 9x = 12 \rightarrow 13x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{13}$$

$$2) \frac{2x}{15} - \frac{3x-5}{3} = \frac{4x}{15} + 6$$

Hay que tener en cuenta, al efectuar el paso de eliminar denominadores, que el signo (-) que precede a una fracción afecta a todos los términos del numerador.

$$2x - (15x - 25) = 90 + 4x \rightarrow 2x - 15x + 25 = 90 + 4x \rightarrow 2x - 15x - 4x = 90 - 25 \rightarrow -17x = 65$$
$$x = -\frac{65}{17}$$

$$3) \frac{2x-5}{3} = \frac{x-7}{4}$$

Cuando tenemos una igualdad de dos fracciones, eliminamos denominadores multiplicando en cruz:

$$4(2x - 5) = 3(x - 7) \rightarrow 8x - 20 = 3x - 21 \rightarrow 8x - 3x = 20 - 21 \rightarrow 5x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$1) \quad 3x - 16 = \frac{5}{3}x$$

$$2) \quad \frac{2x-5}{3} = \frac{x}{4}$$

$$3) \quad \frac{2x-1}{3} = x - \frac{1}{2}$$

$$4) \quad x + 5 = \frac{x+3}{3}$$

$$5) \quad \frac{3x}{5} - \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 1$$

$$6) \quad \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + x = 75$$

$$7) \quad \frac{3x}{2} - \frac{5x}{3} = 7 - \frac{3x}{4}$$

$$8) \quad 3x - \frac{x+2}{2} = 4 + \frac{5x}{3}$$

$$9) \quad \frac{x-2}{4} - \frac{x+4}{3} = -\frac{5}{6}$$

$$10) \quad \frac{x-3}{5} - 1 = \frac{x-5}{4}$$

$$11) \quad \frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} = 4$$

$$12) \quad 1 - \frac{2x-5}{3} = \frac{x+3}{2}$$

$$13) \quad \frac{x+4}{5} - \frac{x+3}{4} = 1 - \frac{x+1}{2}$$

$$14) \quad \frac{2x-5}{5} - \frac{3x+1}{4} = \frac{7}{10} - x$$

$$15) \quad \frac{x-4}{5} - \frac{8x-27}{15} = 1 - \frac{x}{3}$$

$$16) \quad \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+2}{12} = \frac{x+5}{4}$$

$$17) \quad 2(x-1) - \frac{2x-6}{5} = \frac{2}{3}$$

$$18) \quad \frac{x-3}{2} - \frac{2(x-4)}{3} = \frac{3}{4}$$

$$19) \quad \frac{7-3(x-4)}{2} = \frac{x+1}{3}$$

$$20) \quad \left(\frac{1}{3} - x\right)\left(\frac{x}{2} - 6\right) = 1 - \frac{x(x+1)}{2}$$

Soluciones

1) $3x - 16 = \frac{5}{3}x$	$9x - 48 = 5x \Rightarrow 9x - 5x = 48 \Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 48 : 4 = 12 \Rightarrow \boxed{x=12}$
2) $\frac{2x-5}{3} = \frac{x}{4}$	$8x - 20 = 3x \Rightarrow 8x - 3x = 20 \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 20 : 5 = 4 \Rightarrow \boxed{x=4}$
3) $\frac{2x-1}{3} = x - \frac{1}{2}$	$4x - 2 = 6x - 3 \Rightarrow 3 - 2 = 6x - 4x \Rightarrow 1 = 2x \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$
4) $x + 5 = \frac{x+3}{3}$	$3x + 15 = x + 3 \Rightarrow 3x - x = 3 - 15 \Rightarrow 2x = -12 \Rightarrow \boxed{x=-6}$
5) $\frac{3x}{5} - \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 1$	$36x - 20x = 15x + 60 \Rightarrow 36x - 20x - 15x = 60 \Rightarrow \boxed{x=60}$
6) $\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + x = 75$	$3x + 10x + 12x = 900 \Rightarrow 25x = 900 \Rightarrow x = 900 : 25 \Rightarrow \boxed{x=36}$
7) $\frac{3x}{2} - \frac{5x}{3} = 7 - \frac{3x}{4}$	$18x - 20x = 84 - 9x \Rightarrow 18x - 20x + 9x = 84 \Rightarrow 7x = 84 \Rightarrow \boxed{x=7}$
8) $3x - \frac{x+2}{2} = 4 + \frac{5x}{3}$	$18x - 3x - 6 = 24 + 10x \Rightarrow 15x - 10x = 24 + 6 \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow \boxed{x=6}$
9) $\frac{x-2}{4} - \frac{x+4}{3} = -\frac{5}{6}$	$3x - 6 - 4x - 16 = -10 \Rightarrow -x = -10 + 6 + 16 \Rightarrow -x = 12 \Rightarrow \boxed{x=2}$
10) $\frac{x-3}{5} - 1 = \frac{x-5}{4}$	$4x - 12 - 20 = 5x - 25 \Rightarrow 25 - 12 - 20 = 5x - 4x \Rightarrow \boxed{x=-7}$
11) $\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{4} = 4$	$4x - 8 - 3x - 3 = 48 \Rightarrow x = 48 + 11 \Rightarrow \boxed{x=59}$
12) $1 - \frac{2x-5}{3} = \frac{x+3}{2}$	$6 - 4x + 10 = 3x + 9 \Rightarrow 6 + 10 - 9 = 3x + 4x \Rightarrow 7 = 7x \Rightarrow \boxed{x=1}$
13) $\frac{x+4}{5} - \frac{x+3}{4} = 1 - \frac{x+1}{2}$	$4x + 16 - 5x - 15 = 20 - 10x - 10 \Rightarrow -x + 1 = 10 - 10x \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow \boxed{x=1}$
14) $\frac{2x-5}{5} - \frac{3x+1}{4} = \frac{7}{10} - x$	$8x - 20 - 15x - 5 = 14 - 20x \Rightarrow -7x + 20x = 14 + 25 \Rightarrow 13x = 39 \Rightarrow \boxed{x=3}$
15) $\frac{x-4}{5} - \frac{8x-27}{15} = 1 - \frac{x}{3}$	$3x - 12 - 8x + 27 = 15 - 5x \Rightarrow 15 = 15 \Rightarrow \boxed{\text{Infinitas soluciones}}$
16) $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x+2}{12} = \frac{x+5}{4}$	$8x - 4 - 5x - 2 = 3x + 15 \Rightarrow -6 = 15 \Rightarrow \boxed{\text{Incompatible}}$
17) $2(x-1) - \frac{2x-6}{5} = \frac{2}{3}$	$30x - 30 - 6x + 18 = 10 \Rightarrow 24x = 10 + 12 \Rightarrow 24x = 22 \Rightarrow \boxed{x = \frac{11}{12}}$
18) $\frac{x-3}{2} - \frac{2(x-4)}{3} = \frac{3}{4}$	$6x - 18 - 8x + 32 = 9 \Rightarrow -2x = -5 \Rightarrow \boxed{x = \frac{5}{2}}$
19) $\frac{7-3(x-4)}{2} = \frac{x+1}{3}$	$21 - 9x + 36 = 2x + 2 \Rightarrow 57 - 2 = 2x + 9x \Rightarrow 55 = 11x \Rightarrow \boxed{x=5}$
20) $\left(\frac{1}{3} - x\right)\left(\frac{x}{2} - 6\right) = 1 - \frac{x(x+1)}{2}$	$\frac{x}{6} - 2 - \frac{x^2}{2} + 6x = 1 - \frac{x^2}{2} + x \Rightarrow x - 12 + 36x = 6 - 3x \Rightarrow 40x = 18 \Rightarrow \boxed{x = \frac{9}{20}}$
21) $\frac{3(x-2)}{x-5} = \frac{6x+1}{2x}$	$6x^2 - 12x = 6x^2 - 30x + x - 5 \Rightarrow -12x + 29x = -5 \Rightarrow 17x = -5 \Rightarrow \boxed{x = \frac{-5}{17}}$