Problema 1 Sean $A(1,1)$, $B(4,0)$ y $C(2,5)$, los vértices consecutivos de un triángulo. Se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que determinan sus lados.
2. Las ecuaciones de dos de sus mediatrices.
3. El circuncentro.

Solución:

1. r une A con B $r: x + 3y - 4 = 0$

   s une A con C $s: 4x - y - 3 = 0$

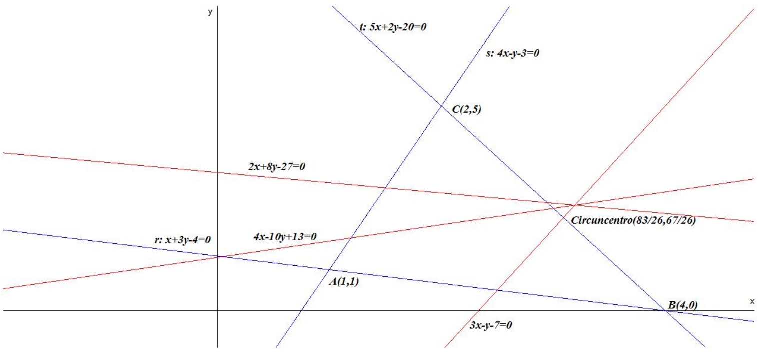
   t une B con C $t: 5x + 2y - 20 = 0$

2. Entre A y B $3x - y - 7 = 0$

   Entre C y B $4x - 10y + 13 = 0$

   Entre A y C $2x + 8y - 27 = 0$

3. El circuncentro es $\left(\frac{83}{26}, \frac{67}{26}\right)$



Problema 2 De una elipse horizontal y centrada en el origen se conoce su excentricidad 0,5 y el semieje mayor que es 2 cm. Calcular sus focos, vértices, ejes, distancia focal y ecuación.

Solución:

$$e = \frac{c}{a} \Longrightarrow c = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow b = \sqrt{3}$$

Vértices: $A(2,0)$, $A'(-2,0)$, $B(0,\sqrt{3})$ y $B'(0,-\sqrt{3})$.

Focos: $F(1,0)$ y $F'(-1,0)$, y distancia focal= 2 cm

Eje mayor= 4 cm. y eje menor= $2\sqrt{3}$ cm.

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \Longrightarrow 3x^2 + 4y^2 - 12 = 0$$

Problema 3 De una hipérbola horizontal y centrada en el origen se conoce su excentricidad 1,5 y el semieje real que es 2 cm. Calcular sus focos, vértices, ejes, distancia focal, asíntotas y ecuación.

Solución:

$$e = \frac{c}{a} \Longrightarrow c = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Longrightarrow b = \sqrt{5}$$

Vértices: $A(2,0)$, $A'(-2,0)$, $B(0,\sqrt{5})$ y $B'(0,-\sqrt{5})$.

Focos: $F(3,0)$ y $F'(-3,0)$, y distancia focal= 6 cm

Eje real= 4 cm. y eje imaginario= $2\sqrt{5}$ cm.

Asíntotas: $y = \frac{\sqrt{5}}{2}\,x$ e $y = -\frac{\sqrt{5}}{2}\,x$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1 \Longrightarrow 5x^2 - 4y^2 - 20 = 0$$

Problema 4 Encontrar el lugar geométrico de los puntos $P(x,y)$, que cumplan que, la distancia de ellos a la recta $x - y = 0$ y la distancia de ellos al punto $A(1,0)$, es siempre la misma. Identifica de que figura se trata y encuentra las rectas tangente y normal a ella para $x = 1$.

Solución:

Por definición se trata de una parábola

$$d(P,r) = \frac{x-y}{\sqrt{2}}, \quad |\overrightarrow{AP}| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$$\frac{x-y}{\sqrt{2}} = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} \Longrightarrow x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 2 = 0$$

$$x = 1 \Longrightarrow y^2 + 2y - 1 = 0 \Longrightarrow y = -2,41, \quad y = 0,41$$

$$(2y+2x)\partial y = -(2x+2y-4)\partial x \Longrightarrow y' = \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{2x+2y-4}{2y+2x} = -\frac{x+y-2}{y+x}$$

En el punto $(1; -2,41)$: $m = 2,41$

$$\text{Tangente}: y + 2,41 = 2,41(x-1)$$

$$\text{Normal}: y + 2,41 = -0,41(x-1)$$

En el punto $(1; 0,41)$: $m = -0,41$

$$\text{Tangente}: y - 0,41 = -0,41(x-1)$$

$$\text{Normal}: y - 0,41 = 2,41(x-1)$$