

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

Hallar a y b para que se cumpla que $A \cdot B = B + C^t$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = B + C^t$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+0-a & 1+1 \\ 2a+1+a & 2+b-1 \\ -2a+1 & -2+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3a+1 & 1+b \\ -2a+1 & -2+b \end{pmatrix}$$

3x3 3x2
OBTENEMOS UNA MATRIZ DE DIMENSION 3x2
SE PUEDE SALTAR ESTE PASO

$$B + C^t = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 & 2 \\ 4 & b+1 \\ a-2 & 1 \end{pmatrix}$$

Igualemos ahora las dos matrices:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3a+1 & 1+b \\ -2a+1 & -2+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 & 2 \\ 4 & b+1 \\ a-2 & 1 \end{pmatrix}$$

de ahí:

$$\begin{aligned} a-1 &= 0 & \rightarrow & \boxed{a=1} \\ 3a+1 &= 4 & \leftarrow & \\ -2a+1 &= a-2 & \leftarrow & \\ -2+b &= 1 & \rightarrow & \boxed{b=3} \end{aligned}$$

IMPORTANTE: De la igualdad de las matrices salen 6 condiciones, solo escribimos 4 pues las otras dos son evidentes: $2=2$ y $1+b=b+1$
Si alguna de las 6 no fuera cierta, el problema no tiene solución

SE COMPROBAN, AL MENOS MENTALMENTE