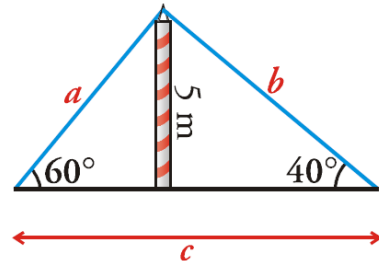


1º BACHILLERATO: MATEMÁTICAS I
TRIGONOMETRÍA

NOMBRE: _____

1. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: (1.5p)

Halla el valor de c y la longitud del cable.



2. Dos de los lados, a y b , de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70° . Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos? (1p)

Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta. (0.5p)

3. a) Demuestra que: $\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) - \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha) = 2 \operatorname{tg} 2\alpha$ (1p)

b) Demuestra la identidad: $\frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} = \cos \alpha$ (1p)

4. a) Sabiendo que el ángulo a está en el cuarto cuadrante ($270^\circ < a < 360^\circ$) y que $\operatorname{tg} a = -0,92$. Calcula (sin calcular a) $\operatorname{sen} a$ y $\cos a$. (1p)

5. Resuelve el siguiente sistema dando las soluciones correspondientes al primer cuadrante, en radianes. (2p)

$$\begin{cases} x + y = 120^\circ \\ \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

6. Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: (2 p)

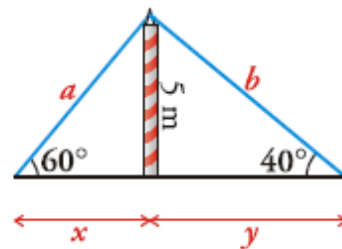
$$\operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1 = \cos x - 2 \operatorname{sen}^2 x$$

SOLUCIONES

1. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: (1.5p)

Halla el valor de c y la longitud del cable.

Solución:



$$\operatorname{sen} 60^{\circ} = \frac{5}{a} \rightarrow a = \frac{5}{\operatorname{sen} 60^{\circ}} = 5,77 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 60^{\circ} = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{5}{\operatorname{tg} 60^{\circ}} = 2,89 \text{ m}$$

Por otra parte, si consideramos el otro triángulo:

$$\operatorname{sen} 40^{\circ} = \frac{5}{b} \rightarrow b = \frac{5}{\operatorname{sen} 40^{\circ}} = 7,78 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 40^{\circ} = \frac{5}{y} \rightarrow y = \frac{5}{\operatorname{tg} 40^{\circ}} = 5,96 \text{ m}$$

Por tanto:

La longitud del cable es $a + b = 5,77 + 7,78 = 13,55$ metros.

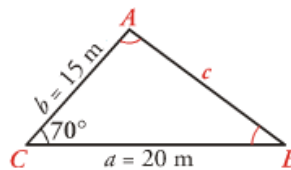
El valor de c es $x + y = 2,89 + 5,96 = 8,85$ metros.

- 2 Dos de los lados, a y b , de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70° . Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos? (1p)

Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta. (0.5p)

Solución:

Hallamos el lado c aplicando el teorema del coseno:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 400 + 225 - 600 \cdot \cos 70^\circ$$

$$c^2 = 400 + 225 - 205,21$$

$$c^2 = 419,79 \rightarrow c = 20,49 \text{ m}$$

Los metros de valla necesarios serían:

$$a + b + c = 20 + 15 + 20,49 = 55,49 \text{ m}$$

Con 1000 euros tendríamos para 1000 euros : 20 euros/m = 50 metros. Como nuestra finca tiene 55,49 m, no podremos vallarla de momento, hasta que no reunamos más dinero.

3 a)

2. Demuestra que: $\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) - \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha) = 2 \operatorname{tg} 2\alpha$ (1p)

Solución:

Desarrollamos el primer miembro:

$$\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha}$$

$$\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha}$$

Realizamos la resta, reduciendo previamente a común denominador. Posteriormente, simplificamos y queda:

$$\frac{4 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = 2 \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = 2 \operatorname{tg} 2\alpha$$

Que es igual al segundo miembro.

b) Demuestra

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} = \cos \alpha$$

Demostración:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} &= \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}} = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \sin \alpha \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \\ &= \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cancel{2} \cancel{\sin \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{\cancel{2} \cancel{\sin \alpha} \cos \alpha} = \frac{\cancel{\sin^2 \alpha} + \cos^2 \alpha - \cancel{\sin^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \cos \alpha \end{aligned}$$

5 Resuelve el siguiente sistema dando las soluciones correspondientes al primer cuadrante, en radianes. (2p)

$$\begin{cases} x + y = 120^\circ \\ \sin x - \sin y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Solución:

De la segunda ecuación obtenemos que:

$$2 \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2}$$

Como:

$$\begin{aligned} x + y = 120^\circ &\rightarrow 2 \cos 60^\circ \sin \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} \sin \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \\ \frac{x-y}{2} &= 30^\circ \rightarrow x - y = 60^\circ \end{aligned}$$

De este modo, obtenemos que:



$$\begin{cases} x + y = 120^\circ \\ x - y = 60^\circ \end{cases}$$

Aplicando el método de reducción, obtenemos que:

Sumando ambas ecuaciones: $2x = 180^\circ$ y por tanto, $x = 90^\circ$ e $y = 30^\circ$

6. Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: (2 p)

$$\operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1 = \cos x - 2\operatorname{sen}^2 x$$

Solución:

a)

$$\operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1 = \cos x - 2\operatorname{sen}^2 x$$

$$2\operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x - 1 = \cos x - 2\operatorname{sen}^2 x$$

$$2\operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x - 1 - \cos x + 2\operatorname{sen}^2 x = 0$$

$$2\operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x - 1 - \cos x = 0$$

$$2\operatorname{sen} x \cos x + 1 - 1 - \cos x = 0$$

$$2\operatorname{sen} x \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x (2\operatorname{sen} x - 1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 90^\circ + 360^\circ k \\ x = 270^\circ + 360^\circ k \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\operatorname{sen} x - 1 = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 30^\circ + 360^\circ k \\ x = 150^\circ + 360^\circ k \end{array} \right. \end{array} \right.$$

siendo $k \in \mathbf{Z}$