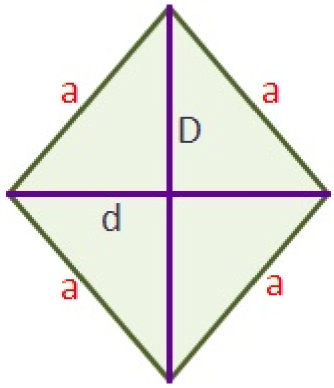
EJERCICIOS RESUELTOS DE TRIGONOMETRÍA

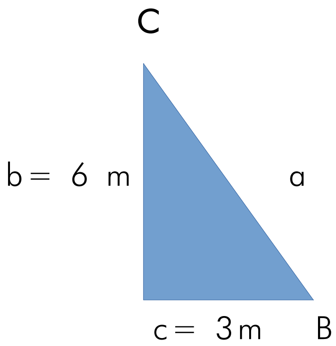
EJERCICIO 4:

Calcular los ángulos y los lados de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 6 m.

Solución:

Dividimos un rombo en cuatro triángulos rectángulos iguales, cuyos catetos son b= 6 m y c=3 m.





$$tg\ B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{6}{3} = 2 \Longrightarrow B = arc\ tg\ 2 = \rightarrow B = 63^{o}\ 26'\ 5.82''$$

C= 90º – 63º 26’ 5’’82=26º 33’ 54”18

Los ángulos del rombo miden el doble de los ángulos B y C.

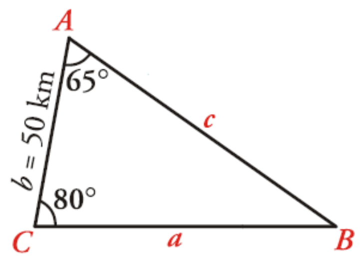
Por el teorema de Pitágoras, $a^2 = 6^2 + 3^2 = 45 \Longrightarrow a = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}\ m$

Los ángulos del rombo miden 126º 52’ 11”6 y 53º 7’ 48”36, y los lados miden $3\sqrt{5}\ m$

EJERCICIO 21:

En dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50 km, son recibidas señales que manda un barco B. Si consideramos el triángulo de vértices A, B y C, el ángulo en A es de 65° y el ángulo en C es de 80°. ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?

Solución:



Hallamos el ángulo $\hat{B}$: $\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 35^\circ$

Hallamos los valores de a y c aplicando el teorema de los senos:

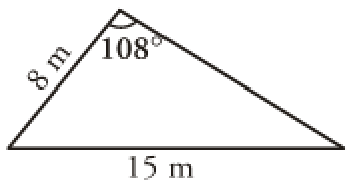
$$\frac{a}{sen\,65^\circ} = \frac{50}{sen\,35^\circ} \rightarrow a = \frac{50\,sen\,65^\circ}{sen\,35^\circ} = 79 \text{ km}$$

$$\frac{c}{sen\,80^\circ} = \frac{50}{sen\,35^\circ} \rightarrow c = \frac{50\,sen\,80^\circ}{sen\,35^\circ} = 85{,}85 \text{ km}$$

Por tanto, el barco está a 79 km de la estación C y a 85,85 km de la estación A.

EJERCICIO 22:

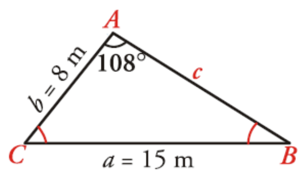
Halla los lados y los ángulos de este triángulo:



Solución:

Hallamos el ángulo $\hat{B}$ con el teorema de los senos :

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{b}{sen\,\hat{B}} \rightarrow \frac{15}{sen\,108^\circ} = \frac{8}{sen\,\hat{B}} \Rightarrow$$



$$sen\,\hat{B} = \frac{8\,sen\,108^\circ}{15} = 0{,}507 \rightarrow \hat{B} = 30^\circ\,28'\,46'' \qquad 15.$$

(Como $\hat{A}$ es obtuso, $\hat{B}$ y $\hat{C}$ han de ser agudos, solo hay una relación).

Hallamos el ángulo $\hat{C}$: $\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 41^\circ\,31'14''$

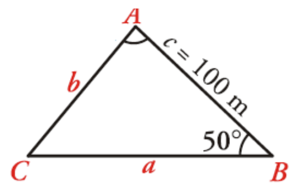
Calculamos el lado c: $\dfrac{c}{sen\hat{C}} = \dfrac{a}{sen\,\hat{A}} \rightarrow \dfrac{c}{sen(41^\circ\,31'14'')} = \dfrac{15}{sen\,108^\circ} \rightarrow c = 10{,}46 \text{ m}$

Por tanto: $a = 15$ m; $\hat{A} = 108^\circ$; $b = 8$ m; $\hat{B} = 30^\circ\,28'46''$; $c = 10{,}46$ m; $\hat{C} = 41^\circ\,31'14''$

EJERCICIO 23:

Se desea unir tres puntos, A, B y C, mediante caminos rectos que unan A con B, B con C y C con A. La distancia de A a B es de 100 metros, el ángulo correspondiente a B es de 50°, y el ángulo en A es de 75°. ¿Cuál es la distancia entre B y C? ¿Y entre A y C?

Solución:



Hallamos el ángulo $\hat{C}$: $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 55^\circ$

Calculamos a y b aplicando el teorema de los senos:

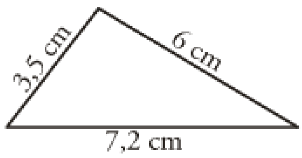
$$\frac{a}{sen\,75^\circ} = \frac{100}{sen\,55^\circ} \rightarrow a = \frac{100 \cdot sen\,75^\circ}{sen\,55^\circ} = 117{,}92\ \text{m}$$

$$\frac{b}{sen\,50^\circ} = \frac{100}{sen\,55^\circ} \rightarrow b = \frac{100 \cdot sen\,50^\circ}{sen\,55^\circ} = 93{,}52\ \text{m}$$

Por tanto, la distancia entre B y C es de 117,92 m y la distancia entre A y C es de 93,52 m.

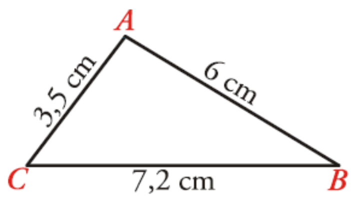
EJERCICIO 24:

Calcula los lados y los ángulos del siguiente triángulo:



Solución:

Como conocemos los tres lados (y cada lado es menor que la suma de los otros dos), existe solución única. Hallamos los ángulos A y B con el teorema del coseno:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A} \Rightarrow 51{,}84 = 12{,}25 + 36 - 42\cos\hat{A} \Rightarrow$$

$$42\cos A = 12{,}25 + 36 - 51{,}84 \Rightarrow 42\cos\hat{A} = -3{,}59$$

$$\cos\hat{A} = -0{,}085 \quad \rightarrow \quad \hat{A} = 94^\circ\ 54'12''$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - ac\cos\hat{B} \quad \rightarrow \quad 12{,}25 = 51{,}84 + 36 - 86{,}4\cos\hat{B} \Rightarrow$$

$$86{,}4\cos\hat{B} = 51{,}84 + 36 - 12{,}25 \quad \rightarrow \quad \cos\hat{B} = 0{,}875 \Rightarrow \hat{B} = 28^\circ\ 58'7''$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 56^\circ\ 7'41''$$

Por tanto: $a = 7{,}2\ \text{cm};\ \hat{A} = 94^\circ\ 54'12'';\ b = 3{,}5\ \text{cm};\ \hat{B} = 28^\circ\ 58'7'';\ c = 6\ \text{cm};\ \hat{C} = 56^\circ\ 7'41''$

EJERCICIO 25:

Sara y Manolo quieren saber a qué distancia se encuentra un castillo que está en la orilla opuesta de un río. Se colocan a 100 metros de distancia el uno del otro y consideran el triángulo en cuyos vértices están cada uno de los dos, y el castillo. El ángulo correspondiente al vértice en el que está Sara es de 25º y el ángulo del vértice en el que está Manolo es de 140º. ¿A qué distancia se encuentra Sara del castillo? ¿Y Manolo?

Solución:

El ángulo $\hat{C}$ será: $\hat{C} = 180^\circ - (25^\circ + 140^\circ) = 15^\circ$

Con el teorema de los senos hallamos los lados x e y:

$$\frac{x}{sen\,140^\circ} = \frac{100}{sen\,15^\circ} \rightarrow x = \frac{100\,sen\,140^\circ}{sen\,15^\circ} = 248{,}35 \text{ m}$$

$$\frac{y}{sen\,25^\circ} = \frac{100}{sen\,15^\circ} \rightarrow y = \frac{100\,sen\,25^\circ}{sen\,15^\circ} = 163{,}29 \text{ m}$$

Por tanto: Sara está a 248,35 m del castillo y Manolo, a 163,29 m.