03844

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1. Resuelve:

$$cos^2\frac{x}{2} + cosx - \frac{1}{2} = 0$$

2. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica:

$$sen2\alpha.cos\alpha - sen\alpha.cos2\alpha = sen\alpha$$

3. Si $cos\alpha = -\frac{1}{4}$ y $\alpha < \pi$, halla:

$$a)sen\alpha \qquad b)\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \qquad c)tg\frac{\alpha}{2} \qquad d)sen(\frac{\pi}{6} - \alpha)$$

4. Desde un punto del suelo mmedimos el ángulo bajo el que se ve un edidificio y obtenemos 40º. Nos alejamos 30 m y el ángulo es ahora de 28º. Calcula la altura del edificio y la distancia desde la que se hizo la primera observación.

① $\cos^2\frac{x}{2} + \cos x - \frac{1}{2} = 0$ Como $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$

$\left(\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}\right)^2 + \cos x - \frac{1}{2} = 0$; $\frac{1+\cos x}{\cancel{2}} + \frac{2\cos x}{\cancel{2}} - \frac{1}{\cancel{2}} = 0$;

$3\cos x = 0$; $\cos x = 0$; $x = \text{Arc}\cos 0 = \begin{cases} 90° \\ 270° \end{cases} + 360° k, \; k \in \mathbb{Z}$

② $\text{Sen}\,2\alpha \cdot \text{Cos}\,\alpha - \text{Sen}\,\alpha \cdot \text{Cos}\,2\alpha = \text{Sen}\,\alpha$.

Como $\begin{cases} \text{Sen}\,2\alpha = 2\,\text{Sen}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha \\ \text{Cos}\,2\alpha = \text{Cos}^2\alpha - \text{Sen}^2\alpha \end{cases}$ Sustituimos en el primer miembro de la identidad

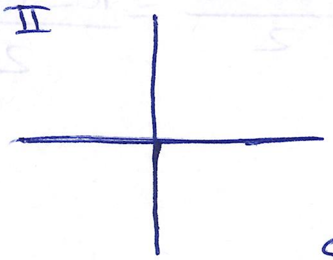
$2\,\text{Sen}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha \cdot \text{Cos}\,\alpha - \text{Sen}\,\alpha\,(\text{Cos}^2\alpha - \text{Sen}^2\alpha) = 2\,\text{Sen}\,\alpha\,\text{Cos}^2\alpha - \text{Sen}\,\alpha\,\text{Cos}^2\alpha$

$+ \text{Sen}^3\alpha = \text{Sen}\,\alpha\,\text{Cos}^2\alpha + \text{Sen}^3\alpha = \text{Sen}\,\alpha \cdot (\underbrace{\text{Cos}^2\alpha + \text{Sen}^2\alpha}_{1}) =$

$= \text{Sen}\,\alpha$ (Como queríamos demostrar)

③ $\text{Cos}\,\alpha = -\frac{1}{4}$ y $\alpha < \pi \Rightarrow$ Estamos en el 2º cuadrante.

II



a) $\text{Sen}^2\alpha + \text{Cos}^2\alpha = 1$; $\text{Sen}^2\alpha = 1 - \text{Cos}^2\alpha$;

$\text{sen}^2\alpha = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

$\text{Sen}\,\alpha = \sqrt{\frac{15}{16}}$; $\boxed{\text{Sen}\,\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}}$

b) $\boxed{\text{Cos}\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)} = \text{Cos}\frac{\pi}{3} \cdot \text{Cos}\,\alpha - \text{Sen}\frac{\pi}{3} \cdot \text{Sen}\,\alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} =$

$= -\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{45}}{8} = \frac{-1-\sqrt{45}}{8} = \boxed{\frac{-1-3\sqrt{5}}{8}}$

03844

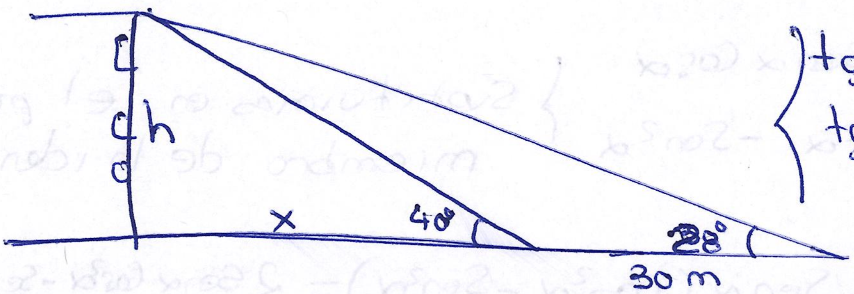
c) $tg\,\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$ $\Rightarrow$ Si $\alpha < \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2}$ está en el 1er cuadrante $\Rightarrow tg\alpha > 0$

$$\boxed{tg\,\frac{\alpha}{2} = +\sqrt{\frac{1+\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}} = +\sqrt{\frac{5/4}{3/4}} = +\sqrt{5/3} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}}$$

d) $\boxed{Sen\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)} = Sen\,\frac{\pi}{6}\cos\alpha + \cos\frac{\pi}{6}\cdot sen\,\alpha =$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{15}}{4} = -\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{45}}{8} = \boxed{\frac{-1+3\sqrt{5}}{8}}$$

4)



$$\begin{cases} tg\,40^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow \boxed{h = x\cdot tg\,40^\circ} \\ tg\,28^\circ = \frac{h}{x+30} \end{cases}$$

$tg\,28^\circ = \frac{x\cdot tg\,40^\circ}{x+30}$; $tg\,28^\circ(x+30) = x\,tg\,40^\circ$; $x\,tg\,28^\circ + 30\,tg\,28^\circ = x\,tg\,40^\circ$

$0'53171x + 15'951 = 0'8391x$; $\boxed{x = 51'892\,m}$

$\boxed{h = 51'892\cdot tg\,40^\circ = 43'543\,m}$