Dada la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ calcula su inversa.

Utilizamos la fórmula: $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\left[Adj(A)\right]^t$;

Lo primero será calcular $|A|$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 8 - 72 = -64$$

Calculamos previamente la matriz Adjunta:

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 0 & 6 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -12 \\ 0 & 16 & 0 \\ 24 & 16 & -4 \end{pmatrix}$$

Ahora calculamos su transpuesta: $\left[Adj(A)\right]^t = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 24 \\ 0 & 16 & 16 \\ -12 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

Luego $\boxed{A^{-1} = \frac{1}{-64}\begin{pmatrix} 8 & 0 & 24 \\ 0 & 16 & 16 \\ -12 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{8} & 0 & -\frac{3}{8} \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{16} & 0 & \frac{1}{16} \end{pmatrix}}$

03746

Alternativa de resolución: método de Gauss-Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4º (2,1)

5º y 6º (3,2)
(3,1

1º y 2º
(1,2)
(1,3)

3º
(2,3)

$$(A \mid I) \xrightarrow[\text{elementales}]{\text{transformaciones}} (I \mid A^{-1})$$

"suerte"

ahora buscamos éste (el 5º cero).

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3+3F_1]{F_2-3F_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -16 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2+F_3}$$

BUSCAMOS ESTOS DOS CEROS

"suerte"

$$\xrightarrow{F_2+F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 16 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[-6F_3]{16F_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 16 & 0 & 96 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -96 & -18 & 0 & -6 \end{array}\right) \xrightarrow[-\frac{1}{6}F_3]{F_1+F_3}$$

ahora buscamos el 6º cero

(lo hacemos en dos pasos)

$$\xrightarrow[-\frac{1}{6}F_3]{F_1+F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 16 & 0 & 0 & -2 & 0 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 16 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\substack{-\frac{1}{4}F_2 \\ \frac{1}{16}F_3}]{\frac{1}{16}F_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{8} & 0 & -\frac{3}{8} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{16} & 0 & \frac{1}{16} \end{array}\right)$$

A^{-1}

La matriz inversa es $\boxed{A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/8 & 0 & -3/8 \\ 0 & -1/4 & -1/4 \\ 3/16 & 0 & 1/16 \end{pmatrix}}$