

ECUACIONES MATRICIALES

En ecuaciones matriciales, lo más sencillo es que primero despejes la matriz X y luego particularices para las matrices A , B , C etc. que te indiquen.

*Recuerda que para despejar en $AX = B$ se tiene $A^{-1}AX = A^{-1}B$, es decir, $X = A^{-1}B$.
Para despejar en $XA = B$ se tiene $XAA^{-1} = BA^{-1}$, es decir, $X = BA^{-1}$.*

1. Obtener la matriz X que verifica $AX = 2B - C$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Calcule la matriz X que verifica $A^2X = B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 20 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Calcule la matriz X para que $XA = A + I_2$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Calcule la matriz X que verifica $(BA - I)X = C$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

5. Calcule la matriz X tal que $AX = A + B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Calcule la matriz X que verifica $AX = BC$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 20 \\ 16 & 5 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 35 & 13 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Calcule la matriz X que verifique: $ABX = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} \\ 6 \end{pmatrix}$$

8. Calcule la matriz X que verifique $AX + B = I$ siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

9. Calcule la matriz X de dimensión 2×2 tal que:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -23 & 14 \end{pmatrix}$$

10. Hallar la matriz X que verifica la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 15 \\ 12 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 3 & -\frac{11}{5} & -4 \\ -\frac{13}{5} & -\frac{22}{5} & -5 \end{pmatrix}$$

11. Calcule la matriz X cuadrada de orden 2 que verifique $AX + B^t = B$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

12. Calcule la matriz X que verifica: $A^2X = \frac{1}{2}(A + BC)$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} -\frac{5}{4} & \frac{1}{4} \\ 5 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

13. Halle la matriz X que verifica $XB = B + A$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{7}{3} \\ \frac{7}{6} & \frac{1}{2} & \frac{7}{6} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

14. Halle la matriz X que verifica $XA = A + B$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -3 & -3 & 3 \\ 4 & 5 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

15. Calcule la matriz X que verifica $XA = 2B + C$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ -2 & -8 & -6 \\ -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

16. Calcule la matriz X que verifica: $XC + A = C + A^2$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{SOL: } X = I$$

17. Resuelva la siguiente ecuación matricial $X \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}^2 + 4 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}$.

SOL: $X = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{7}{10} \\ \frac{12}{5} & -\frac{31}{10} \end{pmatrix}$

En ecuaciones matriciales como $AX + X = B$ o $2X + AX = B$ es necesario sacar factor común y escribir, respectivamente, $(A + I)X = B$ o $(2I + A)X = B$ donde I es la matriz unidad correspondiente.

18. Calcula la matriz X en cada una de las siguientes ecuaciones matriciales:

a. $X + A = 3X$

d. $2X + XA = B$

b. $5X + A = X + B$

e. $AX + BX = C$

c. $X + AX = B$

f. $AX + A = BX$

sabiendo que: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

SOL: a. $X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ b. $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} & 0 \end{pmatrix}$ c. $X = \begin{pmatrix} -2 & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
d. $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{9} \\ 1 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ e. $X = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ f. $X = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$

19. Halla matriz X en la ecuación $2X - B = AX$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

SOL: $X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

20. Halla X tal que $BX - A = 2X$ siendo: $A = \begin{pmatrix} 7 & -7 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

SOL: $X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

21. Resuelve la ecuación $AX = BX + C$ siendo: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

SOL: $X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

22. Resuelve $XA^2 - B = X$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

SOL: $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

23. Resuelve la ecuación $AX + A^{-1}X = I$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

SOL: $X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{10} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$

24. Resuelve $AX - X = B^t$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 8 \\ -1 & 2 & -10 \end{pmatrix}$

SOL: $X = \begin{pmatrix} -8 & 11 \\ -\frac{2}{3} & \frac{7}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

25. Resuelve $XA + XA^t = C$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

SOL: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

26. Resuelve $(A - B)X - A^tX = I$ siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

SOL: $X = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

27. Resuelve $X^{-1}A + A = B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

SOL: $X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$