

Tipo I: Relación entre las razones trigonométricas de un ángulo

1. Si $\operatorname{cosec} \alpha = -\frac{5}{2}$ y α es del cuarto cuadrante, calcula sin hallar el valor de α , sus restantes razones trigonométricas.

[sol] $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{2}{5}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$; $\sec \alpha = \frac{5\sqrt{21}}{21}$; $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\sqrt{21}}{21}$; $\operatorname{cotg} \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{2}$.

2. Si $\cos \alpha = -0,76$ y α es del segundo cuadrante, calcula sin hallar el valor de α , sus restantes razones trigonométricas.

[sol] $\sec \alpha = -1,32$; $\sen \alpha = 0,65$; $\operatorname{cosec} \alpha = 1,54$; $\operatorname{tg} \alpha = -0,86$; $\operatorname{cotg} \alpha = -1,17$.

3. [S] De un ángulo α del primer cuadrante se conoce que $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$. Calcula el valor exacto de:

- a) $\operatorname{tg} \alpha$
- b) $\sin (2\alpha)$

[sol] a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; b) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

4. Si $\cot g \alpha = -2$ y $\operatorname{sen} \beta = 4 \cos \beta$ calcula:

- a) $\operatorname{tg} 2\alpha$ b) $\operatorname{tg} (\alpha - \beta)$

[sol] a) $-4/3$; b) $9/2$

5. Calcula las razones del ángulo $\alpha + \beta$ sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{4}$, con $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, y

$$\cos \beta = -\frac{1}{3}, \text{ con } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

[sol] $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \frac{-1 + \sqrt{120}}{12}$; $\cos(\alpha + \beta) = \frac{-\sqrt{15} - \sqrt{8}}{12}$; $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{15} - 15\sqrt{8}}{15 + \sqrt{120}}$

6. Si α es un ángulo del segundo cuadrante y $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$, calcula:

- a) $\sin 2\alpha$ b) $\sin \frac{\alpha}{2}$ c) $\cos (\pi + \alpha)$ d) $\operatorname{tg} (\pi - \alpha)$

[sol] a) $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$, b) $\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{6}}$; c) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; d) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

7. Sin utilizar calculadora, determina el valor numérico de la expresión:

$$\frac{2}{5} \operatorname{sen} 330^\circ - \frac{1}{4} \operatorname{tg} 135^\circ + 2 \cos 270^\circ - \frac{1}{6} \operatorname{tg} 240^\circ.$$

[sol] $\frac{3-10\sqrt{3}}{60}$

8. Calcula el valor numérico de la expresión $\cos \frac{\pi}{3} - 2 \sin^2 \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \operatorname{cosec} \frac{5\pi}{6}$.

[sol] 1

Tipo II: Identidades. Fórmulas de adición y transformación

9. Demuestra que:

a) $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$

b) $\cos(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha$

10. Comprueba las siguientes identidades:

a) $\cot g \alpha - \frac{\cot g^2 \alpha - 1}{\cot g \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$

b) $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

11. Comprueba la identidad: $\frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1 - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$.

12. ¿Es cierta la igualdad $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha$?

[sol] No.

Tipo IV: Ecuaciones y sistemas trigonométricos

13. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2 \sin 2x = 1$ b) $3 \operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$ c) $3 \cos \frac{x}{2} = 1,5$ d) $5 \sin 4x = 0$

[sol] a) $x = \begin{cases} 15^\circ + k \cdot 180^\circ \\ 75^\circ + k \cdot 180^\circ \end{cases}$; b) $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k \cdot \pi}{2}$; c) $x = \begin{cases} 120^\circ + k \cdot 720^\circ \\ 600^\circ + k \cdot 720^\circ \end{cases}$; d) $x = 0 + k \cdot \frac{\pi}{4}$.

14. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sin(45^\circ + x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

[sol] a) $x = \begin{cases} k \cdot 2\pi \\ \frac{5\pi}{3} + k \cdot 2\pi \end{cases}$; b) $x = \begin{cases} 180^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 270^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}$

15. Resuelve la ecuación: $\cos x = \sin 2x$

[sol] $x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ$; $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

16. Resuelve la ecuación: $\operatorname{tg} x = \sqrt{2} \cos x$

[sol] $x = 45^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 135^\circ + k \cdot 180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

17. Resuelve la ecuación: $\operatorname{tg} 2x = -\operatorname{tg} x$

[sol] $x = 0^\circ + k \cdot 180^\circ$; $x = 60^\circ + k \cdot 180^\circ$; $x = 120^\circ + k \cdot 180^\circ$, ($k \in \mathbb{Z}$)

18. Resuelve la ecuación: $\sin 2x \cos x = 3 \sin^2 x$

[sol] $x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ$; $x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$; ($k \in \mathbb{Z}$)