SOLUCIONES EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA 1º BACHILLERTAO CT

1) Calcula el valor de la siguiente expresión, sin calculadora:

Resuelto con grados

a) $2\sqrt{3}\,sen\dfrac{2\pi}{3}+4\,sen\dfrac{\pi}{6}-2\,sen\dfrac{\pi}{2}=2\sqrt{3}\,sen120^{o}+4\,sen30^{o}-2\,sen90^{o}=$

$$=2\sqrt{3}\,sen\left(180^{o}-60^{o}\right)+4\cdot\frac{1}{2}-2\cdot 1=2\sqrt{3}\,sen\left(60^{o}\right)+\cancel{2}-\cancel{2}=\cancel{2}\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}=\boxed{3}$$

b) $\cos\dfrac{5\pi}{3}+tg\dfrac{4\pi}{3}-tg\dfrac{7\pi}{6}=\cos 300^{o}+tg240^{o}-tg210^{o}=$

$$=\cos\left(-60^{o}\right)+tg\left(180^{o}+60^{o}\right)-tg\left(180^{o}+30^{o}\right)=\cos 60^{o}+tg60^{o}-tg30^{o}=$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}+\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3}=\boxed{\frac{1}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

Resuelto con radianes

a) $2\sqrt{3}\,sen\dfrac{2\pi}{3}+4\,sen\dfrac{\pi}{6}-2\,sen\dfrac{\pi}{2}=2\sqrt{3}\,sen\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}\right)+4\cdot\dfrac{1}{2}-2\cdot 1=$

$$=2\sqrt{3}\,sen\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\cancel{2}-\cancel{2}=2\sqrt{3}\,sen\frac{\pi}{3}=\cancel{2}\sqrt{3}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}=\boxed{3}$$

b) $\cos\dfrac{5\pi}{3}+tg\dfrac{4\pi}{3}-tg\dfrac{7\pi}{6}=\cos\left(2\pi-\dfrac{\pi}{3}\right)+tg\left(\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)-tg\left(\pi+\dfrac{\pi}{6}\right)=$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+tg\left(\frac{\pi}{3}\right)-tg\left(\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)+tg\left(\frac{\pi}{3}\right)-tg\left(\frac{\pi}{6}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}+\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}+\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3}=\boxed{\frac{1}{2}+\frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

2) Sabiendo que $sen\,x = \frac{3}{5}$ y que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, calcula

a) $sen\,2x$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$

Solución: Necesitamos calcular $\cos x$

$$sen^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{9}{25} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos x = \pm\frac{4}{5} \underbrace{\Rightarrow}_{\substack{2^o\,cuadrante \\ \cos eno\ negativo}}$$

$$\cos x = -\frac{4}{5}$$

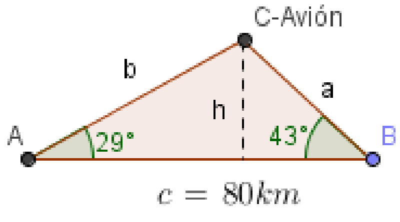
a) $sen\,2x = 2senx\cos x = 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{-4}{5} = \boxed{-\frac{24}{25}}$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \cos\frac{\pi}{6}\cdot\cos x - sen\frac{\pi}{6}\cdot sen\,x = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{-4}{5} - \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5} =$

$$= \frac{-4\sqrt{3}}{10} - \frac{3}{10} = \boxed{\frac{-3-4\sqrt{3}}{10}}$$

3) Un avión vuela entre dos ciudades, A y B, que distan 80 km. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29º y 43º con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión?

Solución:



$$\widehat{C} = 180^o - 29^o - 43^o = 108^o$$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{senA} = \frac{c}{senC} \Rightarrow \frac{a}{sen29^o} = \frac{80}{sen108^o} \Rightarrow a = 40{,}78km$$

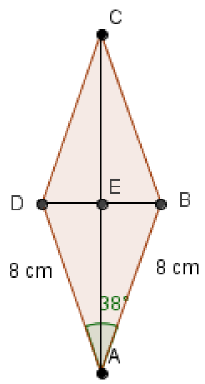
$$sen43^o = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a\cdot sen43^o \Rightarrow \boxed{h = 27{,}81km}$$

4) Halla las diagonales de un rombo de lado 8 cm. y ángulo menor 38 grados.

Solución:

- Aplicando el Teorema del Coseno:

$$d^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 38^\circ = 27{,}13 \Rightarrow \boxed{diag\ menor = \overline{BD} = 5{,}21 cm}$$



$$\widehat{EAB} = 19^\circ \Rightarrow \widehat{ABE} = 90^\circ - 19^\circ = 71^\circ$$

Por lo tanto: $\widehat{ABC} = 142^\circ$

- Volviendo a aplicar el Teorema del Coseno:

$$\overline{CA}^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 142 = 228{,}87$$

$$Diagonal\ mayor \boxed{\overline{CA} = 15{,}13 cm}$$

5) Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica.

$$\frac{\cos x + senx}{\cos x - senx} \cdot \cos 2x = 1 + sen2x$$

Solución:

$$\frac{\cos x + senx}{\cos x - senx} \cdot \left(\cos^2 x - sen^2 x\right) = \frac{\cos x + senx}{\cancel{\cos x - senx}} \cdot \left(\cos x + senx\right) \cdot \cancel{\left(\cos x - senx\right)} =$$

$$= \left(\cos x + senx\right)^2 = \underbrace{\cos^2 x + sen^2 x}_{1} + \underbrace{2 senx \cos x}_{sen 2x} = 1 + sen2x$$

6) Resuelve las siguiente ecuaciones trigonométricas:

a) $sen\left(2x\right) - 2\cos^2 x = 0$

$$2 senx \cos x - 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow 2\cos x\left(senx - \cos x\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 90^\circ + 180^\circ k} \\ senx - \cos x = 0 \Rightarrow senx = \cos x \Rightarrow \boxed{x = 45^\circ + 180^\circ k} \end{cases} \forall k \in \mathbb{Z}$$

b) $\cos 2x - 3senx + 1 = 0$

$$\underbrace{\cos^2 x}_{1-sen^2 x} - sen^2 x - 3senx + 1 = 0 \Rightarrow 1 - 2sen^2 x - 3senx + 1 = 0 \Rightarrow -2sen^2 x - 3senx + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$sen\,x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{-4} = \frac{3 \pm 5}{-4} = \begin{cases} \frac{8}{-4} = -2 \text{ imposible } \left(senx \in [-1,1]\right) \\ \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$senx = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 30^o + 360^o k} \\ \boxed{x = 150^o + 360^o k} \end{cases} \forall k \in \mathbb{Z}$$