ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD (intervalos de confianza)	**NOMBRE:** ______________________	**CDG:** 6

1.- El precio (en euros) del metro cuadrado de las viviendas de un determinado municipio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 650\ euros$.

a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un intervalo de confianza para la media μ igual a $IC = [2265'375\ ,\ 2424'625]$, con un nivel de confianza del 95% . Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
b) Tomamos una muestra aleatoria simple de tamaño 225. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de la media μ por la media muestral con un nivel de confianza del 99% .

2.- La duración de un componente electrónico, en horas (h), se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 1000\ h$.

a) Se ha tomado una muestra aleatoria simple de esos componentes electrónicos de tamaño 81 y la media muestral de su duración ha sido $\overline{x} = 8000\ h$. Calcúlese un intervalo de confianza al 99% para la media de la población μ .
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral esté comprendida entre 7904 y 8296 horas para una muestra aleatoria simple de tamaño 100 si sabemos que $\mu = 8100\ h$?

3.- En cierta región, el gasto familiar realizado en gas natural, medido en euros, durante un mes determinado se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 75\ euros$.

a) Determínese el mínimo tamaño muestral necesario para que al estimar la media del gasto familiar en gas natural μ , mediante un intervalo de confianza al 95% , el error máximo cometido sea inferior a 15 *euros*.
b) Si la media del gasto familiar en gas natural μ , es de 250 *euros* y se toma una muestra aleatoria simple de 81 familias, ¿cuál es la probabilidad de que la media muestral $\overline{X}$, sea superior a 230 *euros*?.

4.- El nivel de colesterol total en sangre en adultos de 50 años, medido en miligramos por decilitro (mg/dl) se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 20\ mg/dl$.

a) A partir de una muestra aleatoria simple se obtiene el intervalo de confianza $(191'2\ ,210'8)$, expresado en (mg/dl) , para estimar μ con un nivel de confianza del 95% . Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra considerada.
b) Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 100. Calcúlese la amplitud del intervalo de confianza al 98% para μ .

1 X: precio m^2 vivienda (€) $\rightarrow \boxed{N(\mu, 650)}$ **CDG-6**

a) $IC = [2265'375, 2424'625]$ $1-\alpha = 0'95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$\bar{x} = \frac{2265'375 + 2424'625}{2} = \boxed{2345}$

$E = 2424'625 - 2345 = 79'625$ $\boxed{E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$79'625 = 1'96\,\frac{650}{\sqrt{n}}$; $\sqrt{n} = \frac{1'96 \cdot 650}{79'625} = 16 \rightarrow n = 16^2 = 256$

$\boxed{n = 256}$

b) $n = 225$ $1-\alpha = 0'99 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2'575$

$E = 2'575 \cdot \frac{650}{\sqrt{225}} = \boxed{111'58}$

*

2 X: duración componente electrónico (h) $\rightarrow \boxed{N(\mu, 1000)}$

a) $n = 81$, $\bar{X} = 8000$ $1-\alpha = 0'99 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2'575$

$IC = \left[\bar{X} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[8000 \pm 2'575 \cdot \frac{1000}{\sqrt{81}}\right] = [8000 \pm 286'11] =$

$\boxed{IC = [7713'89, 8286'11]}$

b) $\underset{(n=100)}{\bar{X} \rightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$; $\bar{X} \rightarrow N\left(8100, \frac{1000}{\sqrt{100}}\right) \rightarrow \boxed{N(8100, 100)}$ $\bar{X}$

$P(7904 \leq \bar{X} \leq 8296) = P\left(\frac{7904-8100}{100} \leq Z \leq \frac{8296-8100}{100}\right) =$

$= P(-1'96 \leq Z \leq 1'96) = 2P(Z \leq 1'96) - 1 = 2 \cdot 0'975 - 1 = \boxed{0'95}$

③ X: gasto en gas natural (€) $\rightarrow \boxed{N(\mu, 75)}$

a) $1-\alpha = 0'95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96 \qquad E < 15$

$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; ; \; z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 15 \; ; \; 1'96 \frac{75}{\sqrt{n}} < 15 \; ;$

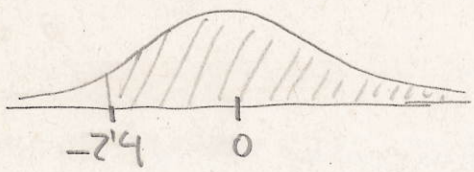
$\sqrt{n} > \frac{1'96 \cdot 75}{15} \; ; \; \sqrt{n} > 9'8 \; ; \; n > 96'04 \longrightarrow \boxed{n = 97}$

b) $\mu = 250$, $n = 81$ $\quad \overline{X} \rightarrow N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \; ; \; \overline{X} \rightarrow N\left(250, \frac{75}{\sqrt{81}}\right)$

$\boxed{\overline{X} \rightarrow N(250, 8'33)}$

$P(\overline{X} > 230) = P\left(Z > \frac{230-250}{8'33}\right) = P(Z > -2'4) = P(Z < 2'4)$

$= \boxed{0'9918}$



*

④ X: nivel colesterol (mg/dl) $\longrightarrow \boxed{N(\mu, 20)}$

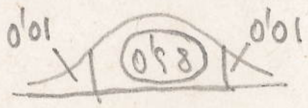
a) $IC = [191'2, 210'8] \qquad 1-\alpha = 0'95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1'96$

$\overline{X} = \frac{191'2 + 210'8}{2} = 201 \; ; \; \boxed{\overline{X} = 201}$

$E = 201 - 191'2 = 9'8 \qquad \boxed{E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \; ; \; 9'8 = 1'96 \cdot \frac{20}{\sqrt{n}}$

$\sqrt{n} = \frac{1'96 \cdot 20}{9'8} = 4 \rightarrow n = 4^2 = 16 \longrightarrow \boxed{n = 16}$

b) $n = 100 \qquad 1-\alpha = 0'98 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2'335$



$E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2'335 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}} = 4'67$

$2E = 2 \cdot 4'67 = 9'34 \longrightarrow \boxed{2E = 9'34}$