ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD (intervalos de confianza)	**NOMBRE**: ______________________	**CDG:** 5

1.- El peso en $gramos$ del contenido de las cajas de cereales de una cierta marca se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 5\ gramos$. Se toma una muestra de tamaño 144.

a) Calcúlese la probabilidad de que el valor absoluto de la diferencia entre la media de la muestra $\bar{x}$ y la media de la población μ sea menor de $1\ gramo$.

b) Si la media muestral obtenida es igual a $499'5\ gramos$, determínese un intervalo de confianza con un nivel del 90% para el peso medio de ese tipo de cajas de cereales.

2.- La altura de los árboles de una comarca se puede aproximar por un variable aleatoria con distribución normal de media desconocida y varianza $\sigma^2 = 25\ cm$. Se coge una muestra aleatoria simple y, para un nivel de confianza del 95%, se construye un intervalo de confianza para la media poblacional cuya amplitud es de $2'45cm$.

a) Determínese el tamaño de la muestra seleccionada.

b) Determínese el límite superior y el inferior del intervalo de confianza si la altura media para la muestra seleccionada fue de $170\ cm$.

3.- El saldo en cuenta a fin de año de los clientes de un banco, se puede aproximar por una variable aleatoria normal de desviación típica igual a $\sigma = 400\ euros$. Para estimar la media del saldo en cuenta a fin de año para los clientes de dicho banco, se elige una muestra aleatoria de 100 clientes.

a) ¿Cuál es el nivel máximo de confianza de la estimación se sabe que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media de la población es menor o igual que $66\ euros$?.

b) Calcúlese el tamaño mínimo necesario de la muestra que ha de observarse para que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y la media poblacional sea menos o igual que $40\ euros$, con un nivel de confianza del 95%.

4.- El tiempo de espera para ser atendido en un cierto establecimiento se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica $\sigma = 3\ minutos$. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 121.

a) Calcúlese la probabilidad de que el valor absoluto de la diferencia entre la media de la muestra y μ sea mayor que $0'5\ minutos$.

b) Determínese un intervalo de confianza con un nivel del 95% para μ, si la media de la muestra es igual a $7\ minutos$.

5.- Se supone, que el gasto de las personas de una población en regalos, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a $45\ euros$.

a) Se toma una muestra aleatoria y se obtiene el intervalo de confianza $(251'6\ ,271'2)$ para μ, con un nivel de confianza del 95%. Calcular la media muestral y el tamaño de la muestra.

b) Si se toma una muestra de tamaño 64 para estimar μ, calcúlese el error máximo cometido por esa estimación con un nivel de confianza del 90%.

① X: peso caja de cereales (grs) $\longrightarrow \boxed{N(\mu, 5)}$

$\sigma = 5$ grs

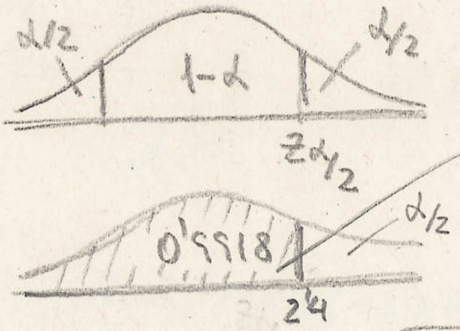
CDG: 5

muestra $n = 144$ — $\bar{X} = 499'5$ grs

a] $P(|\bar{X} - \mu| < 1)$; $E < 1$; $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1$; $z_{\alpha/2} < \frac{\sqrt{n}}{\sigma}$

$z_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{\sqrt{144}}{5} \longrightarrow z_{\alpha/2} < 2'4$

$P(z < z_{\alpha/2}) = P(z < 2'4) = 0'9918$



$1 - \frac{\alpha}{2} = 0'9918$; $\frac{\alpha}{2} = 1 - 0'9918$

$\alpha = 2(1 - 0'9918) = 0'0164$

$\boxed{1 - \alpha = 1 - 0'0164 = 0'9836}$ — 98'36%

b] $1 - \alpha = 0'9 \longrightarrow z_{\alpha/2} = 1'645$

$IC = \left(\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(499'5 \pm 1'645 \cdot \frac{5}{\sqrt{144}}\right) = (499'5 \pm 0'69) =$

$= \boxed{(498'81, 500'19)}$

MODELO 12/13 — revisar

*

② X: altura árboles (cm) $\longrightarrow N(\mu, \sqrt{25}) \longrightarrow \boxed{N(\mu, 5)}$

$\sigma^2 = 25 \longrightarrow \sigma = 5$

muestra n

a] $2E = 2'45$; $E = \frac{2'45}{2} = 1'225$; $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 1'225$

$1 - \alpha = 0'95 \longrightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$1'96 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \leq 1'225$

$\sqrt{n} \geq \frac{1'96 \cdot 5}{1'225}$; $\sqrt{n} \geq 8 \longrightarrow \boxed{n \geq 64}$

b) $IC = \left(\overline{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(170 \pm 1'96 \frac{5}{8}\right) = (170 \pm 1'225) =$

$\sqrt{n} = 8$

$\boxed{(168'775,\ 171'225)}$

MODELO 12/13

---

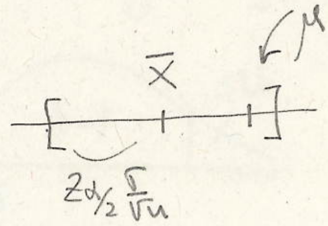
(3)

X: saldo en cuenta (€) $\longrightarrow$ $\boxed{N(\mu, 400)}$

muestra $n = 100$ — $\overline{x}$?

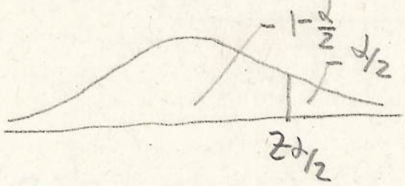
a) nivel de confianza $\rightarrow$ $1-\alpha$ ← probabilidad

$|\overline{x} - \mu| \leq 66$



$z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 66$; $z_{\alpha/2} \leq \frac{66\sqrt{n}}{\sigma}$

$z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{66\sqrt{100}}{400}$, $z_{\alpha/2} \leq 1'65$, $P(Z \leq 1'65) = 0'9505$



$1 - \frac{\alpha}{2} = 0'9505$; $\frac{\alpha}{2} = 1 - 0'9505$

$\alpha = 2(1 - 0'9505) = 0'099$

$\boxed{1 - \alpha = 1 - 0'099 = 0'901}$ — $90'1\%$

b) $1 - \alpha = 0'95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$|\overline{x} - \mu| \leq 40 \longrightarrow z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 40$; $1'96 \cdot \frac{400}{\sqrt{n}} \leq 40$

$\sqrt{n} \geq \frac{1'96 \cdot 400}{40}$; $\sqrt{n} \geq 19'6$; $n \geq 384'16 \rightarrow \boxed{n = 385}$

---

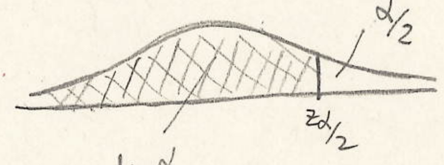
④ X: tiempo de espera (minutos) $\longrightarrow \boxed{N(\mu, 3)}$

$\boxed{\text{SEP 2012} \\ \text{B-4}}$

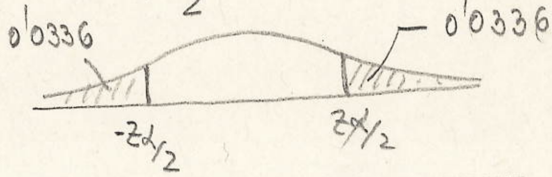
muestra $n = 121$

a) $|\bar{X} - \mu| \geq 0'5$; $z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \geq 0'5$; $z_{\frac{\alpha}{2}} \geq \frac{0'5 \cdot \sqrt{n}}{\sigma}$;

$z_{\frac{\alpha}{2}} \geq \frac{0'5\sqrt{121}}{3}$; $z_{\frac{\alpha}{2}} \geq 1'8\hat{3}$



$P(Z \geq 1'8\hat{3}) = 1 - P(Z \leq 1'8\hat{3}) =$
$= 1 - 0'9664 = 0'0336$



$P(|\bar{X} - \mu| \geq 0'5) = 2 \cdot P(Z \geq 1'8\hat{3}) = 2 \cdot 0'0336 = \boxed{0'0672}$

b) $1 - \alpha = 0'95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$IC = \left(\bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(7 \pm 1'96 \cdot \frac{3}{\sqrt{121}}\right) = (7 \pm 0'535) = \boxed{(6'465, 7'535)}$

*

⑤ X: gasto en regalos (€) $\longrightarrow \boxed{N(\mu, 45)}$

a) $IC = (251'6, 271'2) \rightarrow IC = \left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \downarrow 251'6$; $\bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \downarrow 271'2$

$\bar{X} = \frac{251'6 + 271'2}{2} = \boxed{261'4}$

$(1 - \alpha) = 0'95 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$

$\bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 271'2$; $261'4 + 1'96 \cdot \frac{45}{\sqrt{n}} = 271'2$

$1'96 \cdot \frac{45}{\sqrt{n}} = 271'2 - 261'4$; $\sqrt{n} = \frac{1'96 \cdot 45}{271'2 - 261'4} = 9 \rightarrow \boxed{n = 81}$

b) $n = 64$ $\quad E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1'645 \cdot \frac{45}{\sqrt{64}} = \frac{1'645 \cdot 45}{8} = 9'25$

$1 - \alpha = 0'90 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$ $\quad \boxed{E = 9'25}$