Relación de ejercicios de geometría analítica del plano

Ejercicio 1.- Averigua la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

1.- Podemos conocer un vector fijo conociendo su dirección, su módulo y su sentido.

2.- Podemos conocer un vector fijo conociendo su dirección, su sentido y su origen.

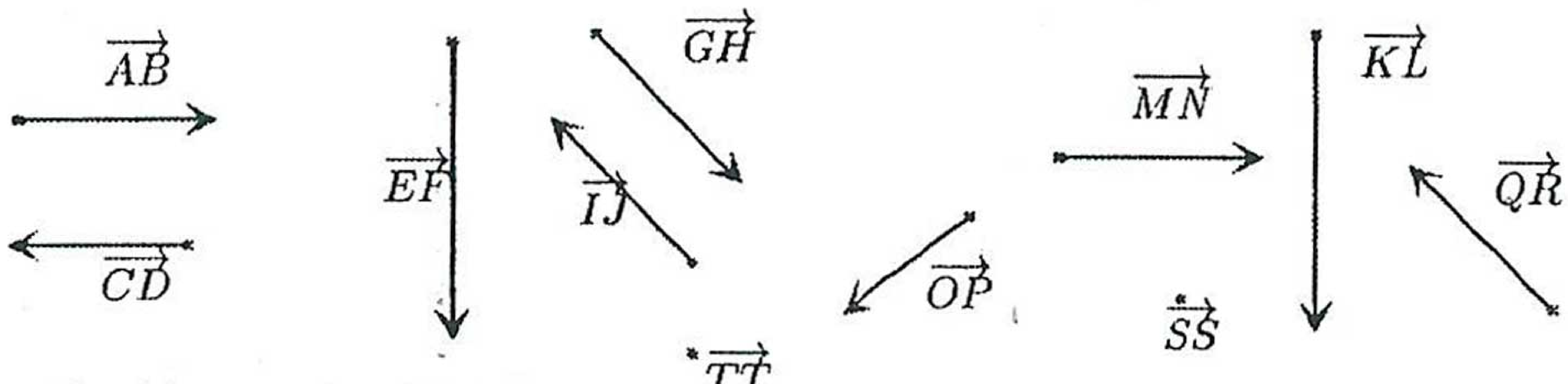
3.- Podemos conocer un vector fijo conociendo su módulo, su dirección y su extremo.

4.- Podemos conocer un vector fijo conociendo su origen y su extremo.

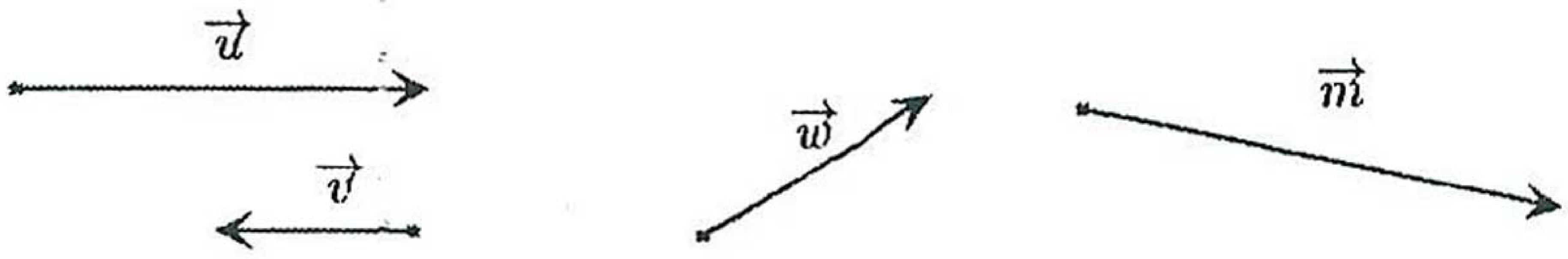
5.- Si dos vectores fijos tienen la misma dirección y la misma longitud son equipolentes.

6.- Dos vectores fijos son representantes del mismo vector libre si tienen la misma dirección, módulo y sentido.

Ejercicio 2.- ¿Cuáles de los siguientes vectores fijos representan el mismo vector libre?



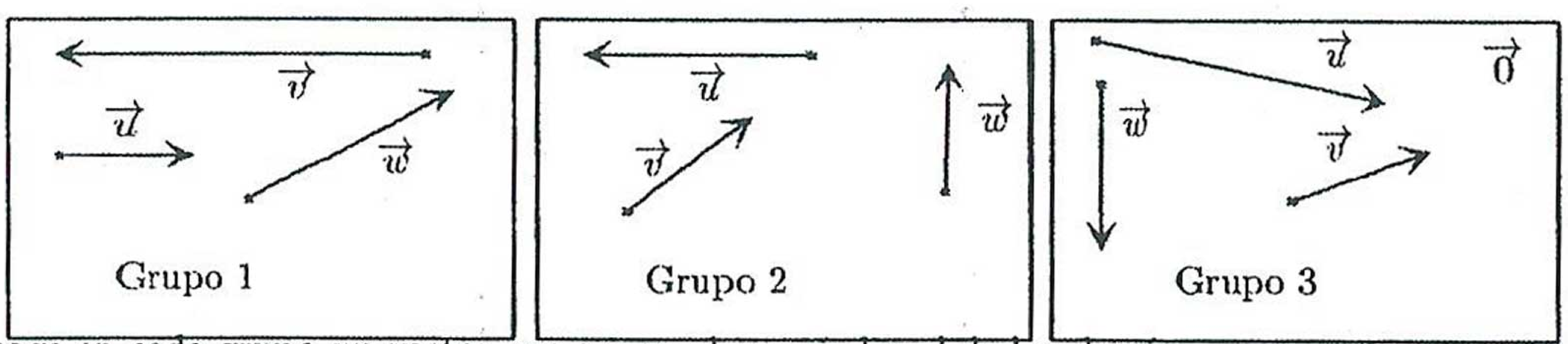
Ejercicio 3.- Consideremos los siguientes vectores:



Calcula:

a) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{m}$ b) $\vec{v} - \vec{u} - \vec{w}$ c) $2\vec{m} - \vec{w}$ d) $\vec{u} + 2\vec{v}$
e) $-2(\vec{u} - \vec{m})$ f) $\vec{u} - 4\vec{v} + 2\vec{w}$ g) $3\vec{w} - \frac{1}{5}\vec{m}$ h) $\vec{u} - \vec{v}$

Ejercicio 4.- Consideremos los siguientes grupos de vectores:



1.- Escoge en cada grupo un vector que sea combinación lineal de los demás.

2.- ¿Algún grupo es linealmente independiente?. ¿Por qué?.

3.- En los grupos que sean linealmente dependientes, elimina el vector que sea necesario para que los demás sean independientes.

4.- ¿Qué grupos son una base de V_2?.

5.- En aquellos grupos que no sean una base de V_2 elimina o añade los vectores necesarios para que lo sean.

6.- Dibuja los vectores de coordenadas $(-2,1)$, $(0,3)$ y $(-2,0)$ respecto a la base formada por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{w}$ del grupo 1.

7.- ¿Qué coordenadas respecto a la base formada por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{w}$ del grupo 2 tiene el vector v del mismo grupo?.

Ejercicio 5.- Dados los vectores: $\vec{u} = (-2,1)$, $\vec{v} = (3,0)$, $\vec{w} = (-4,8)$ y $\vec{a} = (\frac{3}{2}, -\frac{1}{3})$, calcula:

a) $\vec{u} - 2\vec{v} + 3\vec{w}$ b) $\frac{1}{2}\vec{w} - 2\vec{v} + 3\vec{u} - \vec{a}$ c) $-\vec{u} - \vec{v} + \vec{w} + 2\vec{a}$
d) $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ e) $3\vec{u} + 6\vec{a} - \vec{w}$ f) $-\vec{w} - 3(\vec{u} + 2\vec{a})$

Ejercicio 6.- Dados los siguientes grupos de vectores:

✓ Grupo 1: $\vec{u} = (3, 2)$, $\vec{v} = (-9, 6)$, $\vec{w} = (1, 4)$.

✓ Grupo 2: $\vec{u} = (1, 3)$, $\vec{v} = (-2, 4)$, $\vec{w} = (5, 7)$.

✓ Grupo 3: $\vec{u} = (-1, 4)$, $\vec{v} = (2, 5)$.

✓ Grupo 4: $\vec{0} = (0, 0)$, $\vec{u} = (1, 1)$.

1.- Escoge, si es posible, en cada grupo un vector que sea combinación lineal de los demás.

2.- ¿Algún grupo es linealmente independiente?. ¿Por qué?.

3.- En los grupos que sean linealmente dependientes, elimina el vector que sea necesario para que los demás sean independientes.

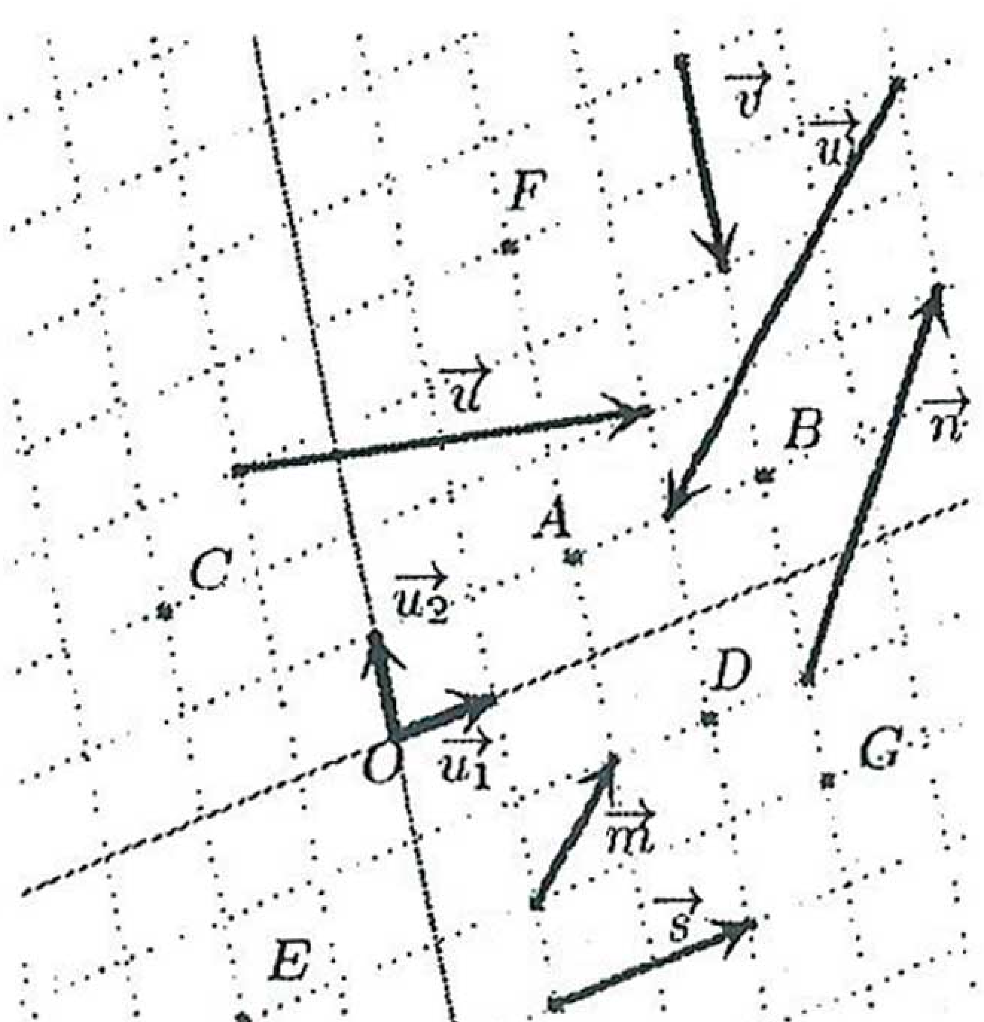
4.- ¿Qué grupos son una base de V_2?.

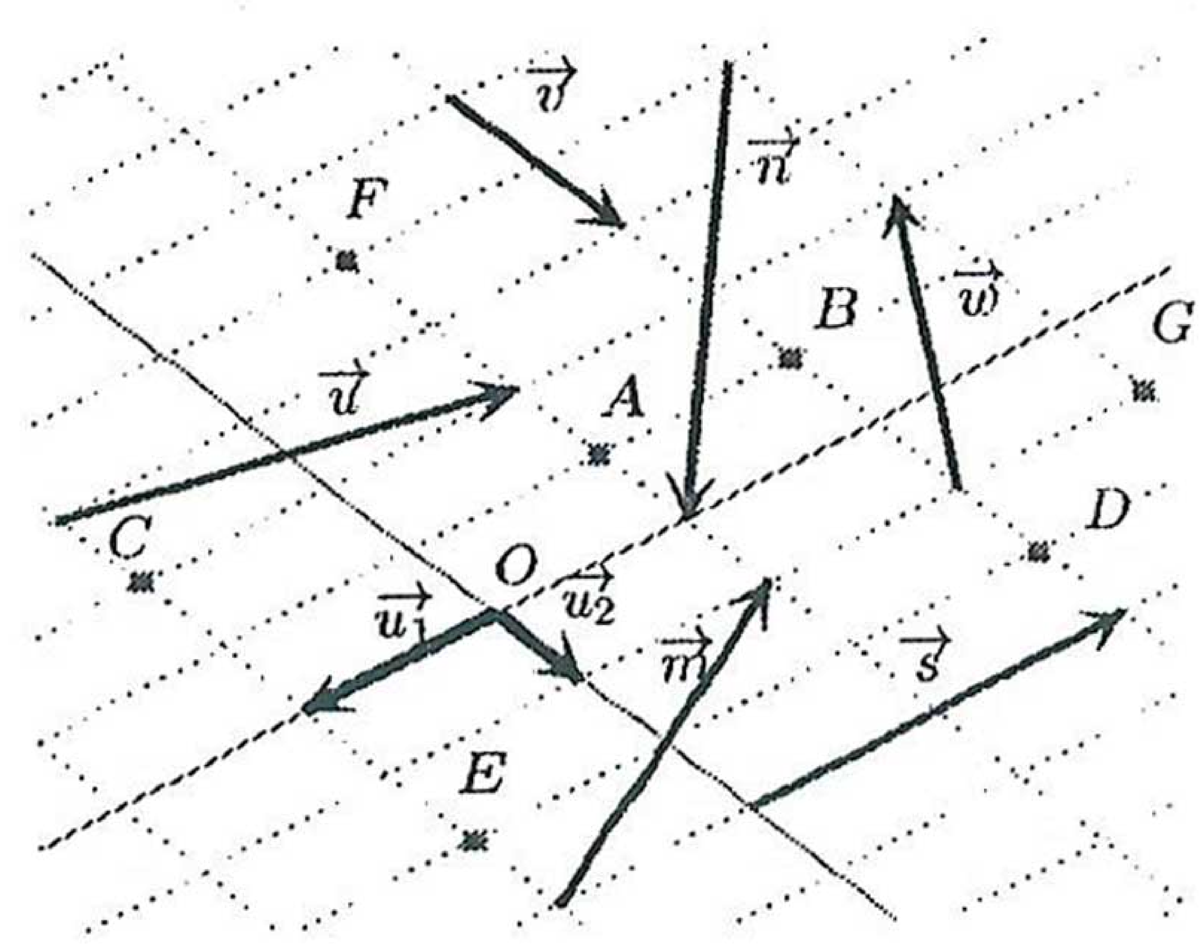
5.- En aquellos grupos que no sean una base de V_2 elimina o añade los vectores necesarios para que lo sean.

6.- ¿Qué coordenadas respecto a la base formada por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ del grupo 2 tiene el vector $\vec{w}$ del mismo grupo?. ¿Y el vector $\vec{v} = (-5, 5)$?

7.- ¿Qué coordenadas respecto a la base formada por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ del grupo 1 tiene el vector $\vec{w}$ del mismo grupo?.

Ejercicio 7.- En los siguientes sistemas de referencia:





1.- Calcula las coordenadas de los puntos A, B, C, D, E, F, G y de los vectores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{m}, \vec{n}, \vec{s}$.

2.- Representa los puntos $P(-2, 1), Q(-1, -3), R(2, -4), S(0, -1)$ y los vectores $\vec{a} = (-2, 1)$, $\vec{b} = (0, -3)$, $\vec{c} = (4, -1)$, $\vec{e} = (-2, 0)$.

Ejercicio 8.- Sabiendo que $A(-2, 3)$ y $\vec{u} = (7, -2)$, calcula las coordenadas de punto B tal que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

Ejercicio 9.- Calcula $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}$, siendo $A(1, 1)$, $B(0, 2)$, $C(-2, 1)$ y $D(4, 7)$.

Ejercicio 10.- Siendo $A(1, 2)$, $B(2, 5)$ y $C(-1, 3)$ vértices consecutivos de un paralelogramo halla el cuarto vértice.

Ejercicio 11.- Siendo $A(2, 4)$ y $B(5, 3)$ los extremos de un segmento $\overline{AB}$, halla las coordenadas de los puntos que lo dividen en tres partes iguales.

Ejercicio 12.- Calcula las coordenadas del punto medio del segmento $\overline{AB}$,siendo $A(2, 5)$ y $B(4, -3)$.

Ejercicio 13.- El segmento $\overline{AB}$, $A(1, 2)$, $B(8, 7)$ se divide en cinco partes iguales. Halla el valor de las coordenadas de cada uno de los puntos de la división.

Ejercicio 14.- Siendo $M(2, -3)$ el punto medio del segmento $\overline{AB}$, con $B(-1, 8)$, halla las coordenadas de A.

Ejercicio 15.- Considerar el vector $\vec{u} = (4, -7)$ referido a la base canónica. Encontrar dos vectores que tengan la misma dirección que $\vec{u}$ y sean unitarios.

Ejercicio 16.- Calcular el valor de m para que los vectores $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} + m\vec{j}$ y $\vec{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \vec{j}$ sean ortogonales.

Ejercicio 17.- Sean dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tales que $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{6}\ rad$. Razonar el valor del ángulo $(\widehat{\vec{u},-\vec{v}})$.

Ejercicio 18.- Consideremos dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tales que el ángulo $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\pi}{3}\ rad$ y $|\ \vec{u}\ |=|\ \vec{v}\ |$. Calcular el valor de los ángulos $(\widehat{\vec{u},\vec{u}+\vec{v}})$ y $(\widehat{\vec{v},\vec{u}+\vec{v}})$.

Ejercicio 19.- Los puntos A, B y C son los vértices de un triángulo equilátero, $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ y $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$. Calcular los ángulos $(\widehat{\vec{u},-\vec{v}})$, $(\widehat{\vec{v},-\vec{w}})$ y $(\widehat{\vec{w},\vec{u}})$

Ejercicio 20.- Los puntos A, B, C y D son los vértices de un rectángulo, $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{CB}$, $\vec{w} = \overrightarrow{CD}$ y $\vec{x} = \overrightarrow{AD}$. Calcula los ángulos $(\widehat{\vec{u},3\vec{w}})$, $(\widehat{2\vec{v},-3\vec{x}})$ y $(\widehat{2\vec{u},\vec{w}})$

Ejercicio 21.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores tales que $|\vec{u}| = 5$, $\vec{v} = (-3,4)$ y $\vec{u}\cdot\vec{v} = 10$. Calcula el ángulo que forman dichos vectores.

Ejercicio 22.- Sabiendo que $\vec{u} = -3\vec{v}$ y que $|\vec{u}| = 2$, calcula el producto escalar $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

Ejercicio 23.- Sean $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w}$ vectores tales que $\vec{u}\cdot\vec{v} = 7$ y $\vec{u}\cdot\vec{w} = 8$. Calcula:

a) $\vec{u}\cdot(\vec{v}-\vec{w})$ b) $(7\vec{u})\cdot(3\vec{v}+7\vec{w})$ c) $(-\vec{u})\cdot(\vec{v}-\vec{w})$ d) $(-6\vec{u})\cdot(4\vec{v}-3\vec{w})$

Ejercicio 24.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ vectores tales que $|\vec{u}| = 4$, $|\vec{v}| = 8$ y $\cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcula:

a) $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})$ b) $(\vec{u}+\vec{v})^2$ c) $(\vec{u}-\vec{v})^2$

Ejercicio 25.- Sea $\vec{u}$ un vector no nulo.

1.- Calcula el módulo del vector $\frac{1}{|\vec{u}|}\vec{u}$.

2.- Siendo $|\vec{u}| = 3$, encuentra dos vectores unitarios que tengan la misma dirección que $\vec{u}$, uno con el mismo sentido y otro de sentido contrario.

3.- Siendo $|\vec{u}| = 5$, encuentra dos vectores de módulo 7 que tengan la misma dirección que $\vec{u}$, uno con el mismo sentido y otro de sentido contrario.

Ejercicio 26.- Dados $\vec{u} = (2,x)$ y $\vec{v} = (3,2)$, halla x para que sean ortogonales. En este caso, halla $|\vec{u}+\vec{v}|$.

Ejercicio 27.- Calcula el valor que ha de tener a para que los vectores $\vec{u} = \left(\frac{1}{2},a\right)$ y $\vec{v} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2},a\right)$ sean unitarios.

Ejercicio 28.- Calcula el valor que debe tener x para que los vectores $\vec{u} = (1,2)$ y $\vec{v} = (x,1)$.

1.- Sean ortogonales.

2.- Formen un ángulo de 60 °.

3.- Sean paralelos.

Ejercicio 29.- Sea $B = \{\vec{u},\vec{v}\}$ una base ortogonal de V_2 que cumple que $|\vec{u}| = 2$ y $|\vec{v}| = 3$, y sean dos vectores $\vec{a}$ y β de coordenadas $(1,-2)$ y $(-1,3)$, respectivamente, referidos a la base B. Calcula el producto escalar de $\vec{a}$ por $\vec{b}$.

Ejercicio 30.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores tales que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ y $\vec{u}\cdot\vec{v} = 4$. Calcula el ángulo que forman dichos vectores.

Ejercicio 31.- Calcula el producto escalar de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sabiendo $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ y $(\widehat{\vec{u},3\vec{v}}) = 30°$.

Ejercicio 32.- Hallar el ángulo formado por los vectores $\vec{u} = -5\vec{i}+12\vec{j}$ y $\vec{v} = 8\vec{i}-6\vec{j}$.

Ejercicio 33.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores tales que $(\vec{u}+\vec{v})^2 = 25$ y $(\vec{u}-\vec{v})^2 = 9$. Calcular el producto escalar $\vec{u}\cdot\vec{v}$.

Ejercicio 34.- Si $\vec{u}\cdot\vec{v} = 12$, calcular los siguientes productos escalares:

a) $\vec{v}\cdot\vec{u}$ b) $\vec{u}\cdot(-\vec{v})$ c) $(2\vec{u})\cdot\vec{v}$ d) $(-\vec{u})\cdot(-\vec{v})$
e) $(7\vec{u})\cdot\vec{v}$ f) $(12\vec{u})\cdot(-\vec{v})$ g) $(2\vec{u})\cdot(8\vec{v})$ h) $(\frac{3}{4}\vec{u})\cdot(-\frac{3}{5}\vec{v})$

Ejercicio 35.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores tales que $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v}) = 17$ y $|\vec{u}| = 9$. Calcular el módulo del vector $\vec{v}$.

Ejercicio 36.- Dados los vectores $\vec{u} = (2,4)$ y $\vec{v} = (3,1)$, hallar el módulo del vector $\vec{u}-\vec{v}$.

Ejercicio 37.- Dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son tales que $|\vec{a}| = 10$, $\left|\vec{b}\right| = 10\sqrt{3}$ y $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| = 20$. Hallar el ángulo que forman los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

Ejercicio 38.- Dos fuerzas $\vec{f_1}$ y $\vec{f_2}$ de intensidades $20N$ y $30N$, respectivamente, actúan sobre el mismo cuerpo y forman entre ellas un ángulo de $60°$. ¿Cuántos N tiene una fuerza $\vec{f_3}$ de manera que sirva para establecer el equilibrio?.

Ejercicio 39.- Demostrar que si dos vectores tienen el mismo módulo, entonces los vectores suma y diferencia son ortogonales.

Ejercicio 40.- Un vector de módulo 10 se descompone en suma de otros dos vectores de módulos iguales y que forman un ángulo de $45°$. Hallar el módulo de cada uno de los vectores sumandos.

Ejercicio 41.- Hallar el ángulo que forman las fuerzas $\vec{f_1} = (2,3)$ y $\vec{f_2} = (1,5)$ cuyas unidades vienen dadas en kg.

Ejercicio 42.- Hallar la proyección del vector $\vec{u} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$ sobre el vector $\vec{v} = -7\vec{i} - \vec{j}$.

Ejercicio 43.- Buscar un contraejemplo para probar que la igualdad dada por: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, no implica que $\vec{v} = \vec{w}$.

Ejercicio 44.- Calcular el módulo de los vectores $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{u} - \vec{v}$ siendo $\vec{u}$ y $\vec{v}$ tales que $\vec{u}^2 = 16$, $\vec{v}^2 = 36$ y $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$.

Ejercicio 45.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores unitarios tales que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{-1}{2}$. Calcular $|-2\vec{u} + 3\vec{v}|$ y $|\vec{u} - 2\vec{v}|$.

Ejercicio 46.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores ortogonales tales que $|\vec{u}| = 4$ y $|\vec{v}| = 3$. Calcular $|-\vec{u} + 4\vec{v}|$, $|2\vec{u} - 3\vec{v}|$ y $(-2\vec{u}) \cdot (3\vec{v})$.

Ejercicio 47.- Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores que verifican la siguiente condición: $(\widehat{\vec{u}, \vec{u} + \vec{v}}) = (\widehat{\vec{v}, \vec{u} + \vec{v}}) = \frac{\pi}{6}\ rad$. Calcular el producto escalar $\vec{u} \cdot \vec{v}$ sabiendo que $|\vec{u}| = 2$.

Ejercicio 48.- Calcular el valor que debe tener el parámetro "a" para que los vectores $\vec{u} = (-5,12)$ y $\vec{v} = (a,-6)$ tengan la misma dirección. Así mismo, calcular "a" para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean ortogonales.

Ejercicio 49.- Dados los vectores $\vec{u} = (-12,5)$ y $\vec{v} = (-6,8)$, calcular:

1.- Un vector con la misma dirección y sentido que $\vec{u}$ de módulo 3.

2.- Un vector de sentido contrario a $\vec{v}$ de módulo 5.

3.- Un vector ortogonal a $\vec{v}$ de módulo 4.

4.- Un vector ortogonal a $-4\vec{u}$ de módulo 2.

5.- Un vector ortogonal a $-4\vec{u} + 2\vec{v}$ de módulo 3.

Ejercicio 50.- Calcular las coordenadas del vector unitario $\vec{v}$ que verifica $(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = 30°$, siendo $\vec{u} = (1,0)$.

Ejercicio 51.- Siendo $\vec{u} = (5,-y)$ y $v = (x,2)$, hallar "x" e "y" cuando $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son ortogonales y $|\vec{u}| = 2$.

Ejercicio 52.- Demostrar la desigualdad siguiente, conocida como DESIGUALDAD DE SCHWARTZ:

$$|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq |\vec{u}||\vec{v}|$$

Ejercicio 53.- Demostrar la desigualdad siguiente, conocida como DESIGUALDAD TRIANGULAR (o de MINKOWSKI):

$$|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$$

Ejercicio 54.- Demostrar la siguiente desigualdad:

$$\big|\, |\vec{u}| - |\vec{v}| \,\big| \leq |\vec{u} + \vec{v}|$$

Ejercicio 55.- ¿Puede ser el módulo del vector suma de dos vectores de módulos 10 y 5, respectivamente, mayor que 15?, ¿y menor que 4?

Ejercicio 56.- Sean $A(3,1)$ y $B(5,2)$ dos puntos del plano. Hallar las coordenadas del punto medio del segmento $\overline{AB}$.

Ejercicio 57.- Hallar la ecuación de la recta "r" que pasa por los puntos $A(3,5)$ y lleva la dirección del vector $\vec{u} = (2,4)$, en todas las formas posibles.

Ejercicio 58.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(3,2)$ y $B(1,-4)$, en todas las formas posibles.

Ejercicio 59.- Hallar la ecuación del haz de rectas que pasan por el punto de intersección de las rectas:

$$r: 2x+4y-5=0$$
$$s: x+y-1=0$$

Ejercicio 60.- Determinar la posición relativa de las siguientes rectas:

$$r: 2x+y-1=0$$
$$s: 3x-2y=0$$
$$t: x+y+3=0$$

Ejercicio 61.- El vector $\overrightarrow{AB}$ tiene de coordenadas $(3,-4)$ y las coordenadas del origen A son $(3,-1)$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto B?

Ejercicio 62.- Representar las rectas siguientes:

a)	$y=6x-1$	b)	$x=0$
c)	$y=7$	d)	$x=3-t, \quad y=-5+2t$
e)	$2x+3y-7=0$	f)	$\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}$

Ejercicio 63.- Calcular la pendiente de las siguientes rectas:

a) $\frac{x-3}{2}=\frac{y+5}{-1}$ b) $5x+3y+6=0$ c) $\begin{array}{l} x= \ 2+t \\ y= \ 5-3t \end{array}$

Ejercicio 64.- Determinar si los puntos $A(3,1)$, $B(5,2)$ y $C(1,0)$ están alineados.

Ejercicio 65.- Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(2,1)$ y forma un ángulo de 120° con la parte positiva del eje $\overline{OX}$.

Ejercicio 66.- Comprobar si las rectas siguientes son secantes, paralelas o coincidentes. Cuando sean secantes hallar el punto de intersección.

a) $\left\{ \begin{array}{ll} r: & 3x+2y-5=0 \\ s: & 3x+2y+7=0 \end{array} \right\}$ b) $\left\{ \begin{array}{ll} r: & x+3y-4=0 \\ s: & x+2y-5=0 \end{array} \right\}$

c) $\left\{ \begin{array}{ll} r: & 3x+2y-19=0 \\ s: & 5x+y-20=0 \end{array} \right\}$ d) $\left\{ \begin{array}{ll} r: & x+y-3=0 \\ s: & 2x+2y-6=0 \end{array} \right\}$

Ejercicio 67.-

1.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas r y r' y por el punto de intersección de las rectas s y s', siendo:

$$\left\{ \begin{array}{ll} r: & 2x+3y-5=0 \\ r': & x+y=0 \end{array} \right\} \qquad \left\{ \begin{array}{ll} s: & x+5y-3=0 \\ s': & -x+y-3=0 \end{array} \right\}$$

2.- Hallar la ecuación de la recta paralela a la recta anterior y que pasa por el punto $P(2,3)$.

Ejercicio 68.- Dadas las rectas:

"r" determinada por el punto $A(2,1)$ y el vector $\vec{u}=(a,4)$, y
"s" determinada por el punto $B(-1,4)$ y el vector $\vec{v}=(5,3)$.

Determinar "a" para que "r" y "s" sean paralelas. ¿Para que valores de "a" las rectas "r" y "s" son secantes?, ¿pueden ser coincidentes?.

Ejercicio 69.- Dadas las rectas $r: 3x+by-8=0$ y $s: ax-3y+12=0$, determinar "a" y "b" para que estas rectas se corten en el punto $P(2,-3)$.

Ejercicio 70.- Deducir la relación existente entre las pendientes de dos rectas perpendiculares.

Ejercicio 71.- Calcular el valor de "a" que hace que las siguientes rectas sean perpendiculares:

a) $r: x-ay+1=0$ y $s: (2-a)x-\frac{4}{3}y+2=0$

b) $r: ax-y+1=0$ y $s: 3x+ay+5=0$

Ejercicio 72.- Dada la recta $r: mx + ny + 6 = 0$, hallar "m" y "n" sabiendo que pasa por el punto $P(5,-1)$ y es perpendicular a la recta $s: x + 3y - 5 = 0$.

Ejercicio 73.- Calcular la ecuación de la mediatriz del segmento determinado por los puntos $A(2,5)$ y $B(4,-1)$.

Ejercicio 74.- Hallar el punto simétrico del punto $A(3,6)$ respecto de la recta "r" de ecuación $r: x+2y-6=0$.

Ejercicio 75.- La ecuación de la mediatriz de un segmento es $r: 2x + y - 2 = 0$. Si $A(-2,1)$ es un extremo del segmento hallar las coordenadas del otro extremo B.

Ejercicio 76.- Calcular el ángulo que forman las rectas $r: x - 2y + 4 = 0$ y $s: 3x - y - 1 = 0$.

Ejercicio 77.- Hallar el ángulo que forman las rectas $r: 2x - y - 3 = 0$ y $s: 2x + y = 1$.

Ejercicio 78.-

1.- Demostrar que si dos rectas tienen pendientes m y m', entonces el ángulo que forman, α, verifica:

$$\tan\alpha = \left|\frac{m' - m}{1 + mm'}\right|$$

2.- Si dos rectas forman un ángulo de 45° y una de ellas tiene pendiente m, hallar la pendiente m' de la otra.

Ejercicio 79.- Hallar la tangente del ángulo que forman las rectas dadas por $r: -x + 2y + 1 = 0$ y $s: 3x + y + 5 = 0$.

Ejercicio 80.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(-4,3)$ y es perpendicular al vector $\overrightarrow{n} = (3,-2)$.

Ejercicio 81.- Calcular la distancia entre los puntos $A(5,4)$ y $B(2,8)$.

Ejercicio 82.- La distancia del punto $A(10,6)$ a otro punto B del eje de abscisas es 10. Hallar las coordenadas de B.

Ejercicio 83.- Calcular la distancia del punto P de coordenadas $(2,-1)$ a la recta $r: 3x + 4y = 0$.

Ejercicio 84.- Hallar la distancia entre las rectas:

$$r: \begin{cases} x = & 2 - 3t \\ y = & 1 + t \end{cases} \quad \text{y} \quad s: \frac{x+3}{-3} = y + 5$$

Ejercicio 85.- Determinar el valor de "a" para que las rectas dadas por las ecuaciones $r: ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0$ y $s: 3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0$, sean:

1.- Paralelas

2.- Perpendiculares

Ejercicio 86.- Averiguar el valor de m para que las rectas cuyas ecuaciones son $r: mx + y = 12$ y $s: 4x - 3y = m + 1$ sean paralelas y hallar la distancia entre ellas en ese caso.

Ejercicio 87.- Calcular "k" para que la distancia de $r: 3x + 4y + k = 0$ a $P(5,1)$ sea de 5 unidades.

Ejercicio 88.- Hallar un punto de la recta $r: (x,y) = (0,1) + t(2,1)$ que diste 2 unidades del origen de coordenadas.

Ejercicio 89.- Hallar las ecuaciones de las bisectrices de las rectas $r: x - 1 = 0$ y $s: 3x + y - 1 = 0$.

Ejercicio 90.- Sean $A(0,0)$, $B(7,0)$ y $C(2,6)$ los vértices de un triángulo.

1.- Calcular el baricentro, el ortocentro, el circuncentro y el incentro del triángulo.

2.- Comprobar que los tres primeros puntos están alineados.

Nota:

Baricentro: punto de corte de las medianas.

Circuncentro: punto de corte de las mediatrices de los lados.

Ortocentro: punto de corte de las alturas.

Incentro: punto de corte de las bisectrices de los ángulos interiores.

Ejercicio 91.- Calcular el incentro del triángulo cuyos lados están sobre las rectas $r: y = x$, $s: y = 0$, $t: 3x + 4y - 12 = 0$