

## Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Recordar y profundizar sobre proporcionalidad directa e inversa, proporcionalidad compuesta y repartos proporcionales.
- Recordar y profundizar sobre porcentajes y variaciones porcentuales.
- Distinguir entre interés simple e interés compuesto.
- Conocer el significado de la Tasa anual equivalente en productos financieros.
- Calcular el capital final que se obtiene si depositamos periódicamente dinero en algunos productos de capitalización.
- Calcular la cuota periódica que hay que pagar para amortizar un préstamo.

Antes de empezar

1. Proporcionalidad directa e inversa ...pág. 40  
 Proporcionalidad directa  
 Proporcionalidad inversa  
 Repartos proporcionales  
 Proporcionalidad compuesta

2. Porcentajes .....pág. 46  
 Porcentajes  
 Aumentos y disminuciones  
 Porcentajes sucesivos

3. Interés simple y compuesto .....pág. 50  
 Interés simple  
 Interés compuesto  
 Tasa anual equivalente  
 Capitalización  
 Amortización

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación



# Problemas aritméticos

## Antes de empezar



Preparar distintas cantidades de una disolución es una actividad de proporcionalidad directa.



Calcular el número de obreros para acabar a tiempo es una actividad de proporcionalidad inversa.



Planificar la crianza de los animales de una granja es una actividad de proporcionalidad compuesta.



Repartir los beneficios de un negocio es una actividad de repartos proporcionales.



La proporción de alumnos, alumnas, matriculaciones, aprobados, suspensos se expresan con %.



Los presupuestos de instituciones para un año se calculan mediante variaciones porcentuales.



Las variaciones del precio de las acciones de una empresa se expresan con porcentajes.



¿Qué interesa más, depositar un capital a un interés simple o a un interés compuesto?



Al colocar un capital a un interés compuesto, ¿qué periodo de capitalización interesa más?



¿Qué significado tiene la Tasa anual equivalente (T.A.E.)?



¿Cuánto dinero tendremos al acabar el periodo fijado para un plan de pensiones?



¿Qué cuota tendremos que pagar en un préstamo personal o hipotecario con unas condiciones determinadas?

## Investiga: operaciones bancarias

En las operaciones bancarias, los bancos y cajas de ahorro ofertan un interés según unos índices de referencia. ¿Cuáles son algunos de estos índices? ¿Cuál es el más utilizado?



# Problemas aritméticos

## 1. Proporcionalidad directa e inversa

### Proporcionalidad directa

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por ese mismo número.

Al dividir cualquier valor de la segunda magnitud por su correspondiente valor de la primera magnitud, se obtiene siempre el mismo valor (constante). A esta constante se le llama **constante o razón de proporcionalidad directa**.

|                  |   |    |    |    |    |    |
|------------------|---|----|----|----|----|----|
| Primera Magnitud | 1 | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| Segunda magnitud | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 |

#### Constante de proporcionalidad directa

$$\frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{21}{3} = \frac{28}{4} = \frac{35}{5} = \frac{42}{6} = 7$$

### Proporcionalidad inversa

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda dividida o multiplicada por ese mismo número.

Al multiplicar cualquier valor de la primera magnitud por su correspondiente valor de la segunda magnitud, se obtiene siempre el mismo valor. A este valor constante se le llama **constante de proporcionalidad inversa**.

|                  |     |    |    |    |    |    |
|------------------|-----|----|----|----|----|----|
| Primera Magnitud | 1   | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| Segunda magnitud | 120 | 60 | 40 | 30 | 24 | 20 |

#### Constante de proporcionalidad inversa

$$1 \cdot 120 = 2 \cdot 60 = 3 \cdot 40 = 4 \cdot 30 = 5 \cdot 24 = 6 \cdot 20 = 120$$

Para resolver un ejercicio de proporcionalidad directa o inversa se puede utilizar:

- La razón de proporcionalidad.
- Una regla de tres.
- Reducción a la unidad.

He comprado 31 lápices por 8,68 €, ¿cuánto costarán 7 lápices?

#### Razón de proporcionalidad

$$\frac{8,68}{31} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = \frac{8,68 \cdot 7}{31} = 1,96$$

#### Regla de tres

$$x = \frac{8,68 \cdot 7}{31} = 1,96$$

#### Reducción a la unidad

| 1ª magnitud | 2ª magnitud |
|-------------|-------------|
| Nº lápices  | euros       |

|        |       |        |
|--------|-------|--------|
| 31     | ----- | 8,68   |
| ↓ : 31 |       | ↓ : 31 |
| 1      | ----- | 0,28   |
| ↓ x 7  |       | ↓ x 7  |
| 7      | ----- | 1,96   |

**Solución: 1,96 euros.**

Un grupo de 18 alumnos ha ganado un premio por un trabajo realizado y han recibido 200 € cada uno. ¿Cuánto recibirían si hubieran participado 10 alumnos?

#### Razón de proporcionalidad

$$18 \cdot 200 = 10 \cdot x \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 200}{10} = 360$$

#### Regla de tres

$$x = \frac{18 \cdot 200}{10} = 360$$

#### Reducción a la unidad

| 1ª magnitud | 2ª magnitud |
|-------------|-------------|
| Nº alumnos  | euros       |

|        |       |        |
|--------|-------|--------|
| 18     | ----- | 200    |
| ↓ : 18 |       | ↓ x 18 |
| 1      | ----- | 3600   |
| ↓ x 10 |       | ↓ : 10 |
| 10     | ----- | 360    |

**Solución: 360 euros.**

## EJERCICIOS resueltos

1. Un automóvil consume 56 litros de gasolina al recorrer 800 kilómetros, ¿cuántos litros de gasolina consumirá al recorrer 500 kilómetros?

Regla de tres directa

| 1ª magnitud |       | 2ª magnitud        |
|-------------|-------|--------------------|
| kilómetros  |       | litros de gasolina |
| 800         | ----- | 56                 |
| 500         | ----- | x                  |

$$\frac{56}{800} = \frac{x}{500} \Rightarrow x = \frac{56 \cdot 500}{800} = 35$$

Solución: 35 litros de gasolina.

Reducción a la unidad

| 1ª magnitud |       | 2ª magnitud        |
|-------------|-------|--------------------|
| kilómetros  |       | litros de gasolina |
| 800         | ----- | 56                 |
| ↓ : 800     |       | ↓ : 800            |
| 1           | ----- | 0,07               |
| ↓ x 500     |       | ↓ x 500            |
| 500         | ----- | 35                 |

Solución: 35 litros de gasolina.

2. Un rectángulo tiene 25 cm de base y 18 cm de altura. ¿Qué altura deberá tener un rectángulo de 15 cm. de base para que tenga la misma superficie?

Regla de tres directa

| 1ª magnitud |       | 2ª magnitud |
|-------------|-------|-------------|
| base        |       | altura      |
| 25          | ----- | 18          |
| 15          | ----- | x           |

$$25 \cdot 18 = 15 \cdot x \Rightarrow x = \frac{25 \cdot 18}{15} = 30$$

Solución: 30 cm.

Reducción a la unidad

| 1ª magnitud |       | 2ª magnitud |
|-------------|-------|-------------|
| base        |       | altura      |
| 25          | ----- | 18          |
| ↓ : 25      |       | ↓ x 25      |
| 1           | ----- | 450         |
| ↓ x 15      |       | ↓ : 15      |
| 15          | ----- | 30          |

Solución: 30 cm.

3. Completar las siguientes tablas según sean las magnitudes:

Directamente proporcionales

|   |    |    |    |     |
|---|----|----|----|-----|
| 5 | b  | 12 | 16 | d   |
| a | 56 | 96 | c  | 184 |

Constante de prop.:  $\frac{96}{12} = 8$

$$\frac{a}{5} = 8 \Rightarrow a = 8 \cdot 5 = 40$$

$$\frac{56}{b} = 8 \Rightarrow b = \frac{56}{8} = 7$$

$$\frac{c}{16} = 8 \Rightarrow c = 8 \cdot 16 = 128$$

$$\frac{184}{d} = 8 \Rightarrow d = \frac{184}{8} = 23$$

Inversamente proporcionales

|   |   |   |    |    |
|---|---|---|----|----|
| 4 | 6 | 9 | 15 | 20 |
| e | f | g | 24 | h  |

Constante de prop.:  $15 \cdot 24 = 360$

$$4 \cdot e = 360 \Rightarrow e = \frac{360}{4} = 90$$

$$6 \cdot f = 360 \Rightarrow f = \frac{360}{6} = 60$$

$$9 \cdot g = 360 \Rightarrow g = \frac{360}{9} = 40$$

$$20 \cdot h = 360 \Rightarrow h = \frac{360}{20} = 18$$

# Problemas aritméticos

## Repartos proporcionales

### Directamente proporcionales

Se va a repartir una cantidad en varias partes con unas condiciones determinadas.

Cada una de las partes debe recibir una cantidad directamente proporcional a unos valores iniciales.

A mayor valor inicial de una parte le corresponderá mayor cantidad en el reparto.

1. Se suman los valores iniciales de cada una de las partes.
2. Se divide la cantidad a repartir entre la suma anterior.
3. Se multiplica el cociente obtenido por los valores iniciales de cada una de las partes.
4. Comprobación. La suma de todas las cantidades coincide con la cantidad a repartir.

Un padre reparte entre sus dos hijos 36 golosinas de forma directamente proporcional a las edades de cada uno que son 2 y 7 años. ¿Cuántas golosinas le da a cada uno?

1. Se suman los valores iniciales:

$$2 + 7 = 9$$

2. Se divide 36 entre 9

$$36 : 9 = 4$$

3. Se multiplican los valores iniciales por 4.

$$2 \cdot 4 = 8 \text{ golosinas}$$

$$7 \cdot 4 = 28 \text{ golosinas}$$

Comprobación:

$$8 + 28 = 36$$

### Inversamente proporcionales

Se va a repartir una cantidad en varias partes con unas condiciones determinadas.

Cada una de las partes debe recibir una cantidad inversamente proporcional a unos valores iniciales.

A mayor valor inicial de una parte le corresponderá menor cantidad en el reparto.

Hacer un reparto inversamente proporcional a unos valores iniciales es igual que hacer un reparto directamente proporcional a los inversos de dichos valores iniciales.

1. Se suman los inversos de los valores iniciales de cada una de las partes.
2. Se divide la cantidad a repartir entre la suma anterior.
3. Se multiplica el cociente obtenido por los inversos de los valores iniciales de cada una de las partes.
4. Comprobación. La suma de todas las cantidades coincide con la cantidad a repartir.

Un padre reparte entre sus dos hijos 36 golosinas de forma inversamente proporcional a las edades de cada uno que son 2 y 7 años. ¿Cuántas golosinas le da a cada uno?

1. Se suman los inversos de los valores iniciales:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{7} = \frac{7}{14} + \frac{2}{14} = \frac{9}{14}$$

2. Se divide 36 entre  $9/14$

$$36 : \frac{9}{14} = \frac{504}{9} = 56$$

3. Se multiplican los inversos de los valores iniciales por 56.

$$56 \cdot \frac{1}{2} = 28 \quad 56 \cdot \frac{1}{7} = 8$$

Comprobación:

$$28 + 8 = 36$$



## EJERCICIOS resueltos

4. Un padre reparte entre sus tres hijos 310 euros de forma directamente proporcional al número de asignaturas aprobadas, que han sido 2, 3 y 5 respectivamente. ¿Cuánto da a cada uno?

1. Se suman los valores iniciales:  $2 + 3 + 5 = 10$

2. Se divide 310 entre 10:  $310 : 10 = 31$

3. Se multiplican los valores iniciales por 31.

$$31 \cdot 2 = 62 \text{ euros}$$

$$31 \cdot 3 = 93 \text{ euros}$$

$$31 \cdot 5 = 155 \text{ euros}$$

5. Un padre reparte entre sus tres hijos 310 euros de forma inversamente proporcional al número de asignaturas suspensas, que han sido 2, 3 y 5 respectivamente. ¿Cuánto da a cada uno?

1. Se suman los inversos de los valores iniciales:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{31}{30}$

2. Se divide 310 entre 31/30:  $310 : \frac{31}{30} = 300$

3. Se multiplican los inversos de los valores iniciales por 300.

$$300 \cdot \frac{1}{2} = 150$$

$$300 \cdot \frac{1}{3} = 100$$

$$300 \cdot \frac{1}{5} = 60$$

6. Cuatro socios pusieron en marcha un negocio aportando 3000 €, 5000 €, 9000 € y 12000 € respectivamente. El primer año obtienen 5800 € de beneficio, ¿cómo deben repartírselos?

1. Se suman los valores iniciales:  $3000 + 5000 + 9000 + 12000 = 29000$

2. Se divide 5800 entre 29000:  $5800 : 29000 = 0.2$

3. Se multiplican los valores iniciales por 0.2.

$$0.2 \cdot 3000 = 600 \text{ euros}$$

$$0.2 \cdot 9000 = 1800 \text{ euros}$$

$$0.2 \cdot 5000 = 1000 \text{ euros}$$

$$0.2 \cdot 12000 = 2400 \text{ euros}$$

7. Cuatro amigos se reparten 35 pasteles de forma inversamente proporcional a sus pesos, que son respectivamente 60 kg, 80 kg, 90 kg y 120 kg. ¿Cuántos pasteles corresponde a cada uno?

1. Se suman los inversos de los valores iniciales:  $\frac{1}{60} + \frac{1}{80} + \frac{1}{90} + \frac{1}{120} = \frac{35}{720} = \frac{7}{144}$

2. Se divide 35 entre 7/144:  $35 : \frac{7}{144} = 720$

3. Se multiplican los inversos de los valores iniciales por 720.

$$720 \cdot \frac{1}{60} = 12$$

$$720 \cdot \frac{1}{80} = 9$$

$$720 \cdot \frac{1}{90} = 8$$

$$720 \cdot \frac{1}{120} = 6$$

# Problemas aritméticos

## Proporcionalidad compuesta

### Proporcionalidad compuesta

Una actividad de proporcionalidad compuesta relaciona más de dos magnitudes que pueden ser directa o inversamente proporcionales.

Para resolver una actividad de proporcionalidad compuesta se hace de forma ordenada con el procedimiento de **reducción a la unidad**, relacionando dos magnitudes y dejando la otra invariante.

Para vallar un terreno, 4 personas construyen un muro de 120 m<sup>2</sup> en 18 días. ¿Cuántos días tardarán 12 personas en construir un muro de 800 m<sup>2</sup>?

| 1ª magnitud<br>personas | 2ª magnitud<br>metros cuadrados | 3ª magnitud<br>días |
|-------------------------|---------------------------------|---------------------|
| 4                       | 120                             | 18                  |
| ↓ : 4                   | ↓                               | ↓ x 4               |
| 1                       | 120                             | 72                  |
| ↓ x 12                  | ↓                               | ↓ : 12              |
| 12                      | 120                             | 6                   |
| ↓                       | ↓ : 120                         | ↓ : 120             |
| 12                      | 1                               | 0.05                |
| ↓                       | ↓ x 800                         | ↓ x 800             |
| 12                      | 800                             | 40                  |

Solución: 40 días.

### Procedimiento de resolución:

En primer lugar se deja fija la segunda magnitud y se relaciona la primera con la tercera. En segundo lugar se deja fija la primera magnitud y se relaciona la segunda con la tercera.

También se puede resolver mediante una regla de tres compuesta

La primera y la tercera magnitud son inversamente proporcionales. Más personas trabajando tardarán menos días.

La segunda y la tercera magnitud son directamente proporcionales. Si el muro es más grande se tardarán más días en construirlo.

| 1ª mag. | 2ª mag. | 3ª mag. |
|---------|---------|---------|
| 4       | 120     | 18      |
| ↓       | ↓       | ↓       |
| 12      | 800     | x       |

Regla de tres compuesta

$$x = \frac{18 \cdot 4 \cdot 800}{12 \cdot 120} = 40$$

Solución: 40 días.

Una piscina de 400 m<sup>3</sup> se llena con 5 grifos en 30 horas. ¿Cuántas horas se tardará en llenar una piscina de 600 m<sup>3</sup> con 9 grifos?

| 1ª magnitud<br>metros cúbicos | 2ª magnitud<br>grifos | 3ª magnitud<br>horas |
|-------------------------------|-----------------------|----------------------|
| 400                           | 5                     | 30                   |
| ↓ : 400                       | ↓                     | ↓ : 400              |
| 1                             | 5                     | 0.075                |
| ↓ x 600                       | ↓                     | ↓ x 600              |
| 600                           | 5                     | 45                   |
| ↓                             | ↓ : 5                 | ↓ x 5                |
| 600                           | 1                     | 225                  |
| ↓                             | ↓ x 9                 | ↓ : 9                |
| 600                           | 9                     | 25                   |

Solución: 25 horas.

La primera y la tercera magnitud son directamente proporcionales. Más metros cúbicos de agua se llenarán en más tiempo.

La segunda y la tercera magnitud son inversamente proporcionales. Si hay más grifos echando agua se tardará menos tiempo en llenar la piscina.

| 1ª mag. | 2ª mag. | 3ª mag. |
|---------|---------|---------|
| 400     | 5       | 30      |
| ↓       | ↓       | ↓       |
| 600     | 9       | x       |

Regla de tres compuesta

$$x = \frac{30 \cdot 600 \cdot 5}{400 \cdot 9} = 25$$

Solución: 25 horas.



## EJERCICIOS resueltos

8. En una cadena de producción, 3 personas trabajando 4 horas diarias, fabrican 240 piezas. ¿Cuántas piezas fabricarán 9 personas trabajando 5 horas diarias?

La primera y la tercera magnitud son directamente proporcionales. Más personas fabricarán más piezas.

La segunda y la tercera magnitud son directamente proporcionales. Si se trabaja más tiempo se fabricarán más piezas.

| Reducción a la unidad   |                      |                       | Regla de tres compuesta                           |         |     |
|-------------------------|----------------------|-----------------------|---------------------------------------------------|---------|-----|
| 1ª magnitud<br>personas | 2ª magnitud<br>horas | 3ª magnitud<br>piezas |                                                   |         |     |
| 3 -----                 | 4 -----              | 240                   | 3 -----                                           | 4 ----- | 240 |
| ↓ : 3                   | ↓                    | ↓ : 3                 | 9 -----                                           | 5 ----- | x   |
| 1 -----                 | 4 -----              | 80                    | $x = \frac{240 \cdot 9 \cdot 5}{3 \cdot 4} = 900$ |         |     |
| ↓ x 9                   | ↓                    | ↓ x 9                 |                                                   |         |     |
| 9 -----                 | 4 -----              | 720                   | Solución: 900 piezas.                             |         |     |
| ↓                       | ↓ : 4                | ↓ : 4                 |                                                   |         |     |
| 9 -----                 | 1 -----              | 180                   |                                                   |         |     |
| ↓                       | ↓ x 5                | ↓ x 5                 |                                                   |         |     |
| 9 -----                 | 5 -----              | 900                   |                                                   |         |     |

9. Para imprimir unos folletos publicitarios, 12 impresoras han funcionado 6 horas al día y han tardado 7 días. ¿Cuántos días tardarán 3 impresoras funcionando 8 horas diarias?

La primera y la tercera magnitud son inversamente proporcionales. Menos impresoras tardarán más días.

La segunda y la tercera magnitud son inversamente proporcionales. Funcionando más horas se tardará menos días.

| Reducción a la unidad     |                      |                     | Regla de tres compuesta                         |         |   |
|---------------------------|----------------------|---------------------|-------------------------------------------------|---------|---|
| 1ª magnitud<br>impresoras | 2ª magnitud<br>horas | 3ª magnitud<br>días |                                                 |         |   |
| 12 -----                  | 6 -----              | 7                   | 12 -----                                        | 6 ----- | 7 |
| ↓ : 12                    | ↓                    | ↓ x 12              | 3 -----                                         | 8 ----- | x |
| 1 -----                   | 6 -----              | 84                  | $x = \frac{12 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 8} = 21$ |         |   |
| ↓ x 3                     | ↓                    | ↓ : 3               |                                                 |         |   |
| 3 -----                   | 6 -----              | 28                  | Solución: 21 horas.                             |         |   |
| ↓                         | ↓ : 6                | ↓ x 6               |                                                 |         |   |
| 3 -----                   | 8 -----              | 128                 |                                                 |         |   |
| ↓                         | ↓ x 5                | ↓ : 8               |                                                 |         |   |
| 3 -----                   | 8 -----              | 21                  |                                                 |         |   |

# Problemas aritméticos

## 2. Porcentajes

### Tanto por ciento de una cantidad

Calcular un porcentaje  $r\%$  de una cantidad  $C$  es igual que resolver la siguiente actividad de magnitudes directamente proporcionales:

$$\begin{array}{rcl} 100 & \text{-----} & C \\ r & \text{-----} & P \end{array}$$

Por cualquiera de los métodos estudiados, el valor de **P (r % de C)** es igual a:

$$P = C \cdot \frac{r}{100}$$

Se puede calcular directamente el tanto por ciento de una cantidad multiplicando dicha cantidad por  $r/100$ .

### Tanto por ciento correspondiente a una proporción

Calcular el % que representa una cantidad  $P$  de un total  $C$  equivale a resolver otra actividad de magnitudes directamente proporcionales:

$$\begin{array}{rcl} 100 & \text{-----} & C \\ r & \text{-----} & P \end{array}$$

Ahora hay que calcular el valor de  $r$ .

$$r = \frac{P}{C} \cdot 100 \%$$

Se puede calcular directamente el tanto por ciento dividiendo la parte  $P$  por el total  $C$  y multiplicando el cociente obtenido por 100.

Cálculo del tanto por ciento de una cantidad.

Un depósito tiene una capacidad de 1150 litros, pero ahora tiene el 68% del total. ¿Cuántos litros de agua contiene?

$$68\% \text{ de } 1150 = \frac{1150 \cdot 68}{100} = \mathbf{782}$$

También se puede hacer:

$$1150 \cdot 0,68 = \mathbf{782}$$

**Solución: 782 litros**

Cálculo del tanto por ciento correspondiente a una proporción.

Un depósito tiene una capacidad de 175 litros, pero ahora tiene 42 litros. ¿Qué porcentaje de agua contiene?

$$\frac{42}{175} \cdot 100 = \mathbf{24 \%}$$

**Solución: 24 %**

Cálculo del total conociendo la parte y el tanto por ciento.

Un depósito contiene 348 litros, que representa el 12% del total. ¿Cuál es su capacidad?

En la fórmula:

$$C \cdot 0,12 = 348$$

Se puede despejar el total:

$$C = \frac{348}{0,12} = \mathbf{2900}$$

**Solución: 2900 litros**

## EJERCICIOS resueltos

10. a) Calcular el 27 % de 450.                      b) a) Calcular el 85 % de 2360.

$$27\% \text{ de } 450 = \frac{450 \cdot 27}{100} = 450 \cdot 0,27 = 121,5$$

$$85\% \text{ de } 2360 = \frac{2360 \cdot 85}{100} = 2360 \cdot 0,85 = 2006$$

11. a) ¿Qué porcentaje representa 15 de un total de 120?  
b) ¿Qué porcentaje representa 3120 de un total de 8000?

$$\frac{15}{120} \cdot 100 = 12,5 \%$$

$$\frac{3120}{8000} \cdot 100 = 39 \%$$

12. a) El 64 % de una cantidad es 112. Calcular dicha cantidad.  
b) El 3,5 % de una cantidad es 63. Calcular dicha cantidad.

$$C \cdot 0,64 = 112 \Rightarrow C = \frac{112}{0,64} = 175$$

$$C \cdot 0,035 = 63 \Rightarrow C = \frac{63}{0,035} = 1800$$

13. En las vacaciones navideñas un hotel ha tenido una ocupación de un 96%. Si el hotel tiene 175 habitaciones, ¿cuántas se han ocupado?

$$96\% \text{ de } 175 = \frac{175 \cdot 96}{100} = 175 \cdot 0,96 = 168 \text{ habitaciones}$$

14. En mi clase hay 30 alumnos. De ellos, hay 18 que vienen al instituto desde otra localidad utilizando el transporte. ¿Qué porcentaje del total de alumnos utilizan transporte?

$$\frac{18}{30} \cdot 100 = 60 \%$$

15. El 4,2% de los habitantes de mi pueblo son jóvenes entre 14 y 18 años. Si hay 756 personas en este intervalo de edad, ¿cuántos habitantes habrá?

$$C \cdot 0,042 = 756 \Rightarrow C = \frac{756}{0,042} = 18000 \text{ habitantes}$$

# Problemas aritméticos

## Aumentos y disminuciones porcentuales

Para aumentar un  $r\%$  a una cantidad inicial  $CI$ , hay que sumar a  $CI$  el porcentaje correspondiente. Se obtiene así una cantidad final  $CF$ .

$$CF = CI + CI \frac{r}{100} = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)$$

Para disminuir un  $r\%$  a una cantidad inicial  $CI$ , hay que restar a  $CI$  el porcentaje correspondiente. Se obtiene así una cantidad final  $CF$ .

$$CF = CI - CI \frac{r}{100} = CI \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)$$

Si llamamos **índice de variación** a  $1 \pm r/100$ , se obtiene la fórmula:

$$CF = CI \times IV$$

Para calcular el aumento que corresponde a una cantidad inicial  $CI$ , bastará multiplicar  $CI$  por el índice de variación.

## Porcentajes sucesivos

Para aplicar varios porcentajes sucesivos a una cantidad inicial  $CI$ :

Se aplica el primer porcentaje a la cantidad inicial obteniendo así una segunda cantidad  $C2$ .

Se aplica el siguiente porcentaje a la cantidad obtenida obteniendo una tercera cantidad  $C3$ .

Se continúa con este procedimiento para cada porcentaje. En el caso de dos porcentajes se tiene:

$$CF = CI \times IV1 \times IV2$$

Mi padre cobraba 1200 € al mes y este año le han subido el sueldo un 2%. ¿Cuánto cobra ahora?

**Paso a paso:**

$$2\% \text{ de } 1200 = \frac{1200 \cdot 2}{100} = 24$$

$$1200 + 24 = \mathbf{1224 \text{ euros}}$$

**Directamente:**

$$I.V. = 1 + \frac{2}{100} = 1 + 0,02 = 1,02$$

$$1200 \cdot 1,02 = \mathbf{1224 \text{ euros}}$$

**Solución: 1224 euros**

Hemos comprado a mis padres un regalo que valía 65 €. Al pagarlo nos han hecho un descuento del 4%. ¿Cuánto nos ha costado?

**Paso a paso:**

$$4\% \text{ de } 65 = \frac{65 \cdot 4}{100} = 2,60$$

$$65 - 2,60 = \mathbf{62,40 \text{ euros}}$$

**Directamente:**

$$I.V. = 1 - \frac{4}{100} = 1 - 0,04 = 0,96$$

$$65 \cdot 0,96 = \mathbf{62,40 \text{ euros}}$$

**Solución: 62,40 euros**

Aplicar a 2500 un aumento del 24% y a la cantidad resultante una disminución del 15 %.

$$IV1 = 1 + \frac{24}{100} = 1 + 0,24 = 1,24$$

$$IV2 = 1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85$$

$$CF = CI \cdot IV1 \cdot IV2$$

$$2500 \cdot 1,24 \cdot 0,85 = \mathbf{2535}$$

## EJERCICIOS resueltos

- 16.** Después del aumento de este año de un 14%, el sueldo de mi madre es ahora de 1938 euros. ¿Cuánto cobraba antes?

$$\text{Índice de variación: } I.V. = 1 + \frac{14}{100} = 1 + 0,14 = 1,14$$

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow CI \cdot 1,14 = 1938 \Rightarrow CI = \frac{1938}{1,14} = 1700 \text{ euros}$$

- 17.** Mi padre cobraba al mes 1600 euros y después de la subida de este año cobra ahora 1792 euros. ¿Qué tanto por ciento le han subido?

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow 1600 \cdot IV = 1792 \Rightarrow IV = \frac{1792}{1600} = 1,12 = 1 + \frac{12}{100} \Rightarrow 12\%$$

- 18.** Después de hacernos un 8% de descuento en la compra de un regalo, hemos pagado 156,40 euros. ¿Cuál era el precio inicial?

$$\text{Índice de variación: } I.V. = 1 - \frac{8}{100} = 1 - 0,08 = 0,92$$

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow CI \cdot 0,92 = 156,40 \Rightarrow CI = \frac{156,40}{0,92} = 170 \text{ euros}$$

- 19.** Hemos comprado un regalo que valía 80 euros, pero después de hacernos un descuento hemos pagado 71,20 euros. ¿Qué porcentaje nos han descontado?

$$CI \cdot IV = CF \Rightarrow 80 \cdot IV = 71,20 \Rightarrow IV = \frac{71,20}{80} = 0,89 = 1 - \frac{11}{100} \Rightarrow 11\%$$

- 20.** El precio de un objeto en una tienda de regalos es de 208 euros. En primer lugar aumenta el precio un 45% y posteriormente vuelve a aumentar un 66%. ¿Cuál es el precio final?

$$\text{Aumento del 45\%: } \text{Índice de variación: } IV1 = 1 + \frac{45}{100} = 1 + 0,45 = 1,45$$

$$\text{Aumento del 66\%: } \text{Índice de variación: } IV2 = 1 + \frac{66}{100} = 1 + 0,66 = 1,66$$

$$CF = CI \cdot IV1 \cdot IV2 = 208 \cdot 1,45 \cdot 1,66 = 500,66 \text{ euros}$$

- 21.** El precio de un objeto en una tienda de regalos es de 180 euros. En primer lugar reduce el precio un 12% y posteriormente aumenta un 27%. ¿Cuál es el precio final?

$$\text{Disminución del 12\%: } \text{Índice de variación: } IV1 = 1 - \frac{12}{100} = 1 - 0,12 = 0,88$$

$$\text{Aumento del 27\%: } \text{Índice de variación: } IV2 = 1 + \frac{27}{100} = 1 + 0,27 = 1,27$$

$$CF = CI \cdot IV1 \cdot IV2 = 180 \cdot 0,88 \cdot 1,27 = 201,17 \text{ euros}$$

# Problemas aritméticos

## 3. Interés simple y compuesto

### Interés simple

Si depositamos un capital  $C$  en un banco durante un año, el banco nos dará una cantidad  $I$ , llamada **interés**, que se obtiene aplicando un porcentaje  $r\%$ , llamado **rédito**, a la cantidad  $C$ .

Si depositamos el capital durante  $t$  años, el interés se calculará con la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

Si depositamos el capital durante  $t$  meses, el rédito, que se expresa en tanto por ciento anual, hay que dividirlo entre 12 meses para calcular el rédito que corresponde a un mes. El interés se calculará con la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200}$$

Si depositamos el capital durante  $t$  días, el rédito, que se expresa en tanto por ciento anual, hay que dividirlo entre 360 días para calcular el rédito que corresponde a un día. El interés se calculará con la fórmula:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000}$$

Al finalizar el periodo de tiempo el banco nos devolverá nuestro capital inicial más el interés producido.

Calcular el interés que produce un capital de 16000 euros colocado a un interés simple del 3,25% durante 4 años.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

$$I = \frac{16000 \cdot 3,25 \cdot 4}{100} = 2080 \text{ €}$$

**Solución: 2080 €**

**Capital final:**

$$16000 + 2080 = 18080 \text{ €}$$

Calcular el interés que produce un capital de 22800 euros colocado a un interés simple del 4,5% durante 21 meses.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200}$$

$$I = \frac{22800 \cdot 4,5 \cdot 21}{1200} = 1795,50 \text{ €}$$

**Solución: 1795,50 €**

**Capital final:**

$$22800 + 1795,50 = 24595,50 \text{ €}$$

Calcular el interés que produce un capital de 26500 euros colocado a un interés simple del 2% durante 329 días.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000}$$

$$I = \frac{26500 \cdot 2 \cdot 329}{36000} = 484,36 \text{ €}$$

**Solución: 484,36 €**

**Capital final:**

$$26500 + 484,36 = 26984,36 \text{ €}$$



## EJERCICIOS resueltos

22. Calcular el capital que hay que colocar durante 3 años a un rédito del 4% para que produzca un interés de 5640 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow C = \frac{I \cdot 100}{r \cdot t} = \frac{5640 \cdot 100}{4 \cdot 3} = 47000 \text{ euros}$$

23. Calcular el rédito al que hay que colocar un capital de 28500 euros durante 2 años para que produzca un interés de 5150 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow r = \frac{I \cdot 100}{C \cdot t} = \frac{5150 \cdot 100}{28500 \cdot 2} = 9,04\%$$

24. ¿Cuántos años hay que tener un capital de 8500 euros a un rédito del 3,75% para que produzca un interés de 2868,75 euros?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \Rightarrow t = \frac{I \cdot 100}{C \cdot r} = \frac{2868,75 \cdot 100}{8500 \cdot 3,75} = 9 \text{ años}$$

25. Calcular el capital que hay que colocar durante 10 meses a un rédito del 5% para que produzca un interés de 2956 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \Rightarrow C = \frac{I \cdot 1200}{r \cdot t} = \frac{2956 \cdot 1200}{5 \cdot 10} = 70944 \text{ euros}$$

26. Calcular el rédito al que hay que colocar un capital de 29500 euros durante 8 meses para que produzca un interés de 1710 euros.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \Rightarrow r = \frac{I \cdot 1200}{C \cdot t} = \frac{1710 \cdot 1200}{29500 \cdot 8} = 8,69\%$$

27. Calcular el interés que produce un capital de 10400 euros colocado a un interés simple del 1,5% durante 163 días.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} = \frac{10400 \cdot 1,5 \cdot 163}{36000} = 70,63 \text{ euros}$$

28. ¿Cuántos días hay que tener un capital de 40950 euros a un rédito del 2% para que produzca un interés de 182 euros?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000} \Rightarrow t = \frac{I \cdot 36000}{C \cdot r} = \frac{182 \cdot 36000}{40950 \cdot 2} = 80 \text{ días}$$

# Problemas aritméticos

## Interés compuesto

Otro tipo de interés es el llamado **interés compuesto**, en el que cada cierto tiempo, llamado **periodo de capitalización**, los intereses generados por el capital inicial se añaden al capital y generan más intereses.

Si llamamos al capital inicial CI, al rédito r y al tiempo en años t, el capital final CF es igual a:

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

Si el periodo de capitalización es mensual, en un año habrá 12 periodos de capitalización; si es trimestral, habrá 4 periodos de capitalización; si es semestral habrá 2 periodos. Si k es el número de periodos de capitalización en un año, la fórmula queda:

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t}$$

## Tasa anual equivalente (T.A.E.)

Cuando ingresamos una cantidad de dinero en un banco a un interés compuesto del r% anual, los intereses que produce se van añadiendo al capital cada periodo de capitalización. La cantidad final que recibimos será mayor cuanto más pequeño sea este periodo, como se puede comprobar en la tabla de la derecha.

**La TAE indica el % de crecimiento real del capital durante un año.** Es una cantidad algo superior al r%. Se calcula mediante la fórmula:

$$TAE = 100 \cdot \left[ \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t} - 1 \right]$$

Se deposita un capital de 16000 € a un interés compuesto del 3,25% durante 4 años. Calcular el capital final si el periodo de capitalización es anual.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

$$CF = 16000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{100}\right)^4$$

$$CF = 18183,61 \text{ euros}$$

**Solución: 18183,61 €**

Se deposita un capital de 16000 € a un interés compuesto del 3,25% durante 4 años. Calcular el capital final si el periodo de capitalización es mensual.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{12 \cdot 100}\right)^{12 \cdot t}$$

$$CF = 16000 \cdot \left(1 + \frac{3,25}{12 \cdot 100}\right)^{12 \cdot 4}$$

$$CF = 18208,05 \text{ euros}$$

**Solución: 18208,05 €**

**Capital final** que se obtiene al depositar durante 1 año un capital de 1 euro, para distintos intereses y distintos periodos de capitalización.

| %   | 1 mes  | 3 meses | 4 meses | 12 meses |
|-----|--------|---------|---------|----------|
| 1 % | 1,0100 | 1,0100  | 1,0100  | 1,0100   |
| 2 % | 1,0202 | 1,0202  | 1,0201  | 1,0200   |
| 3 % | 1,0304 | 1,0303  | 1,0302  | 1,0300   |
| 4 % | 1,0407 | 1,0406  | 1,0404  | 1,0400   |
| 5 % | 1,0512 | 1,0509  | 1,0506  | 1,0500   |

## EJERCICIOS resueltos

- 29.** Se deposita un capital de 8200 euros a un interés compuesto del 5,5% durante 6 años. Calcular el capital final si el periodo de capitalización es anual.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 8200 \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100}\right)^6 = 11306,51 \text{ euros}$$

- 30.** Se deposita un capital de 29000 euros a un interés compuesto del 1,75% durante 7 años. Calcular el capital final si el periodo de capitalización es trimestral.

Si la capitalización es trimestral, en un año habrá 4 periodos de capitalización.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{4 \cdot 100}\right)^{4 \cdot t} = 29000 \cdot \left(1 + \frac{1,75}{4 \cdot 100}\right)^{4 \cdot 7} = 32770,50 \text{ euros}$$

- 31.** Se deposita un capital de 17600 euros a un interés compuesto del 4,5% durante 5 años. Calcular el capital final si el periodo de capitalización es semestral.

Si la capitalización es semestral, en un año habrá 2 periodos de capitalización.

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{2 \cdot 100}\right)^{2 \cdot t} = 17600 \cdot \left(1 + \frac{4,5}{2 \cdot 100}\right)^{2 \cdot 5} = 21985,98 \text{ euros}$$

- 32.** Se coloca un capital de 1000 euros a un interés del 1%. Calcular el capital final obtenido desde 1 hasta 5 años distinguiendo los tipos de interés simple y compuesto.

| Años | Interés simple | Interés compuesto | Diferencia |
|------|----------------|-------------------|------------|
| 1    | 1010,00        | 1010,00           | 0          |
| 2    | 1020,00        | 1020,10           | 0,10       |
| 3    | 1030,00        | 1030,30           | 0,30       |
| 4    | 1040,00        | 1040,60           | 0,60       |
| 5    | 1050,00        | 1051,01           | 1,01       |

- 33.** Calcular la tasa anual equivalente (TAE) correspondiente a un 2,5% anual con capitalización mensual.

$$TAE = 100 \cdot \left[ \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^k - 1 \right] = 100 \cdot \left[ \left(1 + \frac{2,5}{12 \cdot 100}\right)^{12} - 1 \right] = 2,53 \%$$

- 34.** Calcular la tasa anual equivalente (TAE) correspondiente a un 4,75% anual con capitalización trimestral.

$$TAE = 100 \cdot \left[ \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^k - 1 \right] = 100 \cdot \left[ \left(1 + \frac{4,75}{4 \cdot 100}\right)^4 - 1 \right] = 4,84 \%$$

# Problemas aritméticos

## Capitalización

Las **operaciones de capitalización** son operaciones bancarias en las que se ingresa una cantidad fija cada periodo de tiempo. Esta cantidad se añade a la cantidad existente y a los intereses generados hasta ese momento y forman una nueva cantidad, a la que hay que aplicar el interés correspondiente.

El capital final CF que se obtiene al ingresar una cantidad c, durante t periodos, a un interés del r% en cada periodo, se puede calcular mediante la fórmula:

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i}$$

siendo i el interés en cada periodo de capitalización:

$$i = \frac{r}{k \cdot 100}$$

## Amortización

Al solicitar un préstamo la cantidad recibida CI se devuelve (amortiza) al banco mediante cantidades fijas c, llamadas **mensualidades o anualidades de amortización**, cada cierto periodo de tiempo t, meses, años, ...

Esta cantidad fija que debemos amortizar se puede calcular con la fórmula.

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

siendo i el interés en cada periodo de capitalización:

$$i = \frac{r}{k \cdot 100}$$

Una persona abre un plan de pensiones a lo 33 años. Cada mes ingresa 100 €. El banco le da un interés del 5% anual. ¿Qué cantidad tendrá a los 67 años?

67-33=34 años

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i}$$

$$CF = \frac{100 \cdot [(1+0,0042)^{34 \cdot 12+1} - (1+0,0042)]}{0,0042}$$

Solución: 107357,02 €

Una persona abre una cuenta de ahorro vivienda durante 4 años, con una cuota anual de 600 € y un interés del 2,75% anual. ¿De qué cantidad dispondrá cuando retire el dinero?

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i}$$

$$CF = \frac{600 \cdot [(1+0,0275)^{4+1} - (1+0,0275)]}{0,0275}$$

Solución: 2569,60 €

Un comerciante solicita un préstamo de 90000 € a un interés del 5,5% anual y a devolver en 16 años. ¿Qué cantidad tendrá que pagar cada trimestre?

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

$$; = \frac{90000 \cdot 0,0138 \cdot (1+0,0138)^{16 \cdot 4}}{(1+0,0138)^{16 \cdot 4} - 1}$$

Solución: 2123,65 €

## EJERCICIOS resueltos

- 35.** Una persona abre un plan de pensiones a lo 22 años. Cada año ingresa 1000 €. El banco le da un interés del 5,25% anual. ¿Qué cantidad tendrá a los 65 años? ¿Qué cantidad de dinero corresponde a sus cuotas?

El plan de pensiones está abierto  $65-22=43$  años.

$$CF = \frac{c \cdot \left[ (1+i)^{t+1} - (1+i) \right]}{i} = \frac{1000 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{5,25}{100} \right)^{43+1} - \left( 1 + \frac{5,25}{100} \right) \right]}{\frac{5,25}{100}} = 160925,18 \text{ euros}$$

Ha pagado de cuotas:  $43 \cdot 1000 = 43000$  euros.

- 36.** Una persona tiene una cuenta de ahorro vivienda durante 8 años, con una cuota mensual de 150 euros y un interés del 2,5% anual. ¿De qué cantidad dispondrá cuando retire el dinero?

$$CF = \frac{c \cdot \left[ (1+i)^{t+1} - (1+i) \right]}{i} = \frac{150 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{2,5}{12 \cdot 100} \right)^{12 \cdot 8+1} - \left( 1 + \frac{2,5}{12 \cdot 100} \right) \right]}{\frac{2,5}{12 \cdot 100}} = 15955,88 \text{ euros}$$

- 37.** Una persona tiene un depósito cada trimestre en un banco 400 euros, durante 10 años. El banco le da un interés del 5%. ¿Qué cantidad de dinero tendrá a los 5 años?

$$CF = \frac{c \cdot \left[ (1+i)^{t+1} - (1+i) \right]}{i} = \frac{400 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{5}{4 \cdot 100} \right)^{4 \cdot 10+1} - \left( 1 + \frac{5}{4 \cdot 100} \right) \right]}{\frac{5}{4 \cdot 100}} = 20853,27 \text{ euros}$$

- 38.** Una persona tiene un préstamo personal de 120000 € a un interés del 5% anual y a devolver en 20 años. ¿Qué cantidad tendrá que pagar cada año? ¿Cuánto pagará en total?

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1} = \frac{120000 \cdot \frac{5}{100} \cdot \left( 1 + \frac{5}{100} \right)^{20}}{\left( 1 + \frac{5}{100} \right)^{20} - 1} = 9629,11 \text{ euros}$$

En total pagará:  $9629,11 \cdot 20 = 192582,20$  euros.

- 39.** Una persona tiene un préstamo hipotecario de 70000 € a un interés del 4,5% anual y a devolver en 15 años. ¿Qué cantidad tendrá que pagar cada mes? ¿Qué cantidad de dinero pagará en total?

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1} = \frac{70000 \cdot \frac{4,5}{12 \cdot 100} \cdot \left( 1 + \frac{4,5}{12 \cdot 100} \right)^{12 \cdot 15}}{\left( 1 + \frac{4,5}{12 \cdot 100} \right)^{12 \cdot 15} - 1} = 535,50 \text{ euros}$$

En total pagará:  $535,50 \cdot 12 \cdot 15 = 96390$  euros.

# Problemas aritméticos



## Para practicar

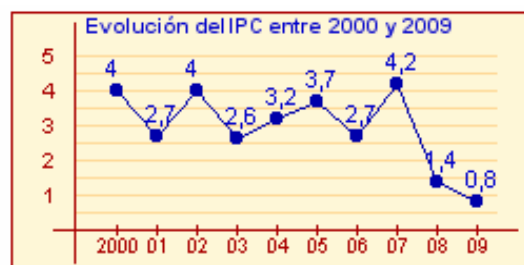
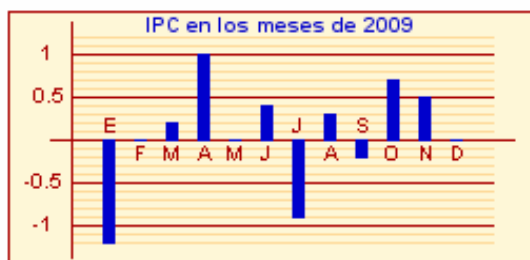
1. Una disolución contiene 176 gr. de un compuesto químico por cada 0,8 litros de agua. Si se han utilizado 0,5 litros de agua, ¿cuántos gramos del compuesto químico habrá que añadir?
2. Si 10 albañiles realizan un trabajo en 30 días, ¿cuántos se necesitarán para acabar el trabajo en 25 días?
3. Un grupo de 43 alumnos realizan un viaje de estudios. Tienen que pagar el autobús entre todos, pagando cada uno 90 €. Por otra parte los gastos totales de alojamiento son 12427 €. ¿Cuál sería el precio total y el precio individual si fuesen 46 personas?
4. Para alimentar a 11 pollos durante 16 días hacen falta 88 kilos de pienso. ¿Cuántos kilos de pienso harán falta para alimentar a 18 pollos en 8 días?
5. Si 10 obreros trabajando 9 horas diarias tardan en hacer un trabajo 7 días, ¿cuántos días tardarán en hacer el mismo trabajo 5 obreros trabajando 6 horas diarias?
6. Tres socios abren un negocio aportando 20000, 35000 y 50000 € respectivamente. Al finalizar el año obtienen unos beneficios de 4200 €. ¿Cómo deben repartirlos?
7. Tres camareros de un bar se reparten 238 € de las propinas de un mes de forma inversamente proporcional al número de días que han faltado, que ha sido 1, 4 y 6 días respectivamente. ¿Cuánto corresponde a cada uno?
8. En mi instituto hay 450 estudiantes. El número de alumnas representa el 52% del total. ¿Cuántas alumnas hay?
9. El 28 % de los alumnos de un instituto ha aprobado todas las asignaturas. Sabiendo que han aprobado 196 personas. ¿Cuántos alumnos hay en el instituto?
10. Este año el presupuesto de una localidad ha sido de 1868500 €. Para el próximo año se va a incrementar un 1.7 %. ¿Cuál será el presupuesto?
11. La población de una localidad costera ha pasado de 44500 a 61410 habitantes. ¿Qué % ha aumentado?
12. Un bosque tiene 30900 árboles. En un incendio ha ardido el 18 % de los árboles. ¿Cuántos árboles quedan?
13. Después de repartir el 90 % de las botellas que levaba, un lechero regresa a su almacén con 27 botellas. ¿Con cuántas botellas salió?
14. Dos hermanos colocan un mismo capital de 22100 € a un rédito del 9% durante 6 años. Uno lo hace a interés simple y otro a interés compuesto con capitalización anual. ¿Qué diferencia hay entre los intereses que recibe cada uno?
15. Una persona coloca un capital de 18000 € durante 1 año a un interés compuesto del 4,2% con capitalización mensual. Calcula la TAE que corresponde y calcula el capital que se obtendría con los mismos datos a un interés simple igual a la TAE.
16. Una persona abre un plan de pensiones a la edad de 28 años. Cada mes ingresa 120 €. El banco le da un interés del 1,5 %. ¿Cuánto dinero tendrá cuando se jubile a los 67 años? ¿Cuánto dinero habrá ingresado durante la vigencia del plan?
17. Hemos solicitado un préstamo hipotecario de 148000 € a pagar en 18 años y a un interés del 9,1 % anual. ¿Cuándo tendremos que pagar cada mes? ¿Cuál será el importe total del préstamo?



### IPC. Índice de Precios al Consumo.

El **IPC** es una medida estadística que indica la evolución de los precios de los bienes y servicios que consumen las familias en España.

Se expresa en % y entre sus aplicaciones económicas está la ser un indicador de la inflación y la de servir de referencia para la revisión de los salarios de los trabajadores.

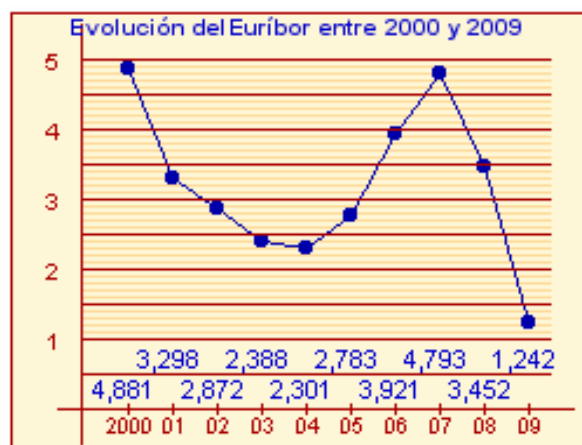


### Euríbor. Tipo europeo de oferta interbancaria.

El **euríbor** es la media aritmética de los tipos de interés al que los principales bancos de la zona euro se prestan dinero unos a otros.

Se expresa en % y se actualiza a diario. Su valor a un año es el que se usa de referencia para el interés de los préstamos hipotecarios.

Algunas entidades financieras utilizan como índice el **IRPH** (Índice de referencia de préstamos hipotecarios).



### El Banco Central Europeo y el precio del dinero.



El **Banco Central Europeo (BCE)** se fundó el 1 de junio de 1988. Tiene su sede en Frankfurt (Alemania). Es la entidad responsable de la política monetaria de la Unión europea.

La función principal del BCE es mantener el poder adquisitivo del euro. Se encarga de fijar los tipos de interés (precio del dinero).

El euro se adoptó como moneda única el 1 de enero de 1999.





# Problemas aritméticos



## Recuerda lo más importante

### 1. Proporcionalidad directa e inversa.

#### Magnitudes directamente proporcionales.

Si se multiplica o divide una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

#### Magnitudes inversamente proporcionales.

Si se multiplica o divide una de ellas por un número, la otra queda dividida o multiplicada por el mismo número.

#### Proporcionalidad compuesta.

La proporcionalidad compuesta consiste en relacionar tres o más magnitudes.

Al resolver una actividad de proporcionalidad compuesta se relacionan las magnitudes de dos en dos y se mantienen constantes las demás.

También se puede resolver mediante una regla de tres compuesta

#### Repartos proporcionales.

**Directamente.** Repartir una cantidad entre varias partes de forma que cada una de ellas reciba una cantidad directamente proporcional a un valor inicial de cada parte.

**Inversamente.** Se hace el reparto de forma directamente proporcional a los inversos de los valores iniciales de cada una de las partes.

### 2. Porcentajes.

Para aplicar un porcentaje  $r\%$  a una cantidad  $C$ :

$$r\% \text{ de } C = \frac{C \cdot r}{100} = C \cdot \frac{r}{100}$$

#### Variaciones porcentuales.

Se llama **índice de variación** a la variación que experimenta una unidad.

Para un aumento:  $I.V. = 1 + \frac{r}{100}$

Para una disminución:  $I.V. = 1 - \frac{r}{100}$

Para una cantidad  $CI$  cualquiera la cantidad final se calcula con:  $CF = CI \cdot IV$

### 3. Interés simple y compuesto.

**Interés simple.** Si depositamos un capital  $C$  en un banco, durante un tiempo  $t$  a un rédito  $r\%$ , se obtiene un interés  $I$  dado por:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{1200} \quad I = \frac{C \cdot r \cdot t}{36000}$$

según  $t$  se exprese en años, meses o días.

**Interés compuesto.** Si cada cierto periodo de tiempo, los intereses generados se añaden al capital, éstos producirán más intereses.

A estos periodos de tiempo (años, meses, ...) se les llama **periodos de capitalización**.

Si  $k$  es el número de periodos de capitalización que hay en un año, el capital final es igual a:

$$CF = CI \cdot \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^{k \cdot t}$$

#### Tasa anual equivalente (TAE).

Expresa el crecimiento real de un capital durante un año. Se calcula con la formula:

$$TAE = 100 \cdot \left[ \left(1 + \frac{r}{k \cdot 100}\right)^k - 1 \right]$$

siendo  $k$  el número de periodos de capitalización.

#### Capitalización.

El capital final que se obtiene al ingresar una cantidad  $c$ , durante  $t$  periodos a un interés del  $r\%$  en cada periodo es:

$$CF = \frac{c \cdot [(1+i)^{t+1} - (1+i)]}{i} \quad i = \frac{r}{k \cdot 100}$$

#### Amortización.

Si tenemos un préstamo de una cantidad  $CI$ , a un interés del  $r\%$ , a devolver en  $t$  cuotas periódicas, cada cuota es igual a:

$$c = \frac{CI \cdot i \cdot (1+i)^t}{(1+i)^t - 1} \quad i = \frac{r}{k \cdot 100}$$



## Autoevaluación



1. Un automóvil consume 14 litros de gasolina cada 60 kilómetros. ¿Cuántos litros consumirá en 90 kilómetros?
2. Repartir 130 objetos de forma inversamente proporcional a 4 y 9.
3. Si 37 grifos iguales llenan un depósito de  $15 \text{ m}^3$  en 6 horas, ¿cuánto tiempo tardarán 2 grifos en llenar un depósito de  $35 \text{ m}^3$ ?
4. En un congreso hay 154 personas españolas. Sabiendo que suponen el 55 % del total, ¿cuántas personas hay en el congreso?
5. El precio de un ordenador era 1060 €. En primer lugar se aplica un aumento del 6 % y después una rebaja del 4 %. ¿Cuál es su precio final?
6. Calcular el interés que produce un capital de 2500 € colocado a un interés simple del 8 % durante 160 días.
7. Se coloca un capital de 6800 € durante 5 años a un interés compuesto del 3,5% con periodos de capitalización anuales. Calcular el capital final que se obtiene.
8. Calcular la tasa anual equivalente correspondiente a un 5,25 % con capitalización mensual.
9. Una persona ha tenido abierto un plan de pensiones durante 31 años a un 4,25 %. Cada año ha ingresado una cuota única de 500 €. ¿De qué cantidad de dinero dispone ahora?
10. Una persona tiene un préstamo hipotecario de 101000 € a un interés del 9 % anual y a devolver en 23 años. ¿Cuánto tendrá que pagar cada mes?

# Problemas aritméticos

## Soluciones de los ejercicios para practicar

- |                                                         |                                                       |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1. 110 gramos                                           | 10. 1900264,50 €                                      |
| 2. 12 albañiles                                         | 11. 38 %                                              |
| 3. Precio total: 17164 €<br>Precio individual: 373,13 € | 12. 25338 árboles                                     |
| 4. 72 kilos                                             | 13. 270 botellas                                      |
| 5. 21 días                                              | 14. 3029,91 €                                         |
| 6. 800 €, 1400 €, 2000 €                                | 15. Capital final: 18770,72 €<br>TAE: 4,28 %          |
| 7. 168 €, 42 €, 28 €                                    | 16. Capital final: 76351,51 €<br>Ingresos: 56160,00 € |
| 8. 234 alumnas                                          | 17. Cuota mensual: 1395,20 €<br>Importe: 301362,42 €  |
| 9. 700 alumnos                                          |                                                       |

### Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. 21 litros
2. 90 y 40 objetos respectivamente
3. 259 horas
4. 280 personas
5. 1086,80 €
6. 88,89 €
7. 8076,27 €
8. 5,38 %
9. 32302,47 €
10. 867,86 €
11. 3 %

No olvides enviar las actividades al tutor ►