Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2014

Problema 1 Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $5x - 2y - 1 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (2,5) \\ A(1,2) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (1, 2) + \lambda(2, 5)$
- Paramétrica:$\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + 5\lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{5}$
- General: $5x - 2y - 1 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{5}{2}x - \dfrac{1}{2}$
- Punto pendiente: $y - 2 = \dfrac{5}{2}(x - 1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = \dfrac{5}{2} \Longrightarrow \alpha = 68^{o}11'55''$

Problema 2 Si los puntos $A(1, -3)$, $B(6, 5)$ y $C(3, 7)$ tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular su circuncentro.

Solución:

Calculamos dos de sus mediatrices:

- Mediatriz entre A y B:

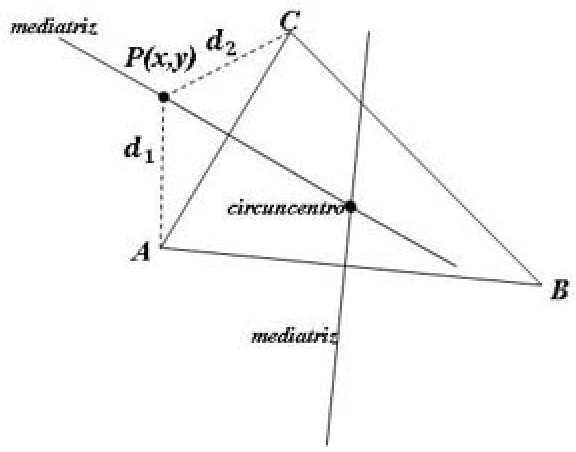
$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (y-5)^2} \Longrightarrow 10x + 16y - 51 = 0$$

- Mediatriz entre A y C:

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2} \Longrightarrow x + 5y - 12 = 0$$

- Circuncentro:

$$\begin{cases} 10x + 16y - 51 = 0 \\ x + 5y - 12 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \left(\frac{63}{34}, \frac{69}{34}\right)$$

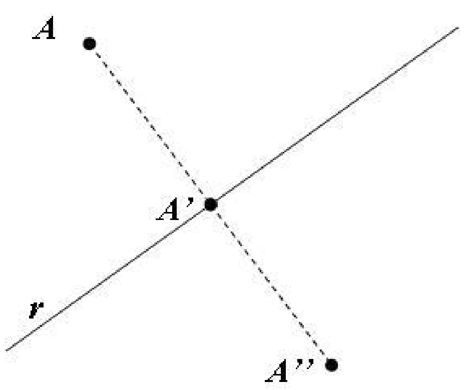


Problema 3 Sea el punto $A(1,5)$ y la recta $r: 2x - 7y - 1 = 0$. Se pide calcular:

1. Una recta paralela a r que pase por el punto A.
2. Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.
3. El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.
4. Las rectas bisectrices de r con $s: 7x - 2y + 5 = 0$.

Solución:

1. $2x - 7y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 2 - 35 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 33$. La recta buscada es $h: 2x - 7y + 33 = 0$
2. $7x + 2y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 7 + 10 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -17$. La recta buscada es $t: 7x + 2y - 17 = 0$
3. Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\begin{cases} r : 2x - 7y - 1 = 0 \\ t : 7x + 2y - 17 = 0 \end{cases} \Longrightarrow A'\left(\frac{121}{53}, \frac{27}{53}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(\frac{121}{53}, \frac{27}{53}\right) - (1, 5) = \left(\frac{189}{53}, -\frac{211}{53}\right)$$

4.

$$d(P, r) = d(P, s) \Longrightarrow \frac{|2x - 7y - 1|}{\sqrt{53}} = \frac{|7x - 2y + 5|}{\sqrt{53}} \Longrightarrow |2x - 7y - 1| = |7x - 2y + 5|$$

- $2x - 7y - 1 = 7x - 2y + 5 \Longrightarrow 5x + 5y + 6 = 0$
- $2x - 7y - 1 = -7x + 2y - 5 \Longrightarrow 9x - 9y + 4 = 0$