1. Dados dos sucesos aleatorios A y B, se sabe que: $P(B^c)=\frac{3}{4}$ y $P(A)=P(A/B)=\frac{1}{3}$ (B^c indica el complementario del suceso B).

   a) Razona si los sucesos A y B son independientes.
   b) Calcula $P(A\cup B)$

---

2. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A)=0,6$; $P(B)=0,2$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0,7$.
   Calcúlese $P(A\cup B)$ y razónese si los sucesos son independientes.

---

3. Sobre los sucesos A y B se conocen las siguientes probabilidades: $P(A)=0,7$, $P(B)=0,5$ $P(A\cap B)=0,45$ Calcular:

   $P(B/A)$ $\qquad$ $P(\overline{A}\cap\overline{B})$

---

4. Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio, tales que:

   $$P(A)=\frac{1}{4}\quad P(B)=\frac{1}{3}\quad P(A\cup B)=\frac{1}{2}.$$

   a) ¿Son A y B sucesos independientes?
   b) Calcúlese $P(\overline{A}/\overline{B})$.

---

5. Sean los sucesos A y B tales que $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(\overline{B})=\frac{2}{5}$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{3}{4}$. Calcular:

   a) $P(B/A)$ $\qquad$ b) $P(\overline{A}/B)$

---

6. Sean $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ dos sucesos aleatorios tales que : $\boldsymbol{P(A)=3/4}$, $\boldsymbol{P(B)=1/2}$ y $\boldsymbol{P(\overline{A}\cap\overline{B})=1/20}$
Calcúlese:

   a) $\boldsymbol{P(A\cup B)}$ $\qquad$ b) $\boldsymbol{P(A\cap B)}$ $\qquad$ c) $\boldsymbol{P\left(\overline{A}/B\right)}$ $\qquad$ d) $\boldsymbol{P\left(\overline{B}/A\right)}$

---

7. Sean los tres sucesos $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$ de un experimento aleatorio tales que: $\boldsymbol{P(A)=1/2}$, $\boldsymbol{P(B)=1/3}$, $\boldsymbol{P(C)=1/4}$, $\boldsymbol{P(A\cup B\cup C)=2/3}$, $\boldsymbol{P(A\cap B\cap C)=0}$, $\boldsymbol{P(A/B)=1/2}$ y $\boldsymbol{P(C/A)=1/2}$.
   Calcular $\boldsymbol{P(C\cap B)}$ y $\boldsymbol{P(\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C})}$.

SOLUCIONES

1. Dados dos sucesos aleatorios A y B, se sabe que: $P(B^c)=\frac{3}{4}$ y $P(A)=P(A/B)=\frac{1}{3}$ (B^c indica el complementario del suceso B).

   a) Razona si los sucesos A y B son independientes.
   b) Calcula $P(A\cup B)$

$P(B^c)=P(\overline{B})=\frac{3}{4} \Rightarrow P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

$P(A)=P(A/B) \Rightarrow$ A y B son independientes

$P(A)=\frac{1}{3}$

$P(A/B)=\frac{1}{3}$

a) Como $P(A)=P(A/B) \Rightarrow$ A y B son independientes.

b) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

Como A y B son independientes $\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

$P(A\cup B)=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}-\frac{1}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

2. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A)=0,6$; $P(B)=0,2$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0,7$.
   Calcúlese $P(A\cup B)$ y razónese si los sucesos son independientes.

$P(A)=0'6 \quad P(B)=0'2 \quad P(\overline{A}\cup\overline{B})=0'7=P(\overline{A\cap B})$

$P(A\cap B)=1-P(\overline{A\cap B})=1-0'7=0'3$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0'6+0'2-0'3=0'8-0'3=0'5$

$\boxed{\text{I}}$ Para ver si son independientes, calculamos $P(A/B)$

$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0'3}{0'2}=\frac{3}{2}=1'5\neq 0'6=P(A) \Rightarrow$ A y B dependientes

$\boxed{\text{II}}$ Si fueran independientes $\Rightarrow P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) = 0'6\cdot 0'2 = 1'2 \neq 0'3$

Así que <u>no</u> son independientes

3. Sobre los sucesos A y B se conocen las siguientes probabilidades: $P(A)=0,7$, $P(B)=0,5$ $P(A\cap B)=0,45$ Calcular:

$P(B/A)$ $\qquad$ $P(\bar{A}\cap\bar{B})$

$P(A)=0'7 \quad P(B)=0'5 \quad P(A\cap B)=0'45$

$$P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0'45}{0'7} = 0'64$$

$$P(\bar{A}\cap\bar{B}) \underset{\uparrow}{=} P(\overline{A\cup B}) = 1 - P(A\cup B) = 1 - 0'75 = 0'25$$

Ley de Morgan

$$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) = 0'7+0'5-0'45 = 0'75$$

4. Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A)=\frac{1}{4} \quad P(B)=\frac{1}{3} \quad P(A\cup B)=\frac{1}{2}.$$

a) ¿Son A y B sucesos independientes?
b) Calcúlese $P(\bar{A}/\bar{B})$.

a) $P(A\cap B) = P(A)+P(B)-P(A\cup B) = \frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2} = \frac{3}{12}+\frac{4}{12}-\frac{6}{12} = \frac{1}{12}$

$P(A)\cdot P(B) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

Como $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) \Rightarrow$ A y B son independientes

b) $$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\cap\bar{B})}{P(\bar{B})} \underset{\uparrow}{=} \frac{P(\overline{A\cup B})}{1-P(B)} = \frac{1-P(A\cup B)}{1-P(B)} = \frac{1-1/2}{1-1/3} = \frac{1/2}{2/3} = \frac{3}{4}$$

Morgan

5. Sean los sucesos A y B tales que $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(\overline{B})=\frac{2}{5}$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{3}{4}$. Calcular:

a) $P(B/A)$ b) $P(\overline{A}/B)$

a) $P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{1/4}{1/2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{3}{4} \rightarrow P(\overline{A\cap B}) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Morgan}}}{=} P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{3}{4} \rightarrow P(A\cap B)=1-P(\overline{A\cap B})=$

$=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

b) $P(\overline{A}/B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{7/20}{3/5}=\frac{7\cdot 5}{3\cdot 4\cdot 5}=\frac{7}{12}$

$P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{3}{5}-\frac{1}{4}=\frac{12-5}{20}=\frac{7}{20}$

6. Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que : $P(A)={}^{3}/_{4}$, $P(B)={}^{1}/_{2}$ y $P(\overline{A}\cap\overline{B})={}^{1}/_{20}$ Calcúlese:

a) $P(A\cup B)$ b) $P(A\cap B)$ c) $P\left({}^{\overline{A}}/_{B}\right)$ d) $P\left({}^{\overline{B}}/_{A}\right)$

$P(A)=3/4 \quad P(B)=1/2 \quad P(\overline{A}\cap\overline{B}) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Morgan}}}{=} P(\overline{A\cup B})=1/20$

a) $P(A\cup B)=1-P(\overline{A\cup B})=1-1/20=19/20$

b) $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-\frac{19}{20}=\frac{3}{10}$

c) $P(\overline{A}/B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1/2-3/10}{1/2}=\frac{1/5}{1/2}=\frac{2}{5}$

d) $P(\overline{B}/A)=\frac{P(\overline{B}\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{3/4-3/10}{3/4}=\frac{3}{5}$