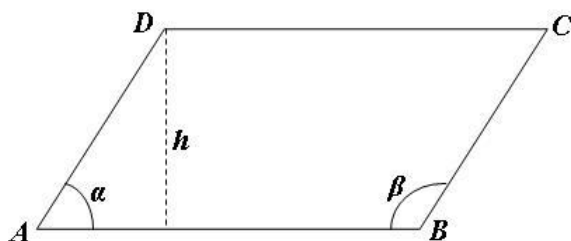


**Problema 1** Sean  $A(-2, -3)$ ,  $B(5, 0)$  y  $C(8, 5)$  tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

- Calcular el cuarto vértice  $D$ .
- La longitud de sus lados.
- Los ángulos que forman.
- Decidir de que figura geométrica se trata.
- Su centro.
- La altura sobre el lado  $\overline{AB}$ .
- Su área.
- El punto simétrico de  $A$  respecto de  $C$
- Un vector perpendicular a  $\overrightarrow{AC}$  con módulo 7.
- Dividir el segmento  $\overline{AC}$  en tres segmentos iguales.

**Solución:**



- $D = A + \overrightarrow{BC} = (-2, -3) + (3, 5) = (1, 2)$ .
- $|\overrightarrow{AB}| = |(7, 3)| = \sqrt{58}$  y  $|\overrightarrow{AD}| = |(3, 5)| = \sqrt{34}$
- $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{36}{\sqrt{58} \cdot \sqrt{34}} \Rightarrow \alpha = 35^\circ 50' 15''$  y  $\beta = 144^\circ 9' 45''$
- Se trata de un paralelogramo, pero no es una figura concreta.

e)  $M(3,1)$

f)

$$\sin \alpha = \frac{h}{|\overrightarrow{AD}|} \implies h = |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin \alpha = 3,41 \text{ u}$$

g)  $S = |\overrightarrow{AB}| \cdot h = 25,99 \text{ u}^2$

h)  $C = \frac{A + A'}{2} \implies A' = 2C - A = (18, 13)$

i)  $\overrightarrow{AC} = (10, 8) \perp \overrightarrow{u} = (8, -10)$  y  $|\overrightarrow{u}| = \left( \frac{28}{\sqrt{41}}, -\frac{35}{\sqrt{41}} \right)$  es un vector perpendicular al  $\overrightarrow{AC}$ , pero con módulo 7.

j)

$$\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \left( \frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right)$$

$$A_1 = A + \overrightarrow{u} = (-2, -3) + \left( \frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right) = \left( \frac{4}{3}, -\frac{1}{3} \right)$$

$$A_2 = A_1 + \overrightarrow{u} = \left( \frac{4}{3}, -\frac{1}{3} \right) + \left( \frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right) = \left( \frac{14}{3}, \frac{7}{3} \right)$$

$$C = A_3 = A_2 + \overrightarrow{u} = \left( \frac{14}{3}, \frac{7}{3} \right) + \left( \frac{10}{3}, \frac{8}{3} \right) = (8, 5)$$