ACTIVIDADES
FUNCIONES ELEMENTALES

1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones, a partir de su fórmula:

$a)\ y=\sqrt{x^2+1}$ $\quad b)\ y=\dfrac{1}{x^2+4}$ $\quad c)\ y=x^3-2x+3$ $\quad d)\ y=\dfrac{12}{(x-2)\cdot(x+2)\cdot(x-1)}$

$e)\ y=\dfrac{3}{x^2+x}$ $\quad f)\ y=\dfrac{x}{(x-2)^2}$ $\quad g)\ y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ $\quad h)\ y=\dfrac{2}{5x-x^2}$

$i)\ y=\sqrt{-3x}$ $\quad j)\ y=\sqrt{x^2+3x+4}$ $\quad k)\ y=\sqrt{x^2-4x-5}$ $\quad l)\ y=\sqrt{4-x^2}$

$m)\ y=\dfrac{-1}{x^3-x^2}$ $\quad n)\ y=\dfrac{2x}{x^2-1}$ $\quad ñ)\ y=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ $\quad o)\ y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$p)\ y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$ $\quad q)\ y=Ln\left(\dfrac{3x+2}{3x-9}\right)$ $\quad r)\ y=\log\left(\dfrac{-3}{x^2-5x+6}\right)$

2. Representa gráficamente las parábolas siguientes:

$a)\ y=x^2-2x+3$ $\quad b)\ y=-x^2+2x-3$ $\quad c)\ y=x^2+2x+3$

$d)\ y=\dfrac{1}{3}x^2-x+3$ $\quad e)\ y=-x^2+3x$ $\quad f)\ y=x^2-4$ $\quad g)\ y=2x^2+1$

3. Representa gráficamente las siguientes funciones racionales, indicando su dominio y asíntotas:

$a)\ y=\dfrac{2}{x+1}$ $\quad b)\ y=\dfrac{2x-5}{x-3}$ $\quad c)\ y=\dfrac{2x+3}{x}$

4. Representa gráficamente las funciones:

$a)\ y=+\sqrt{x}$ $\quad b)\ y=+\sqrt{x-2}$ $\quad c)\ y=1+\sqrt{x}$

5. Halla la representación gráfica de las siguientes funciones definidas a trozos:

$$a)\ y=\begin{cases} x & si\ x\le 2 \\ 1 & si\ x>2 \end{cases} \qquad b)\ y=\begin{cases} x^2+2x+1 & si\ x\le 0 \\ 1 & si\ 0<x<4 \\ x-3 & si\ x\ge 4 \end{cases}$$

$$c)\ y=\begin{cases} x+1 & si\ x\in[-3,0[\\ x^2-2x+1 & si\ x\in[0,3] \\ 4 & si\ x\in]3,+\infty[\end{cases} \qquad d)\ y=\begin{cases} 2x+1 & si\ x<1 \\ x^2-1 & si\ x\ge 1 \end{cases}$$

$$e)\ y=\begin{cases} -2x+1 & si\ x<-2 \\ \dfrac{x^2}{2} & si-2\le x\le 2 \\ 3 & si\ x>2 \end{cases}$$

6. Representa gráficamente las funciones siguientes:

$a)\ y=|-3x|$ $\quad b)\ y=|2x-5|$

$c)\ y=|x^2-4x+3|$ $\quad d)\ y=|-x^2+1|$

7. Representa gráficamente las funciones exponenciales y logarítmicas siguientes:

$a)\ y=\log(x+2)$ $\quad b)\ \log_3(-x+1)$

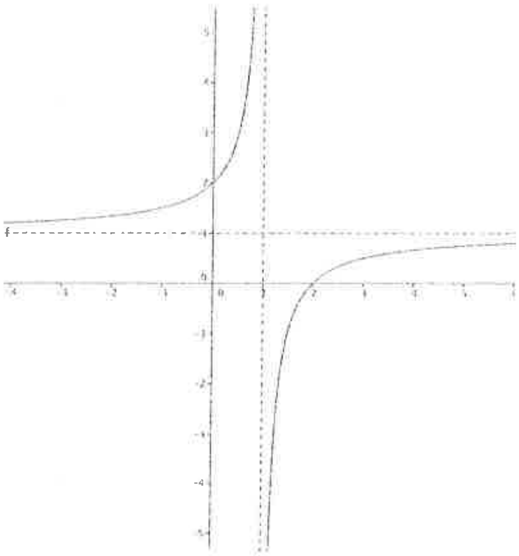
$c)\ y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ $\quad d)\ y=2^{x-1}$

8. Dadas las funciones $f(x) = \log x$ y $g(x) = x^2 + 2x - 3$, halla:

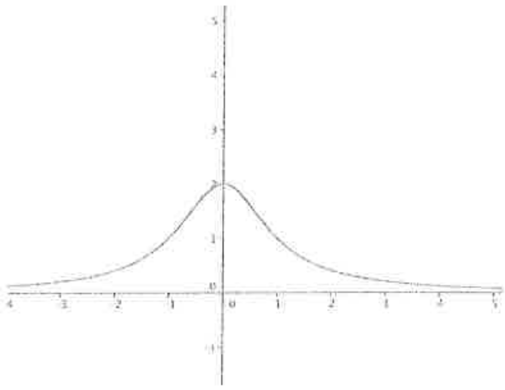
a) h(x) = $fog(x)$ y Dominio de h(x) b) gof(x)

9. Observa las siguientes funciones y, a la vista de su gráfica, determina su dominio, recorrido o imagen, intervalos de crecimiento y decrecimiento y existencia de máximos mínimos relativos. Si es posible, determina sus asíntotas.

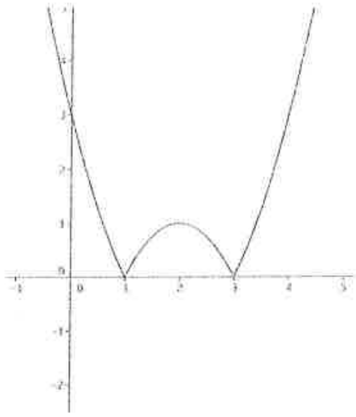
a)



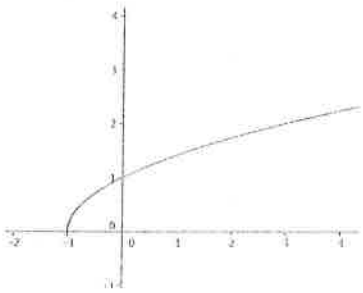
b)



c)



d)



10. Relaciona cada gráfica del ejercicio anterior con una de las siguientes expresiones: (Una de ellas sobra)

$I)\ y = |x^2 - 4x + 3|$ $II)\ y = \frac{x-2}{x-1}$

$III)\ y = log(x+1)$ $IV)\ y = \sqrt{x+1}$ $V)\ y = \frac{2}{x^2+1}$

(SOLUCIONES)

1.- a) $y=\sqrt{x^2+1}$ Dom $=\mathbb{R}$

b) $y=\dfrac{1}{x^2+4}$ Dom $=\mathbb{R}$
$x^2+4=0$ no tiene solución

c) $y=x^3-2x+3$
$D=\mathbb{R}$

d) $y=\dfrac{12}{(x-2)\cdot(x+2)\cdot(x-1)}$ $D=\mathbb{R}-\{-2,2,1\}$

$(x-2)(x+2)(x-1)=0 \Rightarrow$ $x=2$, $x=-2$, $x=1$

e) $y=\dfrac{3}{x^2+x}$ Dom $=\mathbb{R}-\{0,-1\}$

$x^2+x=0 \Leftrightarrow x(x+1)=0 \Leftrightarrow$ $x=0$, $x=-1$

f) $y=\dfrac{x}{(x-2)^2}$ Dom $=\mathbb{R}-\{2\}$

g) $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ $D=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$

$2x+1=0 \Leftrightarrow x=-1/2$

h) $y=\dfrac{2}{5x-x^2}$ $5x-x^2=0 \Leftrightarrow$ $x=0$, $x=5$ Dom $=\mathbb{R}-\{0,5\}$

i) $y=\sqrt{-3x}$ $-3x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 0$ Dom $=(-\infty,0]$

j) $y=\sqrt{x^2+3x+4}$ $x^2+3x+4\geq 0$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-16}}{2}$ no hay solución

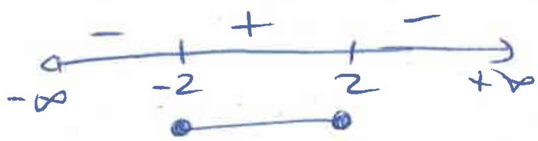
El radicando es siempre positivo, luego Dom $=\mathbb{R}$

k) $y=\sqrt{x^2-4x-5}$ $x^2-4x-5\geq 0$ Raíces: $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)\geq 0$ $x \begin{cases}-1\\5\end{cases}$

Dom $=(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$

l) $y=\sqrt{4-x^2}$ $\qquad 4-x^2 \geq 0 \iff (2-x)(2+x)\geq 0$ $\qquad$ Raíces: $-2, 2$



$D=[-2,2]$

m) $y=\dfrac{-1}{x^3-x^2}$ $\qquad x^3-x^2=0$ $\quad$ Raíces: $x=0$ y $x=1$

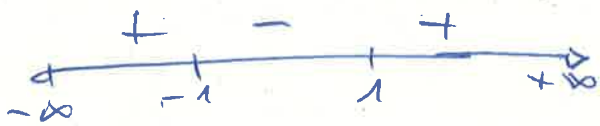
$\text{Dom}=\mathbb{R}-\{0,1\}$

n) $y=\dfrac{2x}{x^4-1}$ $\qquad x^4-1=0 \iff$ Raíces: $x=1,\ x=-1$

$\text{Dom}=\mathbb{R}-\{-1,1\}$

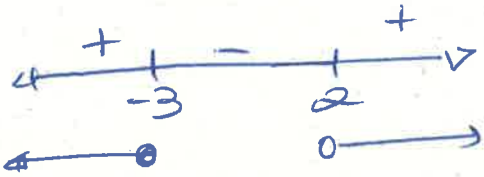
ñ) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ $\qquad x-1>0 \Rightarrow x>1$ $\qquad \text{Dom}=(1,+\infty)$

o) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ $\qquad x^2-1>0 \Rightarrow (x-1)(x+1)>0$



$D=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

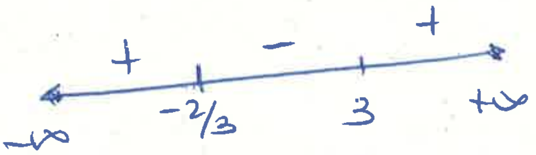
p) $y=\sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$ $\qquad \dfrac{x+3}{x-2}\geq 0$ $\qquad$ $x=-3$, $x=2$ raíces



$\text{Dom}=(-\infty,-3]\cup(2,+\infty)$

q) $y=\ln\left(\dfrac{3x+2}{3x-9}\right)$ $\qquad \dfrac{3x+2}{3x-9}>0$ $\qquad 3x+2=0 \Rightarrow x=-2/3$

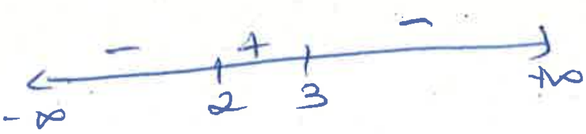
$3x-9=0 \Rightarrow x=3$



$\text{Dom}=\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)\cup(3,+\infty)$

r) $y=\log\left(\dfrac{-3}{x^2-5x+6}\right)$

El numerador no tiene raíces. El denominador se anula para $x=2$ y $x=3$.



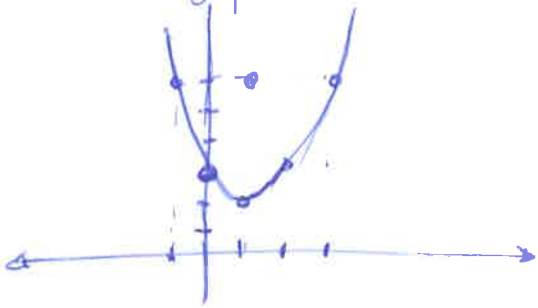
$\text{Dom}=(2,3)$

2.- a) $y = x^2 - 2x + 3$. $D = \mathbb{R}$

Vértice: $x = \frac{2}{2} = 1$

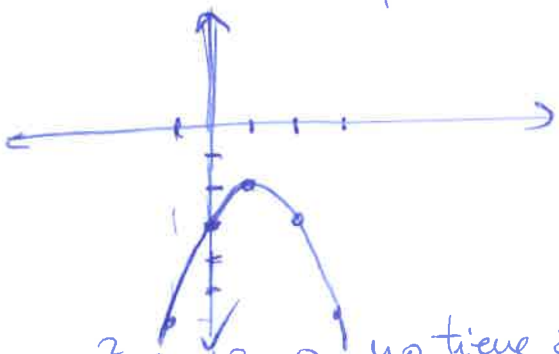
$x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow$ No tiene solución (no hay puntos de corte con el eje X)

x	y
-2	11
-1	6
0	3
1	2 → Vértice
2	3
3	6



b) $y = -x^2 + 2x - 3$ $D = \mathbb{R}$ (Es la opuesta del a). No hay puntos de corte con el eje X)

x	y
-1	-6
0	-3
1	-2 → V
2	-3
3	-6



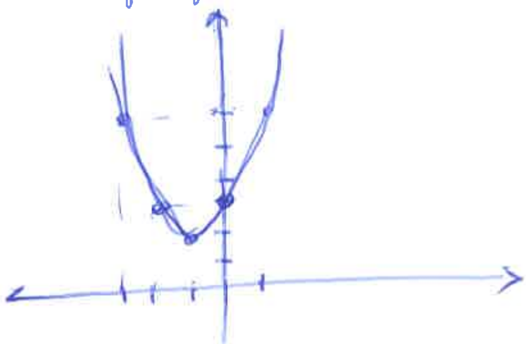
c) $y = x^2 + 2x + 3$

$x^2 + 2x + 3 = 0$ no tiene solución

La gráfica no corta al eje X

V: $x = -1$

x	y
-3	6
-2	3
-1	2
0	3
1	6



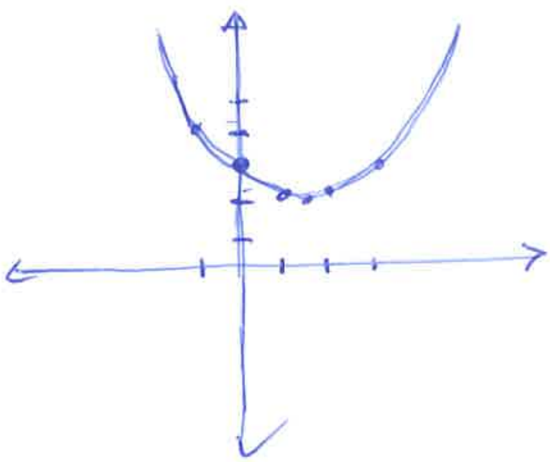
d) $y = \frac{1}{3}x^2 - x + 3$

$\frac{1}{3}x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 9 = 0$

No hay solución, no hay puntos de corte con el eje X.

V: $x = \frac{1}{2/3} = \frac{3}{2} = 1'5$

x	y
-1	13/3
0	3
1	7/3
3/2	9/4
2	7/3
3	3



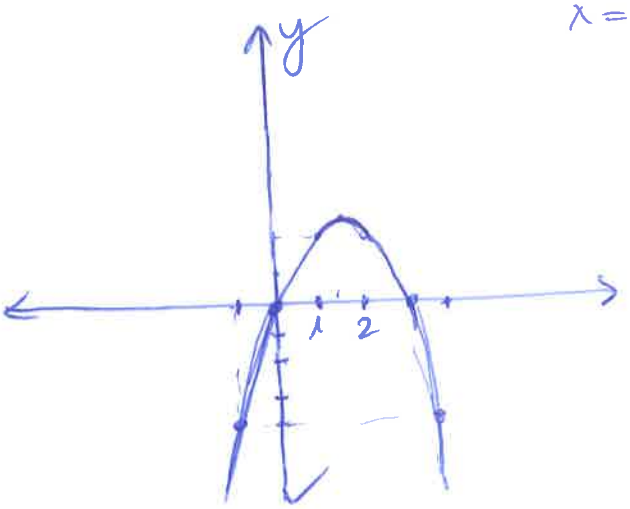
e) $y = -x^2 + 3x$

$V \Rightarrow x = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} = 1'5$

$-x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow$

$x(-x+3) = 0 \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right\}$ Puntos de corte con el eje X

	x	y
	-2	-10
	-1	-4
	0	0
	1	2
Vértice:	1'5	9/4 = 2'25
	2	2
	3	0
	4	-4



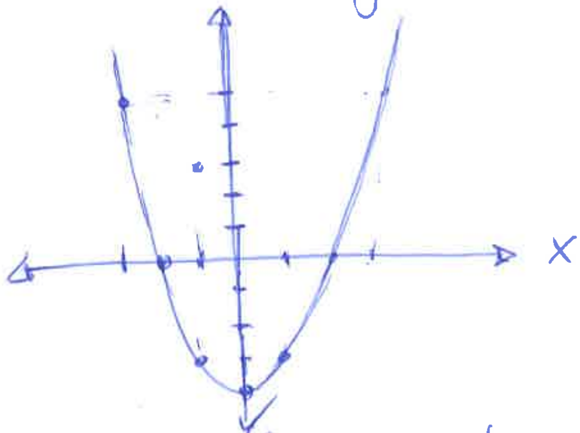
f) $y = x^2 - 4$ $D = \mathbb{R}$

VÉRTICE: $x = 0$

$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

La gráfica corta al eje de abcisas en $x = -2$ y $x = 2$.

	x	y
	-3	5
	-2	0
	-1	-3
Vértic:	0	-4
	1	-3
	2	0
	3	5

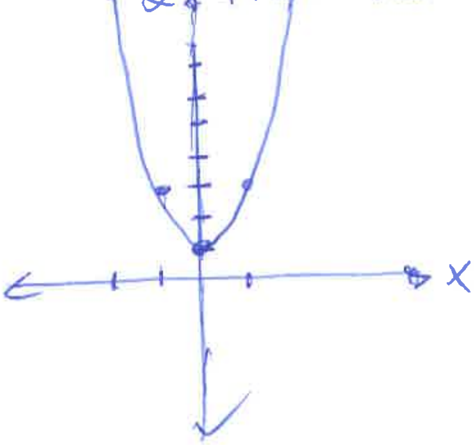


g) $y = 2x^2 + 1$ $D = \mathbb{R}$

V: $x = 0$

la gráfica no corta al eje de abcisas en ningún punto porque $2x^2+1=0$ no tiene solución

x	y
-2	9
-1	3
0	1
1	3
2	9

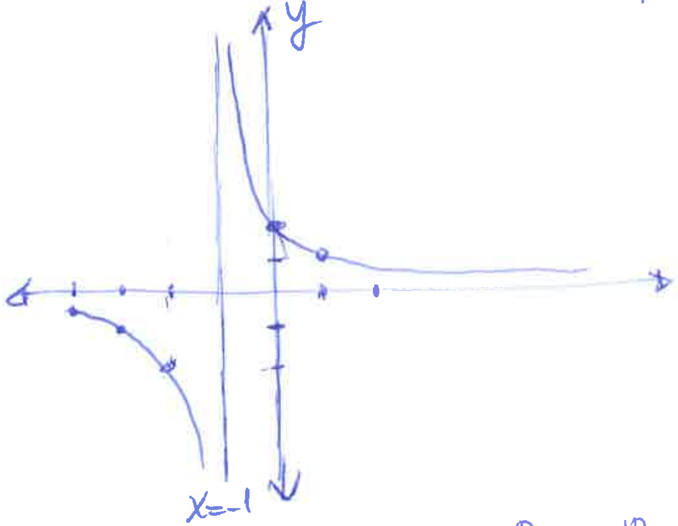


3.- a) $y = \dfrac{2}{x+1}$ $\quad x+1=0 \iff x=-1 \iff D=\mathbb{R}-\{-1\}$.

En $x=-1$ hay una asíntota vertical.

En $y=0$ hay una asíntota horizontal (Eje X)

x	y
-4	-2/3
-3	-1
-2	-2
0	2
1	1
2	2/3

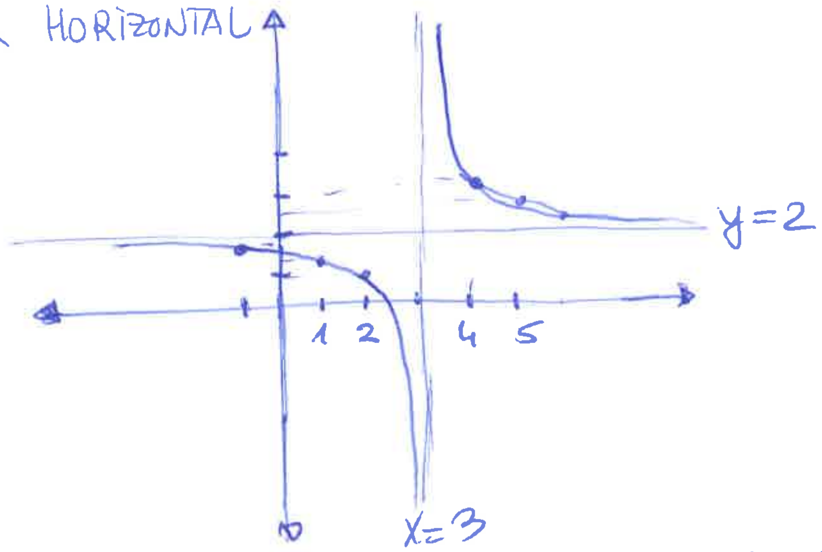


b) $y = \dfrac{2x-5}{x-3}$ $\quad x-3=0 \iff x=3 \quad Dom=\mathbb{R}-\{3\}$.

$x=3 \Rightarrow$ Asíntota VERTICAL

$y=2 \Rightarrow$ Asíntota HORIZONTAL

x	y
-1	7/4
0	5/3
1	3/2
2	1
4	3
6	7/3
5	5/2

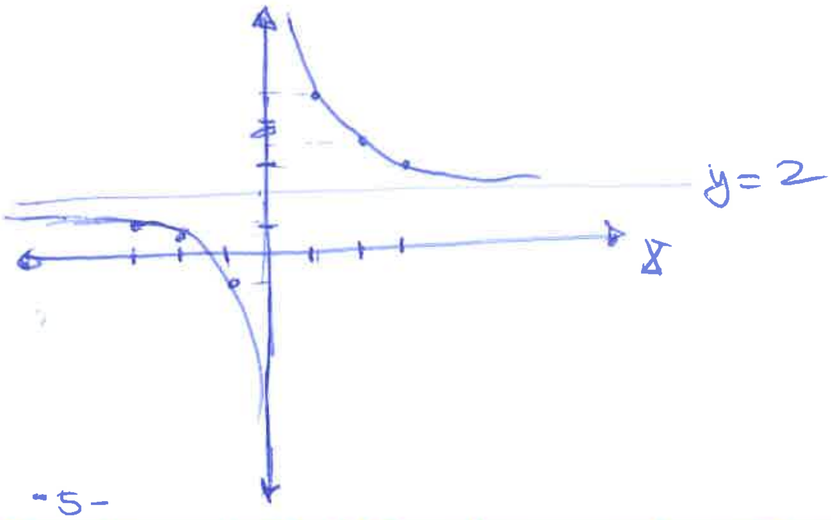


c) $y = \dfrac{2x+3}{x}$ $\quad D=\mathbb{R}-\{0\}$

$x=0$ (Eje Y) asíntota vertical

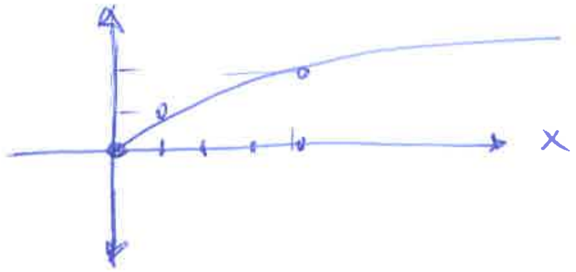
$y=2$ (Asíntota horizontal

x	y
-3	1
-2	1/2
-1	-1
1	5
2	7/2
3	3



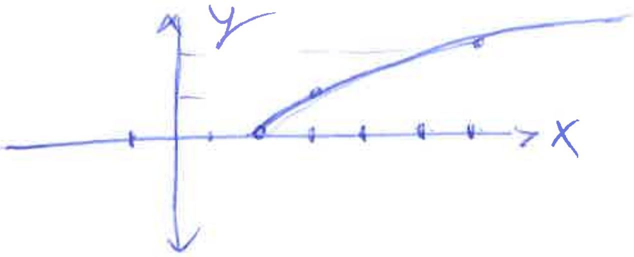
4.- a) $y = +\sqrt{x}$ $\quad D = [0, +\infty)$

x	y
0	0
1	1
4	2
9	3



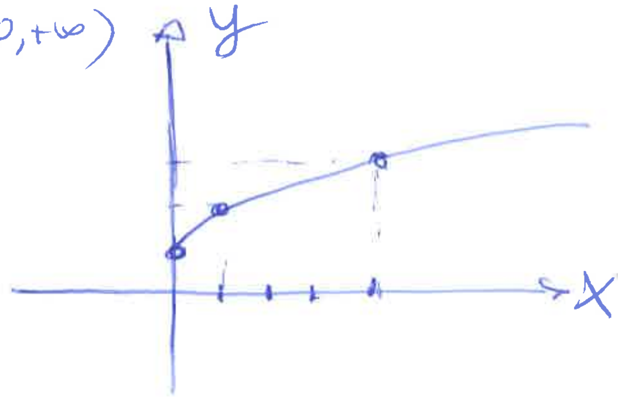
b) $y = +\sqrt{x-2}$ $\quad x - 2 \geq 0 \quad x \geq 2 \quad D = [2, +\infty)$

x	y
2	0
3	1
6	2

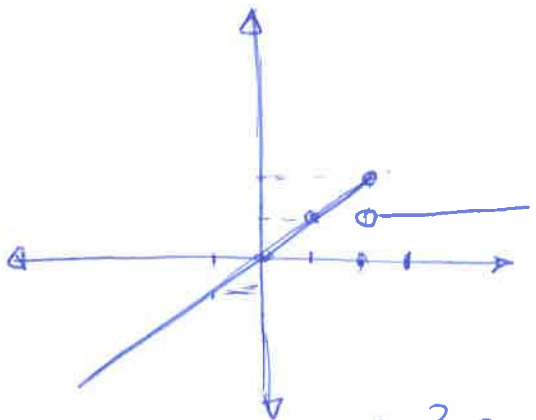


c) $y = 1 + \sqrt{x}$ $\quad D = [0, +\infty)$

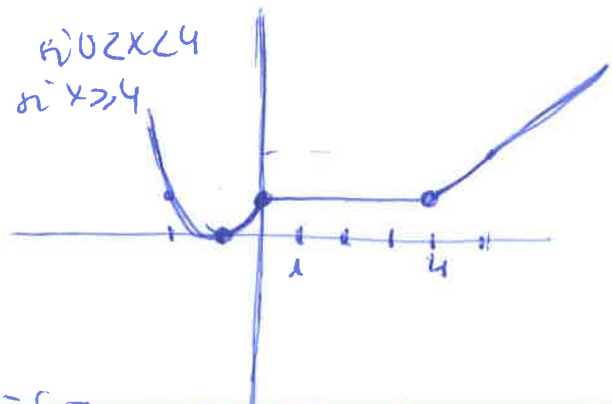
x	y
0	1
1	2
4	3
9	4



5.- a) $y = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

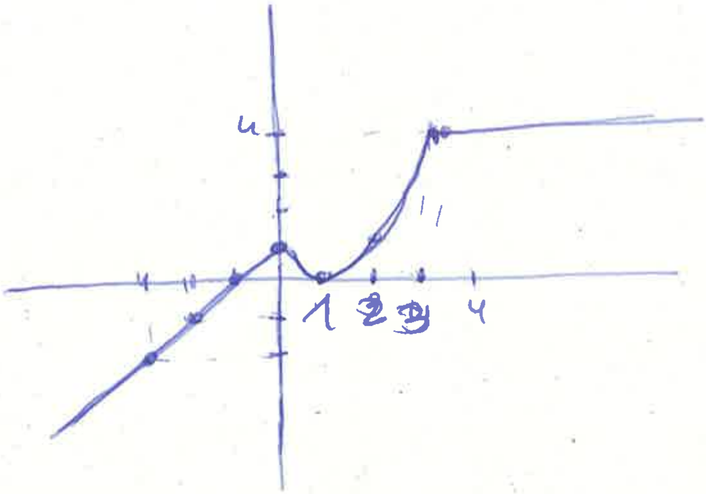


b) $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 4 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$ $\quad$ Vértice: $x = \frac{-2}{2} = -1$



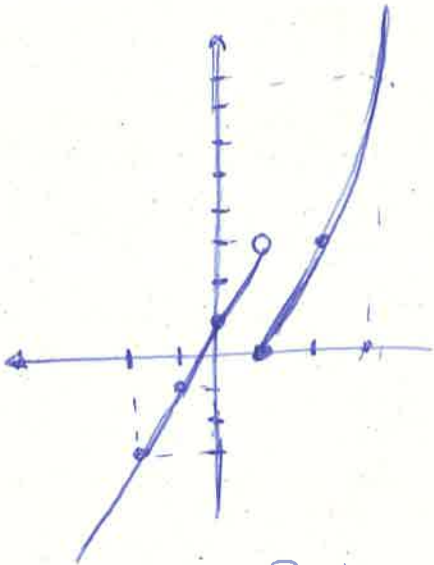
c) $y=\begin{cases} x+1 & \text{si } x\in[-3,0) \\ x^2-2x+1 & \text{si } x\in[0,3] \\ 4 & \text{si } x\in(3,+\infty) \end{cases}$ $\quad$ $\begin{matrix} -3\le x<0 \\ 0\le x\le 3 \\ 3<x \end{matrix}$ $\quad$ V: $x=1$

x	y
-3	-2
-2	-1
-1	0
0	1
1	0
2	1
3	4
4	4
5	4



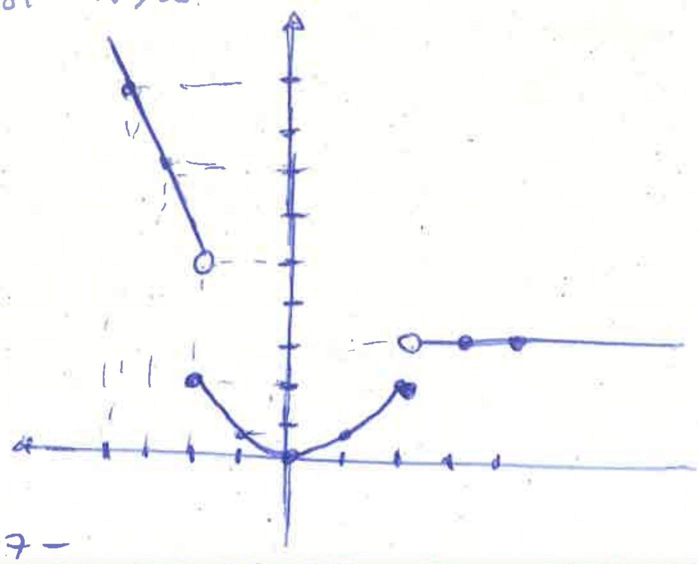
d) $y=\begin{cases} 2x+1 & \text{si } x<1 \\ x^2-1 & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$ $\quad$ V: $x=0$ (no pertenece a este intervalo)

x	y
-2	-3
-1	-1
0	1
1	0
2	3
3	8



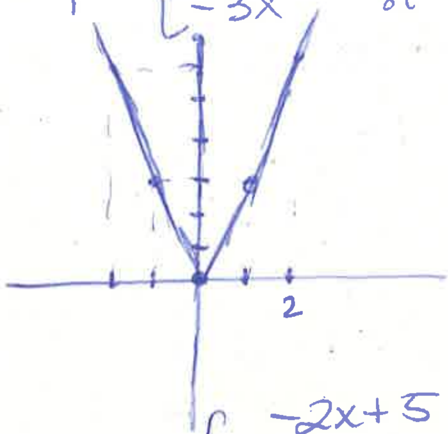
e) $y=\begin{cases} -2x+1 & \text{si } x<-2 \\ x^2/2 & \text{si } -2\le x\le 2 \\ 3 & \text{si } x>2 \end{cases}$ $\quad$ Vértice: $x=0$

x	y
-4	9
-3	7
-2	2
-1	1/2
0	0
1	1/2
2	2
3	3
4	3



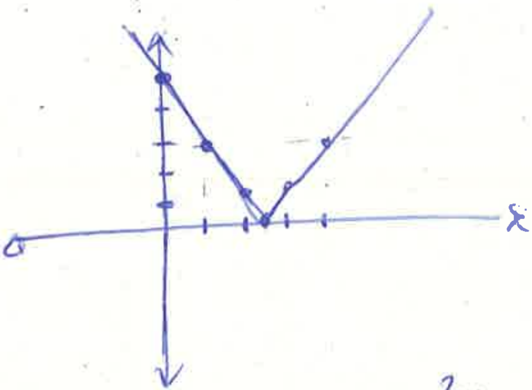
6.- a) $y=|-3x| = \begin{cases} +3x & \text{si } -3x<0 \iff x>0 \\ -3x & \text{si } -3x\geq 0 \iff x\leq 0 \end{cases}$

x	y
-2	6
-1	3
0	0
1	3
2	6



b) $y=|2x-5| = \begin{cases} -2x+5 & \text{si } 2x-5<0 \quad (\text{si } x<5/2) \\ 2x-5 & \text{si } 2x-5\geq 0 \quad (\text{si } x\geq 5/2) \end{cases}$

x	y
-1	7
0	5
1	3
2	1
2'5	0
3	1
4	3



c) $y=|x^2-4x+3| = \begin{cases} -x^2+4x-3 & \text{si } x^2-4x+3<0 \quad (x\in(1,3)) \\ x^2-4x+3 & \text{si } x^2-4x+3\geq 0 \quad (x\in(-\infty,1]\cup[3,+\infty)) \end{cases}$

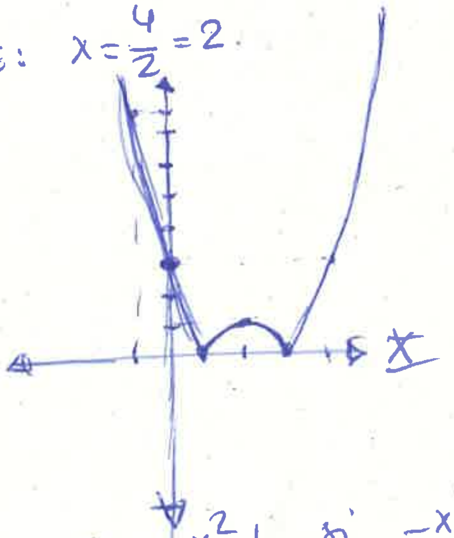
VÉRTICE: $x=\frac{4}{2}=2$.

$x^2-4x+3=0 \iff x=1;\ 3.$

$(x-1)(x-3)<0 \iff x\in(1,3)$

$(x-1)(x-3)\geq 0 \iff$
$x\in(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$

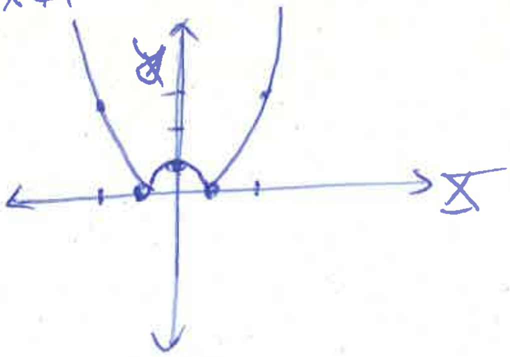
x	y
-1	8
0	3
1	0
2	1
3	0
4	3
5	8



d) $y=|-x^2+1| = \begin{cases} x^2-1 & \text{si } -x^2+1<0 \quad (\text{si } x\in(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)) \\ -x^2+1 & \text{si } -x^2+1\geq 0 \quad (\text{si } x\in[-1,1]) \end{cases}$

V: $x=0$

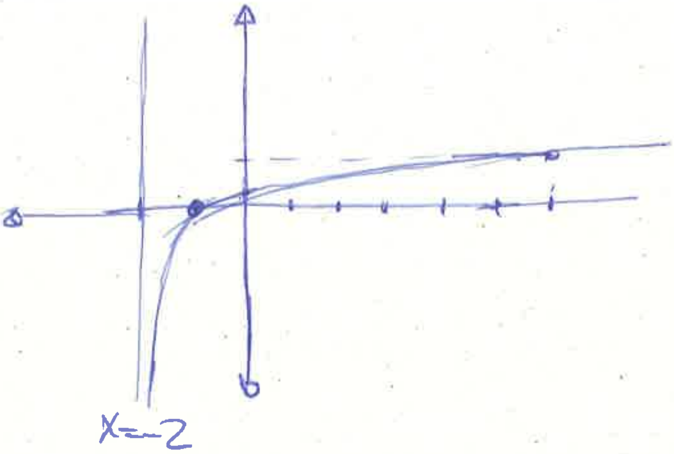
x	y
-2	3
-1	0
0	1
1	0
2	3



7.-

a) $y = \log(x+2)$ $\qquad x+2>0 \Leftrightarrow x>-2 \qquad D=(-2,+\infty)$

x	y
-1	0
0	$\log 2 = 0'303$
8	$\log 10 = 1$

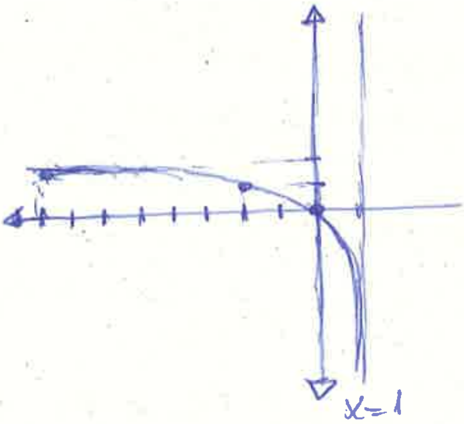


En $x=-2$ hay una asíntota vertical.

b) $y=\log_3(-x+1)$ $\qquad -x+1>0 \qquad -x>-1 \qquad x<1$

$Dom=(-\infty,1)$

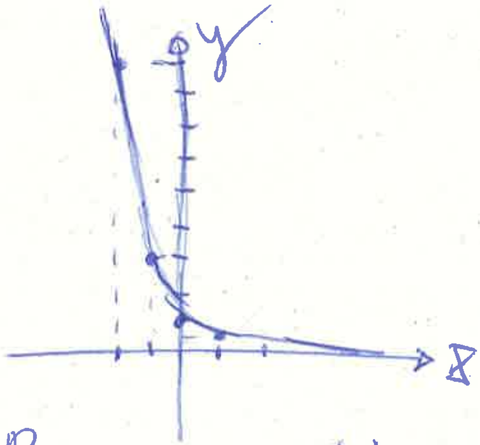
x	y
-8	$\log_3 9 = 2$
-2	$\log_3 3 = 1$
0	$\log_3 1 = 0$
0'5	$\log_3 0'5 = -0'63$
0'9	$\log_3 0'1 = -2'1$



Asíntota Vertical $\boxed{x=1}$

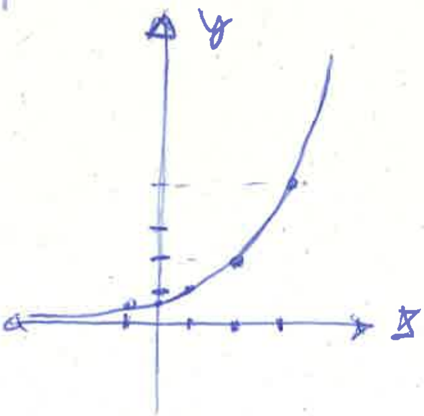
c) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ $\qquad Dom=\mathbb{R}$

x	y
-2	9
-1	3
0	1
1	1/3
2	1/9



d) $y=2^{x-1}$ $\qquad D=\mathbb{R}$

x	y
-1	1/4
0	1/2
1	1
2	2
3	4



8.- $f(x) = \log x$ $\quad g(x) = x^2+2x-3$

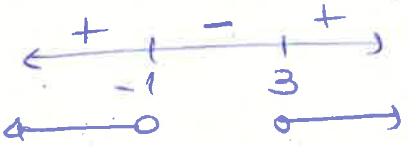
a) $h(x) = f\circ g(x) = f(g(x)) = f(x^2+2x-3) = \log(x^2+2x-3)$

$x^2+2x-3>0$

$(x-1)(x+3)>0$

Raíces: $x^2+2x-3=0$

$x = \dfrac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2} = \dfrac{-2\pm 4}{2}$ $\Big\langle$ 1, -3



Dom $= (-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$.

b) $g\circ f(x) = g(f(x)) = g(\log x) = \log^2 x + 2\log x - 3$.

9.- a) Dom $= \mathbb{R}-\{1\}$

Im $f = \mathbb{R}-\{1\}$

Estrictamente creciente en todo su dominio. No existen extremos relativos

Asíntota vertical: $x=1$

Asíntota horizontal: $y=1$

b) Dom $= \mathbb{R}$.

Im $f = (0,2)$

Creciente en $(-\infty,0)$

Decreciente en $(0,+\infty)$

Existe un máximo relativo en el punto $x=0$ cuyas coordenadas son $(0,2)$.

El eje X $(y=0)$ es una asíntota horizontal.

d) Dom$(f) = [-1,+\infty)$

Im$(f) = [0,+\infty)$

Estrictamente creciente en todo su dominio.

No presenta asíntotas ni extremos relativos.

d) Dom $= \mathbb{R}$

Im $f = [0,+\infty)$

Decreciente en $(-\infty,1)\cup(2,3)$.

Creciente en $(1,2)\cup(3,+\infty)$

No presenta asíntotas. Tiene un máximo relativo en el punto $(2,1)$.

10.- (I) c) $\quad$ (II) a)

(III) no corresponde a ninguna

(IV) d) $\quad$ (V) (b)