EXAMEN

EXPRESIONES ALGEBRAICAS, ECUACIONES.

1. Reduce la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{4x^3-12x^2+9x-2}{2x^4-3x^3-3x^2+2x}$$

(1.25 puntos)

2. Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

$$a)\ \frac{2x}{x+1}\cdot\frac{3}{x^2-2x}+\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x-2}=$$

$$b)\ \left[\left(\frac{x-3}{x+3}\right)-\left(\frac{x^2+9}{x^2-9}\right)\right]:\left[\left(\frac{x-3}{x+3}\right)^2-1\right]=$$

(2.75 puntos)

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\ x^5+2x^3-3x=0$

$b)\ \sqrt{2x+3}+\sqrt{x+6}=6$

$c)\ 3^{2x+1}-3^{x-1}+3^{x+2}-1=0$

$d)\ \log(x+6)=\log(3x+2)-\log(x-1)$

(4,5 puntos)

4. Aplica el teorema del resto para encontrar el valor de $\boldsymbol{k}$, sabiendo que la división $(x^4+\boldsymbol{k}\,x^3+3x^2+5x-88):(x+3)$ da de resto 5.

(1 punto)

Sea $P(x)=x^4+kx^3+3x^2+5x-88$. Según el T. resto $P(-3)$ es el resto de la división $P(x):(x+3) \Rightarrow P(-3)=5 \Rightarrow (*)$

5. Construye un polinomio de tercer grado cuyas raíces sean -4 doble y 1/2 y cuyo término principal sea 2.

(0,5 puntos)

$2(x+4)^2(x-\frac{1}{2})$

4.-

$(*)\quad (-3)^4+k(-3)^3+3(-3)^2+5(-3)-88=5$

$81+k\cdot(-27)+27-15-88=5$

$-27k=0 \Rightarrow \boxed{k=0}$

1.- $\dfrac{4x^3-12x^2+9x-2}{2x^4-3x^3-3x^2+2x} = \dfrac{\cancel{(x-2)}(2x-1)^{\cancel{2}}}{x\cancel{(x-2)}(x+1)\cancel{(2x-1)}} = \boxed{\dfrac{2x-1}{x(x+1)}}$

(a) $4x^3-12x^2+9x-2 = (x-2)(2x-1)^2$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 4 & -12 & 9 & -2 \\ 2 & & 8 & -8 & 2 \\ \hline & 4 & -4 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$4x^2-4x+1 = (2x-1)^2$

Cuadrado de una diferencia

o bien $4x^2-4x+1=0$

$x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-16}}{8} = \dfrac{1}{2}$ doble

$4x^2-4x+1 = 4\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

$= (2x-1)^2.$

(b) $2x^4-3x^3-3x^2+2x =$

$= x(2x^3-3x^2-3x+2) =$

$= x(x-2)(x+1)(2x-1)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -3 & -3 & 2 \\ 2 & & 4 & 2 & -2 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & \boxed{0} \\ -1 & & -2 & 1 & \\ \hline & 2 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

2.- a) $\underbrace{\dfrac{2x}{x+1} \cdot \dfrac{3}{x^2-2x}}_{\text{Primero se multiplica}} + \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{1}{x-2} =$

$\dfrac{6x}{(x+1)(x-2)x} + \dfrac{2x(x-2)}{(x+1)x(x-2)} - \dfrac{x(x+1)}{x(x+1)(x-2)} = \dfrac{6x+2x^2-4x-x^2-x}{x(x+1)(x-2)} =$

$= \dfrac{x^2+x}{x(x+1)(x-2)} = \dfrac{x(x+1)}{x(x+1)(x-2)} = \dfrac{1}{x-2}$

b) $\left[\left(\dfrac{x-3}{x+3}\right) - \dfrac{x^2+9}{x^2-9}\right] : \left[\dfrac{(x-3)^2}{(x+3)^2} - 1\right] = \left[\dfrac{(x-3)(x-3)}{(x+3)(x-3)} - \dfrac{x^2+9}{(x+3)(x-3)}\right] : \dfrac{(x-3)^2-(x+3)^2}{(x+3)^2}$

$= \left(\dfrac{x^2+9-6x}{(x+3)(x-3)} - \dfrac{x^2+9}{(x+3)(x-3)}\right) : \left(\dfrac{x^2+9-6x-x^2-9-6x}{(x+3)^2}\right) = \dfrac{-6x}{(x+3)(x-3)} : \dfrac{-12x}{(x+3)^2} =$

$= \dfrac{-6\cancel{x}(x+3)^{\cancel{2}}}{-12\cancel{x}\cancel{(x+3)}(x-3)} = \dfrac{x+3}{2(x-3)}$

3.- a) $x^5+2x^3-3x=0$

$x(x^4+2x^2-3)=0 \begin{cases} x=0 \\ x^4+2x^2-3=0 \text{ (bicuadrada)} \end{cases}$

$x^2=t \Rightarrow t^2+2t-3=0 \Rightarrow t=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{-2\pm 4}{2} \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$

si $x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

si $x^2=-3 \Rightarrow$ No hay solución

$\boxed{\text{Soluc: } 0, +1, -1}$

b) $\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+6}=6$

$\sqrt{2x+3}=6-\sqrt{x+6}$

$(\sqrt{2x+3})^2=(6-\sqrt{x+6})^2$

$2x+3=36+x+6-12\sqrt{x+6}$

$12\sqrt{x+6}=39-x$

$(12\sqrt{x+6})^2=(39-x)^2$

$144(x+6)=1521+x^2-78x$

$0=x^2-222x+657$

$x=\frac{222\pm\sqrt{222^2-4\cdot 657}}{2}=\frac{222\pm 216}{2}$

$x \begin{cases} 219 \text{ no válida} \\ 3 \text{ válida} \end{cases}$

•) Si $x=219$ no ES VÁLIDA

$\sqrt{2\cdot 219+3}+\sqrt{219+6}\overset{?}{=}6$

$\sqrt{441}+\sqrt{225}\overset{?}{=}6$

$21+15\neq 6$

••) $x=3$ ES VÁLIDA

$\sqrt{2\cdot 3+3}+\sqrt{3+6}=6$

$\sqrt{9}+\sqrt{9}=6$

$3+3=6$

$6=6$ ✓

c) $3^{2x+1}-3^{x-1}+3^{x+2}-1=0$ Hacemos $3^x=t$

$3^{2x}\cdot 3-\frac{3^x}{3}+3^x\cdot 3^2-1=0$

$3t^2-\frac{t}{3}+9t-1=0 \Rightarrow 9t^2-t+27t-3=0$

$9t^2+26t-3=0 \Rightarrow t=\frac{-26\pm\sqrt{784}}{18}$

$t=\frac{-26\pm 28}{18} \begin{cases} 2/18 \\ -3 \end{cases}$

Si $3^x=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}=3^{-2} \Rightarrow \boxed{x=-2}$

Si $3^x=-3$ no hay solución

d) $\log(x+6) = \log(3x+2) - \log(x-1)$

$\log(x+6) = \log\left(\frac{3x+2}{x-1}\right) \Rightarrow x+6 = \frac{3x+2}{x-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x+6)(x-1) = 3x+2$

$x^2+6x-x-6 = 3x+2$

$x^2+2x-8=0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$ → 2 / → -4 no puede ser válida porque el argumento de dos logaritmos sería un número negativo.

$\boxed{x=2 \text{ es válida}}$