Expresa el vector $\vec{u}=(5,3)$ del espacio vectorial $(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{v}=(1,5)$, $\vec{w}=(2,-1)$.

Aplicamos la definición de combinación lineal:

$$(5,3)=a(1,5)+b(2,-1) \;\rightarrow\; (5,3)=(a+2\text{b},5a-b)$$

Igualamos componentes:

$$\left\{\begin{matrix} 5=a+2\text{b} \\ 3=5a-b \end{matrix}\right\} \rightarrow \text{soluciones:} \;\; a=1 \;\;,\;\; b=2$$

Es decir, podemos expresar $\vec{u}=(5,3)$ en función de los otros dos vectores de la forma:

$$(5,3)=(1,5)+2(2,-1)$$

Dados los vectores $\vec{u}=(1,1)$, $\vec{v}=(-1,2)$ del espacio vectorial $(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$ comprueba que son linealmente independientes

En primer lugar comprobamos que ambos vectores son linealmente independientes.

$$a(1,1)+b(-1,2)=(0,0) \;\rightarrow\; \left\{\begin{matrix} a-b=0 \\ a+2b=0 \end{matrix}\right\} \rightarrow \text{Solución única} \;\; a=b=0$$

Son independientes.

Expresa el vector $\vec{u}=(0,8)$ del espacio vectorial $(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{v}=(3,-5)$, $\vec{w}=(6,-2)$.

$$(0,8)=a(3,-5)+b(6,-2)$$

Obtenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$\left\{\begin{matrix} 0=3a+6b \\ 8=-5a-2b \end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\begin{matrix} 0=3a+6b \\ 24=-15a-6b \end{matrix}\right\} \rightarrow \text{Sumamos} \rightarrow \;\; 24=-12a \;\rightarrow\; a=-2 \;\;,\;\; b=1$$

En consecuencia → $(0,8)=-2(3,-5)+(6,-2)$

Demuestra que los vectores $\vec{u}=(2,-1)$, $\vec{v}=(-3,2)$, $\vec{w}=(1,0)$ del espacio vectorial $(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$ son linealmente dependientes.

Aplicamos la definición de dependencia lineal.

$$a(2,-1)+b(-3,2)+c(1,0)=(0,0)$$

Si esta relación admite soluciones distinta de la trivial $a=b=c=0$, los vectores serán linealmente dependientes.

$$(2a-3b+c,-a+2b)=(0,0)$$

Igualando componentes generamos un sistema de dos ecuaciones y tres incógnitas.

$$\begin{Bmatrix} 2a-3b+c=0 \\ -a+2b=0 \end{Bmatrix} \rightarrow \text{Sistema sobredeterminado} \rightarrow \text{Un parámetro libre} \rightarrow \quad c=\lambda$$

$$\begin{Bmatrix} 2a-3b=-\lambda \\ -a+2b=0 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} 2a-3b=-\lambda \\ -2a+4b=0 \end{Bmatrix} \rightarrow \text{Sumamos} \rightarrow \quad b=-\lambda$$

Y despejando de la segunda ecuación → $a=-2\lambda$

El parámetro libre λ puede tomar cualquier valor real, por lo tanto existen infinita soluciones compatibles con el sistema. Estamos ante vectores linealmente dependientes.

Calcula el ángulo que forman $\vec{u}=(2\cdot\sqrt{2},-2)$ y $\vec{v}=(\sqrt{2},-1)$.

Tenemos dos definiciones del producto escalar.

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=u_x v_x+u_y v_y=2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+(-2)(-1)=4+2=6$$
$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{w}|\cos(\alpha)=\sqrt{8+4}\cdot\sqrt{2+1}\cos(\alpha)=\sqrt{36}\cos(\alpha)=6\cos(\alpha)$$

Igualamos y podemos obtener el ángulo.

$$6=6\cos(\alpha) \rightarrow \cos(\alpha)=1 \rightarrow \alpha=0^{\circ}$$

Calcula el valor de m para que $\vec{u}=(m,5)$ tenga por módulo 13 .

$$|\vec{u}|=13 \rightarrow \sqrt{m^2+25}=13 \rightarrow m^2+25=169 \rightarrow m^2=144 \rightarrow m=\pm 12$$

Dados los vectores $\vec{u}=(2{,}0)$, $\vec{v}=(1{,}2)$ del espacio vectorial $(\mathbb{R}^2,+,\cdot)$, demuestra que forman un sistema generador. Expresa $\vec{w}=(4,-4)$ como combinación lineal del sistema generador.

$$(x\,,y)=a(2{,}0)+b(1{,}2) \quad \rightarrow \quad (x\,,y)=(2a+b{,}2b)$$

Igualando componentes obtenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$\left\{\begin{matrix} x=2a+b \\ y=2b \end{matrix}\right\} \rightarrow \text{De la segunda ecuación} \rightarrow \quad b=\frac{y}{2} \quad \rightarrow \text{De la primera} \rightarrow \quad a=\frac{2x-y}{4}$$

Podemos expresar $a\,,b$ en función de las componentes del vector arbitrario $(x\,,y)$. Por lo tanto, sí forman sistema generador.

Para el vector $\vec{w}=(4,-4)$ tendremos:

$$a=\frac{2x-y}{4} \quad \rightarrow \quad a=\frac{2\cdot4+4}{4}=3$$

$$b=\frac{y}{2} \quad \rightarrow \quad b=\frac{-4}{2}=-2$$

Es decir → $(4,-4)=3(2{,}0)-2(1{,}2)$

Dados los vectores $\vec{u}=(3{,}4)$, $\vec{v}=(-2{,}5)$, $\vec{w}=(-4{,}3)$.

a) Normalizarlos.

b) Hallar el producto escalar $\vec{u}\cdot\vec{v}$, $\vec{u}\cdot\vec{w}$.

c) ¿Qué ángulo forman los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y los vectores $\vec{u}$ y $\vec{w}$?

a) $|\vec{u}|=\sqrt{9+16}=5 \quad \rightarrow \quad \hat{u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=(\frac{3}{5},\frac{4}{5})$

$$|\vec{v}|=\sqrt{4+25}=\sqrt{29} \quad \rightarrow \quad \hat{v}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=(\frac{-2}{\sqrt{29}},\frac{5}{\sqrt{29}})$$

$$|\vec{w}|=\sqrt{16+9}=5 \quad \rightarrow \quad \hat{w}=\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}=(\frac{-4}{5},\frac{3}{5})$$

b) $\vec{u}\cdot\vec{v}=(3{,}4)\cdot(-2{,}5)=3\cdot(-2)+4\cdot5=14$

$$\vec{u}\cdot\vec{w}=(3{,}4)\cdot(-4{,}3)=3\cdot(-4)+4\cdot3=0$$

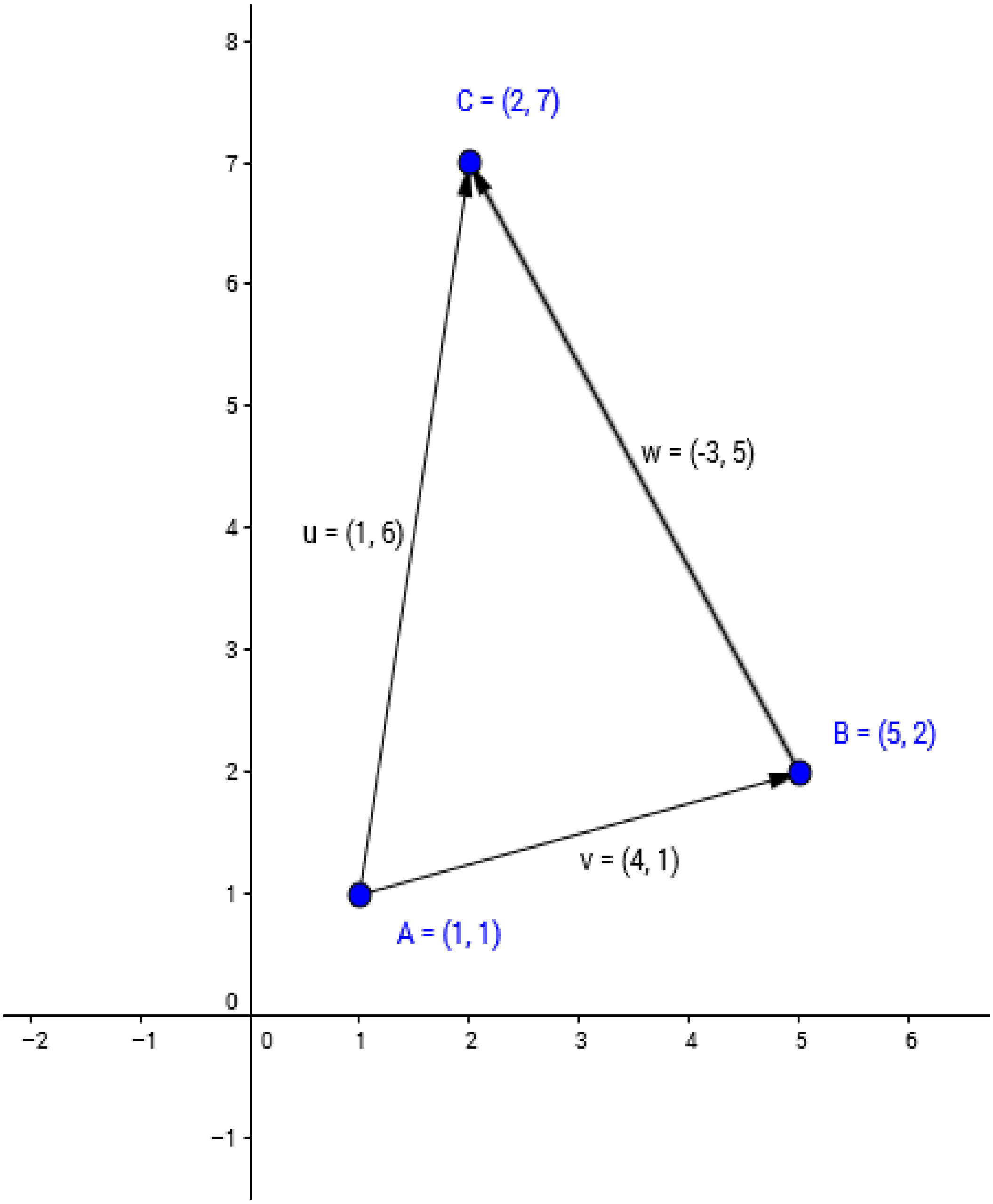
c) $\acute{a}ngulo(\vec{u}\,,\vec{v})=arcocos(\frac{u_x v_x+u_y v_y}{|\vec{u}||\vec{v}|})=arcocos(\frac{14}{5\sqrt{29}})=58{,}67^{o}$

$$\acute{a}ngulo(\vec{u}\,,\vec{w})=arcocos(\frac{u_x w_x+u_y w_y}{|\vec{u}||\vec{w}|})=arcocos(0)=90^{o}$$

Dados los puntos en el plano $A(1,1)$, $B(5,2)$, $C(2,7)$ represéntalos gráficamente y halla las coordenadas de los vectores $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{BC}$.

Para hallar un vector a partir de dos puntos, restamos las coordenadas x e y correspondientes (final menos inicial)

$$\vec{AB}=(5-1,2-1)=(4,1)$$
$$\vec{AC}=(2-1,7-1)=(1,6)$$
$$\vec{BC}=(2-5,7-2)=(-3,5)$$



Calcula el valor de m para que los vectores $\vec{u}=(m,1,3)$, $\vec{v}=(0,m,-4)$,

$\vec{w}=(1,2,-1)$ sean linealmente independientes.

Planteamos la definición de independencia lineal, y forzamos que la solución del sistema sea única (solución trivial).

$$a\vec{u}+b\vec{v}+c\vec{w}=(0,0,0) \rightarrow \begin{Bmatrix} ma+c=0 \\ a+mb+2c=0 \\ 3a-4b-c=0 \end{Bmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} m & 0 & 1 & 0 \\ 1 & m & 2 & 0 \\ 3 & -4 & -1 & 0 \end{array}\right) \rightarrow F_3 \leftrightarrow F_1 \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & -1 & 0 \\ 1 & m & 2 & 0 \\ m & 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \rightarrow F_2'=3F_2-F_1 \ , \ F_3'=3F_3-mF_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 3m+4 & 7 & 0 \\ 0 & 4m & 3+m & 0 \end{array}\right) \rightarrow$$

$$F_3'=(3m+4)F_3-4mF_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 3m+4 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 3m^2-15m+12 & 0 \end{array}\right)$$

De la tercera ecuación → $(3m^2-15m+12)c=0$ → La solución única será $c=0$ siempre y cuando $3m^2-15m+12\neq 0$ → Resolvemos la inecuación:

$$m\neq\frac{15\pm\sqrt{225-144}}{6} \rightarrow m\neq\frac{15\pm 9}{6} \rightarrow m\neq 1 \ , \ m\neq 4$$

Si $c=0$ → De la segunda ecuación → $(3m+4)b=0$ → La solución única será $b=0$ siempre y cuando $3m+4\neq 0$ → $m\neq\frac{-4}{3}$ → Este valor no lo consideramos porque invalidaría una de las transformaciones lineales aplicadas en el método de Gauss.

Calcula a para que el conjunto de vectores $\vec{u}=(\frac{3}{5},\frac{-4}{5})$ y $\vec{v}=(2a,\frac{3a}{2})$ sea una base ortonormal.

Una base ortonormal en dos dimensiones está formada por dos vectores unitarios y perpendiculares entre si.

El primer vector es de módulo unidad → $|\vec{u}|=\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{16}{25}}=\sqrt{\frac{25}{25}}=1$

El segundo vector también debe ser unitario → $|\vec{v}|=\sqrt{4a^2+\frac{9a^2}{4}}=\sqrt{\frac{25a^2}{4}}=1 \rightarrow a=\pm\frac{2}{5}$

Para comprobar que son perpendiculares, vemos si su producto escalar se anula:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{6a}{5}-\frac{6a}{5}=0$$

Es decir, el producto escalar se anula independientemente del valor de a . Tenemos una base ortonormal para $a=\pm\frac{2}{5}$

Dados los vectores $\vec{u}=(5,-1)$, $\vec{v}=(m,6)$, $\vec{w}=(2,n)$.

a) Calcular el valor de m para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean perpendiculares.

b) Calcular el valor de n para que $\vec{u}$ y $\vec{w}$ sean perpendiculares.

c) Normalizar los vectores.

a) Dos vectores son perpendiculares si su producto escalar es nulo.

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=0 \quad \rightarrow \quad (5,-1)(m,6)=0 \quad \rightarrow \quad 5m-6=0 \quad \rightarrow \quad m=\frac{6}{5}$$

b) $\vec{u}\cdot\vec{w}=0 \quad \rightarrow \quad (5,-1)(2,n)=0 \quad \rightarrow \quad 10-n=0 \quad \rightarrow \quad n=10$

c) $|\vec{u}|=\sqrt{25+1}=\sqrt{26} \quad \rightarrow \quad \hat{u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=(\frac{5}{\sqrt{26}},\frac{-1}{\sqrt{26}})$

$$|\vec{v}|=\sqrt{m^2+36} \quad \rightarrow \quad \hat{v}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=(\frac{m}{\sqrt{m^2+36}},\frac{6}{\sqrt{m^2+36}})$$

$$|\vec{w}|=\sqrt{4+n^2} \quad \rightarrow \quad \hat{w}=\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}=(\frac{2}{\sqrt{4+n^2}},\frac{n}{\sqrt{4+n^2}})$$

Calcula el ángulo que forman $\vec{u}=(3,0)$ y $\vec{v}=(1,\sqrt{3})$.

$$\cos(\alpha)=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{3\cdot 1+0\cdot\sqrt{3}}{3\cdot 2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \quad\rightarrow\quad \alpha=60^{\circ}$$

Sean los vectores $\vec{u}=(3,-4)$ y $\vec{v}=(5,6)$. Calcula:

a) Módulos y argumentos (ángulo con semieje positivo horizontal) de ambos vectores.

b) El producto escalar $\vec{u}\cdot\vec{v}$ y el ángulo que forman los dos vectores entre si.

c) Normalización del vector $\vec{u}$.

d) Un vector ortogonal a $\vec{v}$.

a) $|\vec{u}|=\sqrt{9+16}=5 \quad\rightarrow\quad \alpha=arcotg\left(\frac{-4}{3}\right)=-53{,}13^{o}=306{,}87^{o}$

$|\vec{v}|=\sqrt{25+36}=\sqrt{61} \quad\rightarrow\quad \beta=arcotg\left(\frac{6}{5}\right)=50{,}19^{o}$

b) $\vec{u}\cdot\vec{v}=3\cdot 5-4\cdot 6=15-24=-9$

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos(\gamma) \quad\rightarrow\quad \cos(\gamma)=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{-9}{5\cdot\sqrt{61}}=-0{,}23 \quad\rightarrow\quad \gamma=103{,}32^{o}$$

c) $\hat{u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} \quad\rightarrow\quad \hat{u}=\frac{(3,-4)}{5}=\left(\frac{3}{5},\frac{-4}{5}\right)$

d) Para obtener un vector perpendicular a $\vec{v}=(5,6)$, intercambiamos las posiciones de las componentes de $\vec{v}$ y cambiamos el signo a una de ellas. Así, los siguientes dos vectores son perpendiculares a $\vec{v}$:

$\vec{w}=(-6,5)$

$\vec{t}=(6,-5)$

Sea el polígono irregular de cuatro lados, con vértices consecutivos en los puntos $A(2,3)$ **,** $B(4,-5)$ **,** $C(8,5)$ **y** $D(5,1)$ **.**

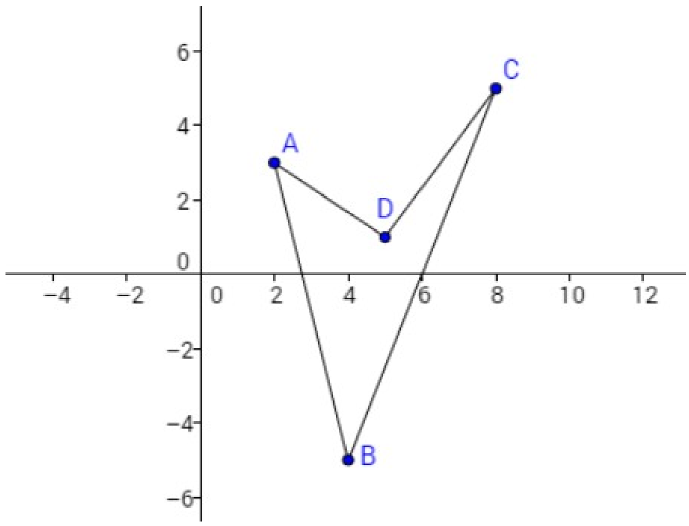
a) Representar el polígono gráficamente y obtener su perímetro (trabajar con raíces, no usar decimales).

b) $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$

c) Ángulo en el vértice A

d) $|\vec{BD}|$

a) Representación gráfica del polígono.



Su perímetro es la suma de los módulos de los vectores que forman sus lados.

$$\vec{AB}=(4-2,-5-3)=(2,-8) \quad \rightarrow \quad |\vec{AB}|=\sqrt{68}$$
$$\vec{BC}=(8-4,5+5)=(4,10) \quad \rightarrow \quad |\vec{BC}|=\sqrt{116}$$
$$\vec{CD}=(5-8,1-5)=(-3,-4) \quad \rightarrow \quad |\vec{CD}|=\sqrt{25}=5$$
$$\vec{DA}=(2-5,3-1)=(-3,2) \quad \rightarrow \quad |\vec{DA}|=\sqrt{13}$$

Perímetro → $P=\sqrt{68}+\sqrt{116}+5+\sqrt{13}$ *unidades*

b) El vector $\vec{AD}=-\vec{DA}=(3,-2) \quad \rightarrow \quad \vec{AB}\cdot\vec{AD}=2\cdot 3+8\cdot 2=22$

c) $\vec{AB}\cdot\vec{AD}=|\vec{AB}|\cdot|\vec{AD}|\cdot\cos(\alpha) \quad \rightarrow \quad \cos(\alpha)=\dfrac{\vec{AB}\cdot\vec{AD}}{|\vec{AB}|\cdot|\vec{AD}|}=\dfrac{22}{\sqrt{68}\cdot\sqrt{13}}=0{,}74 \quad \rightarrow \quad \alpha=42{,}27^{o}$

Elegimos el vector del primer cuadrante (coseno positivo) ya que, gráficamente, vemos que el ángulo en el vértice A es agudo (menor de 90^{o}).

d) $\vec{BD}=(5-4,1+5)=(1,6) \quad \rightarrow \quad |\vec{BD}|=\sqrt{37}$

4. a) Dados los puntos $A(\frac{-1}{2},a)$, $B(1,0)$ y $C(\frac{-1}{2},-a)$, halla el valor de a para que el triángulo ABC sea equilátero.

b) Para $a=1$ obtener el ángulo del vértice B usando el producto escalar de vectores (elegir valor del primer cuadrante).

a) El triángulo será equilátero si sus tres lados son iguales (y, en consecuencia, los ángulos intrernos será de 60º cada uno).

La longitud de cada lado coincide con el módulo de los vectores que lo forman. Es decir:

$$\vec{AB}=(1+\frac{1}{2},0-a)=(\frac{3}{2},-a) \rightarrow |\vec{AB}|=\sqrt{\frac{9+4a^2}{4}}$$

$$\vec{AC}=(\frac{-1}{2}+\frac{1}{2},-a-a)=(0,-2\text{a}) \rightarrow |\vec{AC}|=2a$$

$$\vec{BC}=(\frac{-1}{2}-1,-a-0)=(\frac{-3}{2},-a) \rightarrow |\vec{BC}|=\sqrt{\frac{9+4a^2}{4}}$$

Igualamos módulos para obtener lados de la misma longitud:

$$\sqrt{\frac{9+4a^2}{4}}=2a \rightarrow \frac{9+4a^2}{4}=4a^2 \rightarrow 9+4a^2=16a^2 \rightarrow a=\frac{\pm\sqrt{3}}{2}$$

b) Si $a=1$ tendremos $\vec{AB}=(\frac{3}{2},-1) \rightarrow \vec{BA}=(\frac{-3}{2},1)$, $\vec{BC}=(\frac{-3}{2},-1)$

Si aplicamos el siguiente producto escalar, podemos obtener el ángulo del primer cuadrante en B :

$$\vec{BA}\cdot\vec{BC}=|\vec{BA}|\cdot|\vec{BC}|\cdot\cos(\beta) \rightarrow \cos(\beta)=\frac{\vec{BA}\cdot\vec{BC}}{|\vec{BA}|\cdot|\vec{BC}|}=\frac{\frac{9}{4}-1}{\sqrt{\frac{13}{4}}\cdot\sqrt{\frac{13}{4}}}=0{,}385 \rightarrow \beta=67{,}38^o$$

2. a) Expresa $\vec{u}=(-3,5)$ como combinación lineal de $\vec{v}=(4,6)$ y $\vec{w}=(1,-4)$.

b) Demuestra analíticamente que los vectores $\vec{u}=(\frac{1}{2},\frac{3}{2},0)$, $\vec{v}=(2,3,-1)$ y $\vec{t}=(1,0,-1)$ no forman una sistema generador en V^3 .

a) $\vec{u}=a\cdot\vec{v}+b\cdot\vec{w} \rightarrow (-3,5)=a\cdot(4,6)+b\cdot(1,-4) \rightarrow (-3,5)=(4a+b,6a-4b)$

Igualamos componentes → $\begin{Bmatrix} -3=4a+b \\ 5=6a-4b \end{Bmatrix} \rightarrow a=\frac{-7}{22} \quad , \quad b=\frac{-19}{11}$

b) Si no forman un sistema generador, el conjunto de vectores no puede representar como combinación lineal de ellos mismos un vector arbitrario (x,y,z) .

$$a\cdot\vec{u}+b\cdot\vec{v}+c\cdot\vec{w}=(x,y,z)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{a}{2}+2b+c=x \\ \frac{3}{2}a+3b=y \\ -b-c=z \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} a+4b+2c=2x \\ 3a+6b=2y \\ -b-c=z \end{Bmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 2x \\ 3 & 6 & 0 & 2y \\ 0 & -1 & -1 & z \end{array}\right) \rightarrow F'_3=F_3-3F_1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 2x \\ 0 & -6 & -6 & 2y-6x \\ 0 & -1 & -1 & z \end{array}\right) \rightarrow F'_3=6F_3-F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 2x \\ 0 & -6 & -6 & 2y-6x \\ 0 & 0 & 0 & 6z-2y+6x \end{array}\right)$$

Llegamos a un absurdo, ya que F_3 indica que los valores del vector arbitrario deben cumplir la relación $6z-2y+6x=0$ y esto no se cumple para cualquier valor arbitrario de (x,y,z) .

Por ejemplo $(1,0,0) \rightarrow 6\cdot 0-2\cdot 0+6\cdot 1=0 \rightarrow 6=0$ → Absurdo matemático → No forman un sistema generador.

Dado el triángulo de vértices $A(x,2), B(1,3)\, y\, C(2,-1)$.

a) Halla el valor de x para que el triángulo ABC sea rectángulo en el vértice C.

b) Halla el valor de x para que el triángulo ABC sea isósceles y su lado desigual sea $\overline{AC}$.

a) Dados los tres vértices, podemos obtener los siguientes vectores:

$$\vec{AC}=(2-x,-3) \quad , \quad \vec{BC}=(1,-4) \quad , \quad \vec{AB}=(1-x,1)$$

Si el vértice C debe ser 90º, el producto escalar de los vectores $\vec{AC}$ y $\vec{BC}$ debe ser nulo, ya que serán perpendiculares.

$$\vec{AC}\cdot\vec{BC}=(2-x,-3)\cdot(1,-4) \rightarrow \vec{AC}\cdot\vec{BC}=2-x+12 \quad , \quad \vec{AC}\cdot\vec{BC}=0 \rightarrow 14-x=0$$

$$x=14$$

b) Si el triángulo es isóscoles con lado desigual $\overline{AC}$, significa que los otros dos lados AB y $\overline{BC}$ deben tener igual longitud. Es decir, los vectores asociados tienen igual módulo.

$$|\vec{AB}|=\sqrt{(1-x)^2+1}=\sqrt{x^2-2x+2} \quad , \quad |\vec{BC}|=\sqrt{1+(-4)^2}=\sqrt{17}$$

Igualamos → $x^2-2x+2=17 \rightarrow x^2-2x-15=0 \rightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+60}}{2}=\dfrac{2\pm 8}{2}$

Solución → $x=5 \quad , \quad x=-3$

Calcula la proyección del vector $\vec{u}=(5,-1)$ sobre el vector $\vec{v}=(-2,3)$.

Al proyectar un vector $\vec{u}$ sobre otro vector $\vec{v}$ obtenemos un escalar positivo (número real) igual al módulo del vector $\vec{u}$ por el coseno del ángulo que forman ambos vectores.

$$Proyección=||\vec{u}|\cdot\cos(\vec{u}\hat{,}\vec{v})|$$

Ponemos todo en valor absoluto para garantizar obtener un valor positivo.

$$|\vec{u}|=\sqrt{5^2+(-1)^2}=\sqrt{26}$$
$$|\vec{v}|=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$$
$$\cos(\vec{u}\hat{,}\vec{v})=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{-10-3}{\sqrt{26}\cdot\sqrt{13}}=-0{,}707... \rightarrow (\vec{u}\hat{,}\vec{v})=135º$$
$$Proyección=||\vec{u}|\cdot\cos(\vec{u}\hat{,}\vec{v})|=\sqrt{26}\cdot 0{,}707=3{,}6\ \ u$$